Michael Huth and Mark Ryan

Second Edition

# Logic in Computer Science

## Modelling and Reasoning about Systems

CAMBRIDGE

CAMBRIDGE www.cambridge.org/9780521543101

# علم کامپیوتر در منطق

## هاسیستم درباره استدلال و سازی‌مدل

هوت مایکل

□□□□□□□□ □□□□□□□
□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□
□□□□□□□

رایان مارک

□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□
□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□
□□□□□□□

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبوعات دانشگاه کمبریج
پائولو سائو ،سنگاپور ،شهر کیپ ،مادرید ،ملبورن ،یورک جدید ،کمبریج

مطبوعات دانشگاه کمبریج
بریتانیا ،CB2 8RU کمبریج ،ادینبورگ ساختمان

یورک جدید ،مطبوعات دانشگاه کمبریج توسط آمریکا از هاایالت یونایتد ... در شده منتشر

www.cambridge.org
عنوان این روی اطلاعات: www.cambridge.org/9780521543101

۲۰۰۴ مطبوعات دانشگاه کمبریج ©

جمعی مجوز صدور های‌نامه‌توافق ... مفاد و قانونی استثنائات مشمول .است نشر حق دارای نشریه این دانشگاه کمبریج از اجازه شده نوشته ... بدون نیست مجاز بخشی هیچ از برداری‌کپی هیچگونه ،مربوطه دهید فشار.

۲۰۰۴ قالب چاپ در شده منتشر اول

(EBL) الکترونیکی کتاب ۶ -۲۶۴۰۱-۵۱۱-۰-۹۷۸ ۱۳ -شابک
(EBL) الکترونیکی کتاب ۱ -۲۶۴۰۱-۵۱۱-۰ ۱۰ -شابک

ISBN- 13 978-0-521-54310- 1 شومیز
X شومیز جلد -۵۴۳۱۰-۵۲۱-۰ ۱۰ -شابک

سایت‌وب برای .ندارد اینترنتی های‌آدرس صحت یا پایداری قبال در مسئولیتی هیچ کمبریج دانشگاه انتشارات هیچ که کندنمی تضمین و ،است شده اشاره آنها به نشریه این در که ثالث شخص یا خارجی اینترنتی های بماند باقی یا باشد مناسب یا دقیق هایی‌سایت‌وب چنین در محتوایی.

# مطالب فهرست


□□□□□□□□□ □□ ... □□□ □□□□ □□□□ نهم
□□□□□□□□□ □□ ... □□□ □□□□ یازدهم
□□□□□□□□□□ ۱۳
1 منطق ای‌گزاره ۱
1.1 جملات اعلانی ۲
1.2 کسر طبیعی ۵
1.2.1 کسر طبیعی برای قوانین ۶
1.2.2 قوانین شده مشتق ۲۳
1.2.3 خلاصه در کسر طبیعی ۲۶
1.2.4 معادل اثبات قابل ۲۹
1.2.5 تناقض توسط اثبات :کنار یک ۲۹
1.3 رسمی زبان یک عنوان به منطق ای‌گزاره ۳۱
1.4 منطق ای‌گزاره از معناشناسی ۳۶
1.4.1 هارابط منطقی از معنی ۳۶
1.4.2 القایی ریاضی ۴۰
1.4.3 منطق ای‌گزاره از صحت ۴۵
1.4.4 منطق ای‌گزاره از بودن کامل ۴۹
1.5 های‌فرم عادی ۵۳
1.5.1 اعتبار و بخشی رضایت ،بودن معادل معنایی ۵۴
1.5.2 اعتبار و هافرم عادی ربط حرف ۵۸
1.5.3 بخشی‌رضایت و بندها شاخ ۶۵
1.6 ها کننده حل شنبه ۶۸
1.6.1 کننده حل خطی الف ۶۹
1.6.2 کننده حل مکعبی الف ۷۲
1.7 هاتمرین ۷۸
1.8 هایادداشت کتابشناختی ۹۱
2 منطق گزاره ۹۳
2.1 زبان ثروتمندتر الف برای نیاز ۹۳

۹۸ زبان رسمی الف عنوان به منطق گزاره ۲.۲
۹۹ شرایط ۲.۲.۱
۱۰۰ هافرمول ۲.۲.۲
۱۰۲ متغیرها مقید و رایگان ۲.۲.۳
۱۰۴ جایگزینی ۲.۲.۴
۱۰۷ هاگزاره منطق اثبات نظریه ۲.۳
۱۰۷ قوانین کسر طبیعی ۲.۳.۱
۱۱۷ هامعادل سنجکمیت ۲.۳.۲
۱۲۲ منطق گزاره از معناشناسی ۲.۴
۱۲۳ هامدل ۲.۴.۱
۱۲۹ مستلزم معنایی ۲.۴.۲
۱۳۰ برابری از معناشناسی ۲.۴.۳
۱۳۱ منطق گزاره از قطعیت عدم ۲.۵
۱۳۶ منطق گزاره از احساسات بیان ۲.۶
۱۳۹ منطق دوم مرتبه وجودی ۲.۶.۱
۱۴۰ منطق دوم مرتبه یونیورسال ۲.۶.۲
۱۴۱ افزارنرم از هامیکرومدل ۲.۷
۱۴۲ حالت هایماشین ۲.۷.۱
۱۴۶ شد بازدید دوباره – آلما ۲.۷.۲
۱۴۸ میکرومدل افزارنرم الف ۲.۷.۳
۱۵۷ هاتمرین ۲.۸
۱۷۰ هایادداشت کتابشناختی ۲.۹
۱۷۲ بررسی مدل توسط تأیید ۳
۱۷۲ تأیید برای انگیزه ۳.۱
۱۷۵ منطق زمانی خطی زمان ۳.۲
۱۷۵ LTL از نحو ۳.۲.۱
۱۷۸ LTL از معناشناسی ۳.۲.۲
۱۸۳ مشخصات از الگوها عملی ۳.۲.۳
۱۸۴ هافرمول LTL بین هامعادل مهم ۳.۲.۴
۱۸۶ LTL برای ربط حروف از هامجموعه کافی ۳.۲.۵
۱۸۷ خواص ،ابزارها ،هاسیستم :بررسی مدل ۳.۳
۱۸۷ محرومیت متقابل :مثال ۳.۳.۱
۱۹۱ چکر مدل NuSMV 3.3.2
۱۹۴ وی ام اس نو دویدن 3.3.3
۱۹۵ شد بررسی دوباره محرومیت متقابل 3.3.4
۱۹۹ گیرکشتی 3.3.5
۲۰۳ پروتکل بیت متناوب 3.3.6
۲۰۷ منطق انشعاب زمان 3.4
۲۰۸ ال تی سی از نحو 3.4.1

۲۱۱ ال تی سی از معناشناسی ۳.۴.۲
۲۱۵ مشخصات از الگوها عملی ۳.۴.۳
۲۱۵ هافرمول ال تی سی بین هامعادل مهم ۳.۴.۴
۲۱۶ هارابط ال تی سی از هامجموعه کافی ۳.۴.۵
۲۱۷ ال تی سی و LTL از هاقدرت بیانگر ... و *ال تی سی ۳.۵
۲۲۰ ال تی سی در هافرمول زمانی از هاترکیب بولی ۳.۵.۱
۲۲۱ LTL در اپراتورها گذشته ۳.۵.۲
۲۲۱ هاالگوریتم مدل بررسی ۳.۶
۲۲۲ الگوریتم مدل بررسی ال تی سی ۳.۶.۱
۲۳۰ انصاف با بررسی مدل هوایی ترافیک کنترل ۳.۶.۲
۲۳۲ الگوریتم مدل بررسی LTL ۳.۶.۳
۲۳۸ ال تی سی از پردازی شخصیت ثابت نقطه ۳.۷
۲۴۰ توابع رنگتک ۳.۷.۱
۲۴۲ مثال ،شنبه از درستی ۳.۷.۲
۲۴۳ اروپا اتحادیه شنبه از درستی ۳.۷.۳
۲۴۵ هاتمرین ۳.۸
۲۵۴ هایادداشت کتابشناختی ۳.۹
۲۵۶ تأیید برنامه ۴
۲۵۷ کد؟ تأیید و کردن مشخص ما باید چرا ۴.۱
۲۵۸ تأیید افزارنرم برای چارچوب الف ۴.۲
۲۵۹ زبان نویسی‌برنامه هسته الف ۴.۲.۱
۲۶۲ گانه‌سه هور ۴.۲.۲
۲۶۵ درستی مجموع و جزئی ۴.۲.۳
۲۶۸ متغیرها منطقی و متغیرها برنامه ۴.۲.۴
۲۶۹ درستی جزئی برای انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات ۴.۳
۲۶۹ قوانین اثبات ۴.۳.۱
۲۷۳ تابلوها اثبات ۴.۳.۲
۲۸۷ بخش جمع حداقل :مطالعه مورد الف ۴.۳.۳
۲۹۲ درستی مجموع برای انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات ۴.۴
۲۹۶ قرارداد توسط نویسی‌برنامه ۴.۵
۲۹۹ هاتمرین ۴.۶
۳۰۴ هایادداشت کتابشناختی ۴.۷
۳۰۶ عوامل و ها منطق مودال ۵
۳۰۶ حقیقت از هاحالت ۵.۱
۳۰۷ منطق مودال پایه ۵.۲
۳۰۷ نحو ۵.۲.۱
۳۰۸ معناشناسی ۵.۲.۲
۳۱۶ مهندسی منطق ۵.۳
۳۱۷ هافرمول معتبر از سهام ۵.۳.۱

۳۲۰ رابطه پذیری‌دسترسی ... از خواص مهم ۵.۳.۲
۳۲۲ نظریه مکاتبات ۵.۳.۳
۳۲۶ وجهی های‌منطق از برخی ۵.۳.۴
۳۲۸ کسر طبیعی ۵.۴
۳۳۱ سیستم عاملی چند الف در دانش درباره استدلال ۵.۵
۳۳۲ هامثال برخی ۵.۵.۱
۳۳۵ KT45 منطق مودال ۵.۵.۲
۳۳۹ KT45 برای کسر طبیعی ۵.۵.۳
۳۴۲ هامثال ... سازی‌رسمی ۵.۵.۴
۳۵۰ تمرینات ۵.۶
۳۵۶ هایادداشت کتابشناختی ۵.۷
۳۵۸ نمودارها تصمیم دودویی ۶
۳۵۸ توابع بولی نمایندگی ۶.۱
۳۵۹ میزها حقیقت و هافرمول ای‌گزاره ۶.۱.۱
۳۶۱ نمودارها تصمیم دودویی ۶.۱.۲
۳۶۶ (BDD) بدن بدشکلی اختلال شده داده سفارش ۶.۱.۳
۳۷۲ ها OBDD یافته کاهش برای هاالگوریتم ۶.۲
۳۷۲ دادن کاهش الگوریتم ۶.۲.۱
۳۷۳ کردن اعمال الگوریتم ۶.۲.۲
۳۷۷ کردن محدود الگوریتم ۶.۲.۳
۳۷۷ دارد وجود الگوریتم ۶.۲.۴
۳۸۰ ها OBDD از ارزیابی ۶.۲.۵
۳۸۲ بررسی مدل نمادین ۶.۳
۳۸۳ هاایالت از مجموعه ... از هازیرمجموعه نمایندگی ۶.۳.۱
۳۸۵ رابطه گذار ... نمایندگی ۶.۳.۲
۳۸۷ پیش و پیش توابع ... سازی‌پیاده ۶.۳.۳ ∃ ∀
۳۸۷ ها OBDD سنتز ۶.۳.۴
۳۹۰ مخاطی جرم ای‌رابطه الف ۶.۴
۳۹۰ معناشناسی و نحو ۶.۴.۱
۳۹۳ مشخصات و هامدل ال تی سی کدگذاری ۶.۴.۲
۳۹۸ هاتمرین ۶.۵
۴۱۳ هایادداشت کتابشناختی ۶.۶
۴۱۴ □□□□□□□□□□
۴۱۸ □□□□□

# Foreword to the first edition

توسط

کلارک .م ادموند
دانشگاه ملون کارنگی علوم کامپیوتر از استاد هاسیستم فور
.ان .پی ،پیتسبورگ

هستند چکرز مدل و ،قضیه کنندگان‌اثبات ،هازبان مشخصات !سن از بیا بالاخره باشند داشته هاروش رسمی تا .هاتکنیک اینها از همه به اساسی است منطق ریاضی .صنعت در معمول طور به شده استفاده باش به آغاز ... با سرعت شده داشته نگه نه باشند داشته دانشمندان کامپیوتر برای منطق در درسی های‌کتاب الان مدل از موفقیت ... از توز کینه در ، مثال برای تأیید و مشخصات افزارنرم و افزارسخت برای ابزارها توسعه ،متن تک الف از بدانید نه داد انجام من الان تا ،هاپروتکل ارتباط و مدار های‌طرح متوالی تأیید در بررسی این چگونه دهید توضیح به کندمی تلاش که ،آموزان‌دانش التحصیل فارغ آغاز و کارشناسی برای مناسب به نیاز که برق مهندسان و کامپیوتر دانشمندان به ندرت به مواد این ،نتیجه الف که همانطور .کندمی کار تکنیک ،عوض در .آینده نزدیک ... در مشاغل آنها از بخشی عنوان به آن . شودمی داده آموزش ،دارند آن از استفاده باشند مؤثر یا مفید واقعاً هاروش این که هایی‌موقعیت در رسمی های‌روش از استفاده از اجتناب مهندسان این غیرطبیعی و پیچیده هستند ابزارها ... توسط شده استفاده نمادگذاری و مفاهیم ... که کردن شکایت ... از دشوار بیشتر خیر قطعاً ،ساده کاملاً کلی طور به است ریاضیات زیربنایی ... که آنجایی از بدبخت است .گرفتن یاد به انتظار مورد است دانشجو انتگرال و دیفرانسیل حساب هر که تحلیل ریاضی از مفاهیم

زمانی چه زده شگفت بود من .کتاب استثنایی یک است رایان و هوث توسط علم کامپیوتر در منطق دارد آن ،منطق گزاره و ای‌گزاره به این بر علاوه در .زمان اول ... برای آن طریق از کرد نگاه من است توجه قابل کاملاً نظر این از کتاب این ،واقع در .مدل بررسی و زمانی منطق بحث کامل ویژه به الف ایالت صریح ،منطق موقت زمان شدن شاخه شاخه و خطی :پوشش به قادر است آن مواد این از زیاد چگونه ثابت نقطه اساسی ... ،انصاف ،کردن بررسی مدل

علاوه .نمادین مدل بررسی و نمودارها تصمیم دودویی حتی ،(ال تی سی) منطق درخت محاسبه برای قضایا التحصیل فارغ آغاز و کارشناسی به دسترسی قابل است که است شده ارائه سطحی در مطالب این ،این بر از .کتاب ... در مواد استاد دانشجویان کمک به شده ارائه هستند هامثال و مشکلات متعدد دانشجویان اقتدار با بنویس آنها ،تأیید برنامه و هابرنامه از منطق در محققان فعال هستند رایان و هوث دو هر که آنجایی . توجه قابل

فوق الف است کتاب .شده ارائه ظرافت با و ،عملی ،روزبه است کتاب این در مواد ... ،خلاصه در ... به آن کردن توصیه من .مانند باش باید علم کامپیوتر برای منطق روی متن مدرن الف چه از مثال العاده .عظیم موفقیت یک باش اراده کتاب ... که کردن بینی‌پیش و شوق و شور بزرگترین با خواننده

(. اجازه نویسنده آن با نسخه دوم ... در شد چاپ دوباره است پیشگفتار این)

# Preface to the second edition

## کتاب این (بازنویسی) برای انگیزه ما

استفاده ها منطق بیشترین که مشاهده ... بود کتاب ما از نسخه اول ... نوشتن از هاموتیف‌لایت ... از یکی □□□□□ الف با معامله اساساً هاسیستم کامپیوتر از تأیید و مشخصات ،طراحی ... در شده □□□□□

$\varphi$ ◀ م

مشخصات الف است $\varphi$ و ،سیستم الف از □□□□ یا □□□□□ از سازی مرتب برخی‌است کجا M وضعیت در درست باش باید چه کردن ابراز ،منطق که از فرمول الف ،

هاالگوریتم سازی‌پیاده و کردن مشخص اغلب تواندمی یکی که است اندازی راه این از قلب ... در M. ها منطق برنامه و ،مودال ،موقتی ،اول مرتبه ،ای‌گزاره برای تم این یافته توسعه ما . ◀ محاسبات برای -کردن تشویق ... روی بر مبتنی

به یعنی که متن این از نسخه دوم ارائه بدینوسیله به خشنود هستند ما هاقاره پنج از شده دریافت بازخورد ینگ نسخه اول ... از قصد اصلی روی بخشیدن بهبود و کردن حفظ.

## رفته هست؟ چی و جدید چی؟

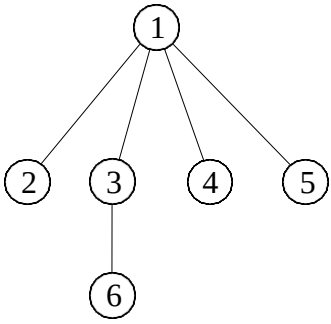
گذاری علامت یک) SAT کننده حل الف از پیچیدگی و ،درستی ،طراحی ... کندمی بحث الان ۱ فصل کامل ای‌گزاره منطق برای ([SS90] روش مارک آل سنت به مشابه الگوریتم

الف ؛(قضیه اسکولم – انهایم لوون و فشردگی قضیه ) نظریه مدل از نتایج اساسی شامل الان ۲ فصل روی بخش الف و منطق؛ دوم مرتبه جهانی و وجودی از گرایی بیان ... و شدن بسته متعدی ... روی بخش کمتر اولِ مرتبه منطق های‌مدل کاوش و تعیین برای تحلیلگر آن و آلیاژ زبان سازی‌مدل شیء ... از استفاده ... قابل است زبان آلیاژ .شدن بسته متعدی با منطق اول مرتبه در شده نوشته خواص به به توجه با شده‌مشخص رسمی و تعاملی اکتشاف چنین شودمی باعث که اجرا.

منطق؛ زمانی خطی زمان از بحث الف با شودمی آغاز الان آن .شده ساختار تجدید کاملاً شده دارد ۳ فصل
برنامه مشکلات مورد در بحثی شامل و سراسر؛ در مدل بررسی ابزار NuSMV بازمتن ... هاویژگی
سازی‌مدل های‌مثال جدید و ،هامنطق زمانی از گرایی بیان ... روی مواد است دیگر موارد و ،ریزی
نویسی‌برنامه الگوی مورد در جدیدی بخش الف و هااثبات درستی مجموع روی مواد بیشتر شامل ۴ فصل
. برنامه صحت تأیید برای قرارداد اساس بر
. اندگرفته قرار بازنگری مورد بسیاری کوچک اصلاحات

## نیازهاپیش و هافصل از متقابل وابستگی

نظری مجموعه لوح ساده و حساب ابتدایی از اولیه اصول ... بدانید دانشجویان که کندمی ایجاب کتاب
ضروری است (۱.۶.۲ به ۱.۴.۳ هابخش جز به چیز همه) ۱ فصل از مواد هسته نمادگذاری و مفاهیم
اساسی الف و ۳ فصل روی دارد بستگی ۶ فصل فقط ،که از غیر .کردن دنبال که هافصل از همه برای
راحتی به است ممکن یکی اگرچه – ۲ فصل در شده پوشیده قوانین بندی محدوده استاتیک ... از درک
از نمودار متقابل وابستگی ... ،تقریباً .همه در ۳ شده انجام فصل داشتن بدون ۶.۲ و ۶.۱ هابخش پوشش
است هافصل




## www. صفحه

هافایل متن است؛ اشتباهات از فهرستی شامل که شودمی پشتیبانی وب صفحه یک توسط کتاب این
مبتنی خصوصی معلم تعاملی یک ارقام؛ ... همه ها؛لینک و مواد فنی فرعی کد؛ برنامه ... همه برای
این در را هاتمرین های‌حل‌راه توانندمی مربیان چگونه اینکه جزئیات و سوالات؛ ای‌چندگزینه روی بر
... برای اینترنتی آدرس . الف با شده گذاری علامت هستند که کتاب آورند دست به مورد
وبسایت آدرس) . www.cs.bham.ac.uk/research/lics/ است صفحه هاکتاب
www.cs.bham.ac.uk/research/lics/) همچنین ببینید www.cambridge.org/
۰۵۲۱۵۴۳۱۰x

# Acknowledgements

اشمیت دیوید .کتاب این نوشتن در ما شده کمک ،غیرمستقیم طور به یا مستقیماً ،باشند داشته مردم بسیاری
برخی بیرون کرد اشاره دارد برودا کریسیا .۴ فصل برای تمرینات سرورال شده ارائه مهربانی با
برخی استفاده به ما مجاز باشند داشته [BEKV94] از دیگر نویسندگان ... و او و خطاها تایپوگرافی
و [هود۷۷] از هامثال یا تمرینات شده گرفته قرض همچنین باشند داشته ما .کتاب که از تمرینات
در مدل ما که وابستگی سیستم بسته ... از توضیحات اول الف شده ارائه آیزنباخ سوزان .[FHMV95]
،آریولا ماتیلده زنا بخش که از هانسخه روی نظرات مفید بسیار ساختن جکسون دانیل .۲ فصل در آلیاژ
مطابقت دارند ویکرز استیو و اسمولکا .الف اسکات ،کوتوف سرگئی ،کوموروفسکی جان ،هوداس جاش
نویس‌پیش مورد در مفیدی نظرات هتکلیف جان و دایر مت هستند نظرات آنها متن؛ این درباره ما با داشت
ابلاغ و ،۶ فصل از محتوا ... روی نظرات آمیز بصیرت شده ارائه لوکاس کوین .۳ . داد ارائه فصل های
داد و هافصل چندین خواندن جونگ آخیم .کتاب از ها نویس پیش چندین در خطاها تایپوگرافی متعدد از ما شده
.بازخورد مفید

جمله از ،هافصل دادند ارائه مفیدی نظرات و خواندند را مورد چندین مردم از عدد یک ،این بر علاوه
متعدد استوتون آلن و سکستون آلن ،سگالا روبرتو ،قلاب آنتونی ،هاک مسیحی ،کلارک گراهام ،آری بن موتی
انتخاب بر که است داده ما به را بازخوردها انواع بیرمنگام از دانشگاه ... و دانشگاه ایالت کانزاس در دانشجویان
هاجعبه اثبات برای بسته تک لا تیلورز پاول کردن تصدیق ما .موضوعات ... از .است گذاشته تأثیر ما ارائه و
بهبود به کرد کمک که نظرات ، سازنده اما ،بحرانی شده ساخته ناشناس داوران دوجین یک نیم درباره
... در خطاها باش هنوز است ممکن آنجا ،هامشارکت اینها از وجود با .ها راه مختلف در متن این بخشیدن
ها آن برای مسئولیت گرفتن باید تنهایی به ما و ،کتاب

□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□

و املایی غلط بیرون کردن اشاره توسط متن این بخشیدن بهبود کرد کمک باشند داشته مردم بسیاری
،آنها میان در .تاریخ انتشار ... از بعد نظرات مفید دیگر ساختن

،براون جاناتان ،بکرت برنهارد ،آندری استفان ،آمتافت توربن ،آجیرو یاسوهیرو ،آرندت ولفگانگ ذکر ما
ت ¨ کُرُو مارکوس ،کاشف کامران ،کاکوگاوا هیروتسوگو ،گوئلف دیمیتر ،فلتی امی ،داتا روچیرا ،کالدول جیمز
رابرت ،میدلدورپ آرت ،میکزو الکساندر ،مکینسون دیوید ،لازیچ رانکو ،کوون جاگون ، اچ سی ز
کازونوری ،تاکاهاشی کویچی ،پرادان شخار ،پفنینگ فرانک ،پاراگویا آیلین ،پانانگادن پراکاش ،مورلی
ویلهلم راینهارد و وانگ فوژی ،واتانابه هیروشی ،اوئدا.

# ۱
# منطق ای‌گزاره

عنوان به برخورد ما هاموقعیت مدل به هازبان دادن توسعه به است علم کامپیوتر در منطق از هدف .رسمی طور به آنها درباره دلیل تواندمی ما که صورت این به الف چنین در ،متخصصان علم کامپیوتر طور به این دادن انجام به خواهم می ما آنها؛ درباره هااستدلال ساختن معنی به هاموقعیت درباره استدلال شده اعدام یا ،سختگیرانه طور به کرد دفاع باش تواندمی و معتبر هستند هااستدلال که بنابراین ،رسمی .ماشین یک روی

:استدلال کردن دنبال ... بگیرید نظر در

**۱.۱ مثال** اگر ... دیر رسدمی قطار ... در ها تاکسی خیر هستند آنجا و برای دیر است جان سپس ،ایستگاه .شده دیر رسیدن داد انجام قطار .جلسه او برای دیر نه است جان .جلسه او آنجا ، □□□□□□□□□ .شده دیر رسیدن داد انجام قطار .جلسه او برای دیر نه است جان .جلسه او ایستگاه ... در ها تاکسی بودند

□□□ و جمله □□□ ... دادن قرار ما اگر که آنجایی از ،معتبر است استدلال ... ،شهودی طور به ما گویدمی جمله دوم .شده دیر باش ویل جان سپس ،هاتاکسی خیر هستند آنجا اگر که ما بگو آنها ،هم با جمله .ها تاکسی بودند آنجا که مورد باشد باید آن بنابراین ،دیر نه بود او که

الف از از متشکل که ،یعنی ، ساختار این باشند داشته که هااستدلال با نگران باش اراده کتاب این از زیاد ... اگر معتبر است استدلال .جمله دیگری سپس و «بنابراین» کلمه ... توسط شده دنبال جملات از شماره دنبال توسط معنی ما چی؟ دقیقاً آن از قبل جملات ... از کندمی دنبال منطقی «بنابراین» ... از بعد جمله بعدی ... و فصل این از موضوع ... است از کندمی

:مثال دیگری بگیرید نظر در

**۱.۲ مثال** اگر ... جین مرطوب دریافت اراده او پس ،او با چتر او باشند داشته نه کندمی جین و باران است آن .بود همراهش چترش دارد جین ، □□□□□□□□□ .باردمی باران است آن مرطوب نه است

مثال آرگومان ساختار همان واقع در آن که کندمی آشکار معاینه نزدیکتر استدلال معتبر الف همچنین است این داریم که چیزی تمام !دارد را قبلی

done is substituted some sentence fragments for others:

| مثال ۱.۱ قطار است | مثال ۱.۲ است |
|---|---|
| دیر<br>جان ایستگاه ... در ها تاکسی هستند آنجا<br>جلسه او برای دیر است | باران<br>شودمی خیس او جین با چتر او دارد جین. |

شرح به ،باران و قطار درباره کردن صحبت بدون داشت اظهار باش توانستمی مثال کدام هر در استدلال زیر:

اگر □ و □ نه ، □ سپس □ نه . □ . □ . □□□□□□□□□ ، □

منطقی آنها در فقط اما ،بدجنس واقعاً جملات ... چه با نگران نه هستند ما ،هامنطق توسعه حال در در ،بالا شده انجام عنوان به ، □□□□□ □□□ □□ را استدلالی چنین ما زمانی چه ،دوره از .ساختار علاقه عالی از باش اراده معنی چنین.

## جملات اعلانی 1.1

چنین در جملات کند بیان تواندمی بتوانیم آن در که دهیم توسعه را زبانی باید ،کنیم دقیق را هااستدلال اینکه برای منطق زبان ،کنیمی شروع آن با که زبانی .ساختار منطقی آنها بیرون آوردمی ارمغان به که صورت این به الف می اصل در که □□□ □□□□ □□□□ □□□□ یا □□□□□□□ بر مبتنی زبان این .است ایگزاره از عبارتند جملات اظهاری از هامثال .نادرست یا درست بودن .کرد استدلال ... عنوان به را آنها توان:

(1) ۸ است برابر ۵ و ۳ اعداد ... از جمع.
(2) اتهامات جک به خشونت با داد نشان واکنش جین
(3) اعداد نخست دو از جمع ... است ۲ < شماره طبیعی حتی هر.
(4) پیتزا آنها روی بیرونی مانند هامریخی همه.
(5) فرانسوی کریواین ملل سازمان ایتایت کلمو آلبرت
(6) غیرفعال ابزار نوار ایست منشن دس دی آرید وو بمیر

.'نادرست' یا ،«درست» کرد اعلام بودن از قادر اصل در هستند آنها زیرا ،اعلانی همه هستند جملات اینها ضمنی طور به توسط و) حساب درباره حقایق پایه به جذاب توسط شده آزمایش باش تواندمی (1) جمله در .سازمشکل بیشتر بیت الف است (2) جمله .(اعداد طبیعی از اعشاری نمایش ،عربی یک کردن فرض شاید و هستند جک و جین جهانی بهداشت سازمان بدانید به نیاز ما ،ارزش حقیقت الف آن دادن به سفارش در .شده توصیف وضعیت شاهد جهانی بهداشت سازمان کسی از حساب اعتماد قابل الف باشند داشته به به قادر شده باشند داشته بود خواهد ما که کن احساس ما ،صحنه ... در شده داشت ما اگر ،مثلاً ،اصل جمله راه که در است داده رخ واقع در آن که شرطی به ،واکنش □□□□□□□□□□ جین تشخیص واضح آن از صورت ... روی سرراست رسدمی نظر به ،گلدباخ حدس عنوان به شده شناخته ،(3) می کس هیچ روز این به اما .نادرست یا درست یا است ۲ < اعداد حتی □□□ درباره واقعیت الف ،است داده نشان باش توانستمی این آیا واضح نه حتی است آن .نه یا حقیقت الف کندمی بیان (3) جمله آیا که داند در ،حال این با .است درست بودند آن اگر حتی ،یعنی متناهی برخی توسط شده

برخی رسیدن ،اصل در ،تواندمی آنها عنوان به زودی به عنوان به جملات با محتوا باش اراده ما متن این پیشنهاد به مربوط امور از ایالت واقعی کندمی منعکس ارزش حقیقت این آیا از از نظر صرف ارزش حقیقت که بگو توانستمی ما اگرچه ،احمقانه بیت الف رسدمی نظر به (4) جمله .سوال در جمله ... توسط شده یا داشت خواهند دوست را آن روی پپرونی یا آنها همه پس ،پیتزا خوردن و باشد داشته وجود هامریخی □□□ □□□ اگر اظهاری همچنین است جمله این که دیدن به ۲ فصل در منطق (کنیم معرفی را گزاره باید ما) .نه جمله متن این از اهداف ... برای ،دوباره (.است درست سپس است آن داشتن؛ وجود ندارد وجود مریخی جملات ؟(6) و (5) عبارات دس پنس کوآن سی-کوئست ،آلور و .دادن انجام اراده (4) های‌گزاره ،بنابراین کمی الف آلمانی و فرانسوی خواندن به افتادن اتفاق شما اگر خوب هستند (6) و (5) .کرد بیان مصنوعی یا طبیعی زبان هر به توان‌می را خبری

مانند ،آنهایی اعلامی غیر هستند اینجا بگیرید نظر در □□□ □□□□□□ ما جملات از مهربان

- نمک؟ ... من عبور کنم‌می خواهش شما توانستمی
- !برو ،ثابت ،آماده
- راه شما بیا اقبال و بخت مه

از رفتار ... مورد در □□□□□□□□ یا ،جملات اظهاری دقیق در مندعلاقه هستند ما ،اول درجه در ما اما هابیانیه چنین کردن مشخص به خواهیم‌می ما دادن انجام فقط نه هابرنامه یا ،هاسیستم کامپیوتر الف کندمی برآورده ،سیستم یا ، شده داده برنامه الف آیا که □□□□ □□□□ □□ به خواهم می همچنین دهدمی اجازه که استدلال از انتگرال و دیفرانسیل حساب دادن توسعه به نیاز ما ،بنابراین دست در مشخصات قابل نظر این از که ،اولیه مقداردهی متغیرهای مانند ، فرضیاتی شده داده از هاگیری‌نتیجه کشی قرعه به ما بودن باید گیری‌نتیجه ما سپس ،درست هستند فرضیات ما همه اگر :حقیقت کنندمی حفظ را ... که هستند اعتماد کامپیوتر الف از حقیقی ملک هر شده داده ،آیا است سوال دشوار بیشتر زیاد الف .خب عنوان به درست جمله .دارد خود نتیجه عنوان به را ویژگی این که حسابی ما در استدلال یک کردن پیدا تواندمی ما ،برنامه .اعداد نظریه چارچوب در سوالاتی چنین از ای‌جنبه ساز مشکل کند روشن است ممکن بالا در (3) خبری

به ای‌زیرمجموعه الف کردن ترجمه ما .طبیعت در □□□□□□ هستند طراحی به قصد ما ها منطق یک ما به این .کندمی تبدیل نمادها از هایی‌رشته به را انگلیسی خبری جملات تمام از بزرگ کافی اندازه روی کنسانتره به ما دهدمی اجازه و جملات . دهدمی خبری جملات از کامل حال عین در اما فشرده رمزگذاری چنین از هایی‌توالی افزارهانرم یا هاسیستم مشخصات زیرا است مهم این . ما استدلال از مکانیک صرف ... چنین از دستکاری خودکار از :کندمی بیشتر را [زیر موارد ] امکان ،امر این .هستند خبری جملات قطعی بگیرید نظر در به است استراتژی ما . دهید انجام[1] به عشق فقط کامپیوترها که شغل الف ،مشخصات عنوان به جملات اظهاری

[1] کندمی ارضا پ برنامه کامپیوتر قطعی الف که کردن اثبات در :هاتلاش چنین در بودن ای‌دایره ،تلخ کمی ،قطعی الف است آنجا کندمی ارضا پ که اثبات الف کردن پیدا به کنید سعی س برنامه کامپیوتر دیگر برخی دهید اجازه است ممکن ما ،ملک شده داده الف می‌نظر به ما ها؟اثبات درست فقط کردن تولید از ملک ... کندمی ارضا س که ما هاتضمین جهانی بهداشت سازمان اما ملک؛ ... .کردن پسرفت نهایت بی یک به دویدن به رسد

جمله ... مانند ، □□□□□ □□□□□□ □□□□□ یا ، □□□□ بودن

.حتی است ۵ شماره »

□ ۳ □ □ ۲ □ □ ۱ □ اوقات گاهی یا ، . ..□□ □□ □□ □□ نمادها متمایز قطعی دادن اختصاص ما روش یک در .کنیم کدگذاری را تریپیچیده جملات توانیممی سپس و اتمی جملات این از یک هر به ... جملات اتمی ... شده داده ،مثال عنوان به . □□□□□□

□ : «هفته آخرین کشیقرعه ... شد برنده من».
□ : «بلیط کشیقرعه الف شده خریداری من».
□ : «هاکشیقرعه هفته آخرین شد برنده من».

:زیر قوانین ... به طبق جملات پیچیده بیشتر فرم تواندمی ما

**¬**: طور به یا 'هفته **.است « نشدم** برنده کشیقرعه در قبل دفعه من» بیانگر و $p$ . شودمی داده نشان با $p$ نفی هفته آخرین کشیقرعه ... شد برنده من که درست **نه** است «آن» معادل.

**∨**: درست است □□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ که ایالت به آرزو است ممکن ما □ و □ شده داده: خبری جمله این دادن نشان ما ها؛کشیقرعه هفته آخرین شد برنده من **یا** ،هفته آخرین کشی قرعه شد برنده من» ترکیب □□□□ p □ $r_2$ □□□□□□ . توسط $p$ $r$ و آن را

**∧**: آخرین' : $r$ و □ از □□□ □□□ شانس خوش بلکه ... دهنده نشان □ ∧ فرمول ... ،دوگانه صورت به هاکشیقرعه ... **و** کشیقرعه ... شد برنده من هفته.

**→**: خریداری من «**آنگاه** ،شدم برنده کشیقرعه در پیش یهفته **اگر** » یجمله ،ترناهمیتکم نه قطعاً اما ،آخرین است □ که دهدمی پیشنهاد ، $q$ و □ بین □□□□ □□□□□ □□□□□ یک کندمی بیان .بلیط کشیقرعه الف شده را $q$ و $p \to q$ فرض □□ $p$ □□ . [۳] اینکه برای □ → □ بنویس ما . □ از پیامد منطقی الف نامیممی آن □□□□□ .

ما ،مثال برای .مکرر طور به هاگزاره ساختن از قوانین اینها استفاده به عنوان تحت هستند ما ،دوره از گزاره ... فرم به موقعیت الف در الان هستند

□ پنجم □ چ → □ ∧ □

بالقوه ابهام یک متوجه است ممکن .« **نیستند** $q$ **یا** $r$ □□□□□ □ □□□□□ □□□□□ $q$ **و** $p$ **اگر** » یعنی که . **سپس** q **اگر و** مورد ... است پ ساختار ... ... جمله این که کرد استدلال توانمی .باشید شده خوانش این در در عنوان به ،هابراکت از درج به نیاز بود خواهد کامپیوتر الف (' .. :or) '...

( □ ∧ □ ) → (( چ □ ) پنجم □ )

[۲] معنای به همیشه **or** ،متن این در . **یا** ... **یا** عنوان به گفتمان .شود گرفته اشتباه طبیعی زبان در **یا** ضمنی اغلب معنای با نباید آن معنای □□□□□□ که هاایالت کدام □□ □□□□□□□ با مبهوت و گیج .باشد نباید و □□□□□□ □□ □□□ □□□□□ .دارد می نگه هابیانیه دو ... از □□□

[۳] نحوی به فرض این از □□□ □□□□ الف کندمی فرض ضمنی طور به اغلب '... **سپس** ... اگر از معنی زبان طبیعی □□□ ... هاایالت آن که حس ... در ،هرچند ،متفاوت ... کمی استلزام منطقی معنای .سازدمی ممکن را آن یجه دول باب پس ،کنند پرواز توانندمی پرندگان همه اگر» ،مثال برای .علّی رابطه هیچ بدون افتادن اتفاق است ممکن که □□□□□□ بین ارتباط .ندارد وجود ایشدهشناخته سببی یرابطه هیچ اما ،است درستی یجمله «.آمریکا متحده ایالات جمهور رئیس» «...هرگز مؤثر انتخاباتی مبارزات و هاپنگوئن پرواز هایمهارت.

است که ها براکت چنین از تکثیر الف توسط خاطر آزرده دریافت هاانسان ما ،حال این با ادعا این زدایی‌ابهام به نمادها این □□□□□□□□ های‌اولویت درباره هاکنوانسیون قطعی کردن اتخاذ ما چرا.

□□□□ → استلزام . بنددمی → از ترمحکم آخر مورد دو و ∧ و ∨ از ترمحکم را چ **۱.۳ قرارداد** دادن نشان □ → □ → □ $p$ شکل به عباراتی : دارد □□□□ □□ □□□□ □□□□□ $p \to (q \to \square)$.

## کسر طبیعی 1.2

، هاگزاره درباره استدلال برای انتگرال و دیفرانسیل حساب الف ساختن درباره برو ما دادن انجام چگونه به مانند بود خواهد ما که است واضح ؟۱.۲ و ۱.۱ هامثال از اعتبار ... کردن برقرار تواندمی ما که بنابراین شده داده گیری‌نتیجه الف کشی قرعه به ما دهدمی اجازه که از کدام هر قوانین از مجموعه الف باشند داشته محل از ترتیب قطعی الف

دادن اجازه آنها . □□□□□□ □□□□□ از مجموعه الف چنین باشند داشته ما ،کسر طبیعی در ما ، پیاپی قوانین اینها کردن اعمال توسط هافرمول دیگر از هافرمول □□□□ □□□□□□□ به ما محل از مجموعه الف از گیری‌نتیجه الف کردن استنباط است ممکن

$\varphi_1$ ، $\varphi_2$ ، $\varphi_3$ [۴] داریم هافرمول از ای‌مجموعه کنید فرض .کندمی کار چگونه این که ببینیم بیایید □□□□□ □□ آن ما که ، $\psi$ ،فرمول دیگری و ، □□□□□ بگیرید تماس اراده ما که ، □ $\varphi$ ، ... ، اعمال توسط و ،هافرمول بیشتر برخی دریافت که امیدواریم ،مقدمات بر اثبات قواعد اعمال با . نامیم‌می توسط دادن نشان ما نیت این گیری‌نتیجه ... آوردن بدست سرانجام تا ،ها آن به قوانین اثبات بیشتر کردن

$$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square} \blacktriangleright \psi.$$

تواندمی آن برای اثبات الف اگر □□□□□ است آن ; □□□□□□ الف شود می نامیده است بیان این □□ □□□ □□ □□ □

برای $\wedge$ □ ▶ □ □ □ متوالی ... دادن نشان به قادر باش کرد نخواهد ما که داشتن انتظار ما ،مثال دو اینها دانستن سپس ،فلز الف است نقره برای □ و .فلز الف است «طلا» برای هاغرفه □ اگر ،مثال نیست نقره که حالی در فلز یک است «طلا» که کردن استنباط به ما دادن اجازه نه باید حقایق.

از برو اراده ما مجموع؛ در آنها از پانزده درباره حاضر ما .قوانین اثبات ما در کن نگاه الان بیایید بخش این از پایان ... در کردن خلاصه سپس و نوبت در آنها طریق.

## 1.2.1 کسر طبیعی برای قوانین

**ربط حرف برای قوانین** و :( ) ربط حرف برای قاعده ... شود می نامیده است قاعده اول ما قبلاً داریم اینکه به توجه با $\psi$ ، □□□□□□ □□□□□□ □□ $\varphi$ تا دهدمی اجازه ما به .مقدمه عنوان به قاعده این بنویس ما .جداگانه $\psi$ و $\varphi$ شد گیری نتیجه

$$\frac{\varphi \qquad \psi}{\varphi \wedge \psi} \wedge i.$$

است ممکن) .نتیجه رودمی خط ... زیر در .کردن حکومت ... از محل دو ... هستند خط ... بالا دریافت به قوانین بیشتر کردن اعمال به باشند داشته است ممکن ما نباشد؛ ما استدلال نهایی نتیجه هنوز .«مقدمه-و» خواندن است من کردن؛ حکومت ... از نام ... بنویس ما ،خط ... از درست ... به (.آنجا .(محل در) از قبل کدام هیچ بود آنجا کجا (گیری نتیجه $\wedge$. در) الف شده معرفی داریم ما که اطلاعیه به قوانین بیشتر یا یکی و آن کردن معرفی به قوانین بیشتر یا یکی است آنجا ،هارابط $\wedge$ ... از کدام هر برای دو این هستند حذف-و برای قوانین آن بردن بین از:

$$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi} \wedge \text{ای } ۱ \qquad \frac{\varphi \wedge \psi}{\psi} \wedge \text{ای } ۲ \quad (۱.۱)$$

قاعده این کردن اعمال توسط سپس ، $\varphi \wedge \psi$ از اثبات الف باشند داشته شما اگر :گویدمی $\wedge e_1$ قاعده شما به اما ،گویدمی را همین ۲ ای . □□□□□□ □□□ □□ $\varphi$ برای اثباتی توانیدمی که است این قاعده اولین در :قوانین اینها از هاوابستگی ... کردن مشاهده . $\psi$ □ عوض در گیری‌نتیجه به دهدمی اجازه دقیق ... که حالی در ، فرض از پیوستگی اول ... مطابقت به دارد $\varphi$ گیری‌نتیجه ... ،(1.1) از ... :اطراف راه دیگر ... فقط است آن قاعده دوم ... در .ربطبی است $\psi$ پیوستگی دوم ... از طبیعت به مهم است آن فرمول هر باش توانیدمی $\varphi$ و $\psi$ پیوستگی دوم ... دادن مطابقت دارد $\psi$ گیری‌نتیجه . اثبات قوانین از کاربرد ... از قبل □□□□□ □□□□ از مهربان این در شدن درگیر

**مثال ۱.۴** اثبات برای قوانین این از بیایید $p$ □□□□□□□ □□□□□ $\wedge$ □□ □ $\wedge$ □ □ معتبر ... بنویس و شکاف الف ترک ما سپس محل؛ ... پایین نوشتن توسط شروع ما .است

گیری‌نتیجه:

□ ∧
□ □

□ ∧ □

اعمال توسط گیری‌نتیجه ... و محل ... بین شکاف ... کردن پر به است اثبات ... ساختن از وظیفه ما دادن ،فرض اول ... به ۲ ای کردن اعمال ما ،مورد این در .قوانین اثبات از توالی مناسب الف کردن ما !را آن معنی . □ □ ما دادن ، □ ،فرض دوم ... به و $q$ این به من کردن اعمال ما سپس □ این تولید ،خط کدام هر برای توجیه ... در بنویس و ،خطوط ... همه عدد معمولاً همچنین:

| | | |
|---|---|---|
| فرض | □ ∧ | ۱ |
| | □ | |
| فرض | □ | ۲ |
| ∧ e ۲ ۱ | □ | ۳ |
| ۳ من ∧ | □ ∧ | ۴ |
| ۲ □ | □ | |

□ ) که خود مالِ شما روی دادن نشان به کردن تلاش توسط این شد فهمیده شما که خودت به دادن نشان شده سازی‌نمونه باشد تواندمی $\psi$ و $\varphi$ ... که اطلاعیه معتبر است □□ □ ∧ □ ∧ □□ □□ ( □ کردیم اشاره نیز مرکب جملات به بلکه ،دادیم فقط ما مثال ... در □ و □ مانند ،جملات اتمی به فقط نه نمونه با ، ∧e1 اعمال با $p$ $q$ □□□□ □□□□□□□□ □□ $r$ توانیم‌می ( □ □ ) از ،بنابراین $r$ . به $\psi$ و $q$ ∧ $p$ به $\varphi$ سازی

الف باش واقع در بود خواهد بالا اثبات ... سپس ،کلمه واقعی معنای به قوانین اثبات اینها شده اعمال ما اگر این مانند ، □ و □ ∧ □ هابرگ و □ ∧ □ ریشه با درخت:

$$\dfrac{\dfrac{\square \wedge \square}{\square}\,\wedge e \qquad \square}{\square \wedge r}\,\wedge i$$

دیده عنوان به گرهااشاره از استفاده ... مستلزم که دادیم ارائه خطی صورت به را درخت این ما ،حال این با درخت اثبات واقعی ... کردن خلق نو از به دهید اجازه ما به گرهااشاره اینها بالا ۴ و ۳ خطوط در شده تمرکز ... روی باید فقط شما ترتیب این به .اثبات ارائه مسطح نسخه استفاده اراده ما ،متن این سراسر در .کاغذ از ورق الف روی درخت رشد حال در الف مناسب به چگونه روی نه ،اثبات الف کردن پیدا کنید

شما اگر بنابراین آن کردن اثبات از هاراه متفاوت بسیاری باش است ممکن آنجا ،معتبر است متوالی الف اگر ،شدن متوجه به چیز مهم .شدن منطبق نیست نیازی آنها ،دیگران از آن با تمرینات اینها به حل راه شما مقایسه ،خطوط تک تک بررسی با ،صحت برای □□□ □□□□□ توان‌می را فرضی اثبات هر که است ،هرچند .کردن حکومت اثبات آن از کاربرد معتبر ... برای ،بالا ... کنید شروع ... از

□□ □□□□□ □□□ و $\varphi$ فرمول بین تفاوتی هیچ ،شهودی طور به **مضاعف نفی قوانین**
جمله خودش $\varphi$ از کمتر چیز هیچ یک کندنمی بیان را این از بیشتر که ، $\varphi$ .□□□□□ □□□□

**نیست** باران کندمی آن که **نیست** درست است «آن»

گفتن از راه ساختگی بیشتر الف فقط .

.باردمی باران «آن»

اگر شیوه تر پیچیده این در واقعیت این ایالت به رایگان هستند ما '،باردمی باران «آن» دانستن ،برعکس نفی برابر دو برای مقدمه و حذف از قوانین آوردن بدست ما ،بنابراین .کردن آرزو ما:

$$\frac{\varphi}{\neg\neg\varphi}\ \text{ای}\ \neg\neg \qquad \frac{\varphi}{\neg\neg\varphi}\ \text{آی}\ \neg\neg$$

□□ چی □□

(.بعداً دیدن اراده ما که ،هم ،خود مال آن روی نفی مجرد برای قوانین هستند آنجا)

**مثال ۱.۵** اثبات ... از دارد را استفاده بیشتر از زیر در □ □ ( □ □ ) □ $p$ دنباله اثبات
دور بنابراین گرفت قرار بحث مورد قوانین:

| | | |
|---|---|---|
| فرض | □ | ۱ |
| فرض | ( □ ∧ □ ) چچ □ ) | ۲ |
| i1 چ چ | □ چ | ۳ |
| ای۲ چ چ | □ ∧ □ | ۴ |
| ∧ e₂ ۴ | □ | ۵ |
| □ ۳ من ∧ ۵ | □ ∧ □ چ | ۶ |

**مثال ۱.۶** بودند تو که □□ ∧ □□ ∧ □□ ∧ □□ |– □□ ( □ □ ) متوالی ... کردن ثابت الان ما
حل راه شما با زیر اثبات کنید مقایسه لطفا بخش آخرین ... در خودت توسط کردن ثابت به شده دعوت:

| | | |
|---|---|---|
| فرض | ∧ ( □ ∧ □ ) □ | ۱ |
| فرض | □□ ∧ □□ | ۲ |
| ∧ e₁ ۱ | □ ∧ □ | ۳ |
| ∧ e₂ ۳ | □ | ۴ |
| ∧ e₁ ۲ | □□ | ۵ |
| ∧ من ۴ □ ۵ | □ ∧ □□ | ۶ |

یکی و معرفی به قاعده یکی است آنجا در **استلزام حذف قانون**
است و منطق هاگزاره از قوانین شده شناخته بهترین ... از یکی است دومی آن بردن بین از به $\rightarrow$
،نام مدرن آن توسط آن بگیرید تماس معمولاً اراده □□ □□□□ نام لاتین آن توسط به شده داده ارجاع اغلب
،که هاایالت قاعده این .(پیکان حذف عنوان به به شده داده ارجاع نیز اوقات گاهی) دارد حذف بر دلالت
و دیفرانسیل حساب ما در . □ گیری‌نتیجه حق به است ممکن ما ، $\psi$ بر دارد دلالت $\varphi$ که دانستن و $\varphi$ شده داده
ما ،انتگرال

عنوان به این بنویس

$$\frac{\square\square \quad \square\square}{\psi \quad \psi} \rightarrow$$

که □□□□ فرض . کنیم توجیه q و p خبری جملات از هایی‌نمونه بیان با را قاعده این بیایید

□ : باران آن بارید.
مرطوب است خیابان ... سپس ،باران آن اگر : □ → □

که بدانیم □□□ و باریده باران که □□□□□□ اگر ،حال .«است خیس خیابان» یعنی فقط $q$ بنابراین
دو کنید ترکیب هم با را اینها است ممکن ما سپس ،باران آن که مورد ... در مرطوب است خیابان ...
ای ... از توجیه ... ،بنابراین .مرطوب واقع در است خیابان ... که گیری‌نتیجه به اطلاعات از قطعات
است نویسی‌برنامه از مثال دیگر یکی حِس رایج از کاربرد صرف الف است قاعده:

□ : از ارزش ... صحیح عدد یک است ورودی هابرنامه
□ → □ : اگر ... صحیح عدد یک است ورودی هابرنامه ،سپس یک برنامه مقدار بولی
(boolean) خروجی دهدمی .

ارائه صحیح عدد ورودی با اگر برنامه ما که گیری‌نتیجه به هم با این همه دادن قرار است ممکن ما ،دوباره
حضور ... که شدن متوجه که است مهم ،حال این با . دهدمی خروجی (boolean) بولی مقدار یک ،شود
$p$ است ممکن ما برنامه ،مثال برای .بیفتد اتفاق باید که استنتاجی ... برای ضروری کاملاً است □ از
اگر مثلاً – □ کردن برآورده نباشد اینطور اگر اما ، $q$ .□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□
$q$ . آوردن بدست برای قادر باش نه اراده ما سپس – خانوادگی نام الف است ورودی آن
هر به .کرد سازی‌نمونه e از توان‌می برای $\psi$ و $\varphi$ رسمی پارامترهای ،دیدیم قبلاً که همانطور
که آنهایی مرکب جمله از ،جمله:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $q$ فرضیه ∧ □ چ | |
| 2 | $p$ پنجم ч □ → □ ∧ □ چ | فرضیه |
| 3 | □ پنجم ч □ | ۱ □ ۲ ای → |

$p$ ، $p$ به توجه با ،مثال برای .کنیم استفاده بخواهیم که بار چند هر را قوانین این از یک هر توانیم‌می ،البته
$\rightarrow$ □ و □ $\rightarrow$ ( $q \rightarrow r$ )، توانیم‌می $r$ □□ □□□□□□□□ □□□□ :

| | | |
|---|---|---|
| 1 | □ → ( □ → □ ) | فرضیه |
| 2 | □ → | فرضیه $q$ |
| 3 | □ | فرضیه |
| 4 | □ → □ | ۳ □ ۱ ه → |
| 5 | □ | ۳ □ ۲ ه → |
| 6 | □ | ۵ □ ۴ ه → |

نام لاتین ... دارد که قاعده هیبریدی الف در کن نگاه بیایید ،مقدمه-دارد دلالت به چرخاندن از قبل کنید فرض .کندمی حذف را استلزام‌یک آن که در قاعده ای ... مانند است آن . □□□□ □□□□□ □ که گیری‌نتیجه به ای استفاده تواندمی ما ،باشد برقرار $p$ □□□ ،آنگاه .است برقرار $q$ □ □ $p$ غیرممکن است که ، □□□□□ □ □ □ □ □ که باشند داشته سپس ما ،بنابراین .دارد می نگه است □ که معنی فقط تواندمی این اما .نادرست باش باید □ که کردن استنباط است ممکن ما ،بنابراین .است درست .است ما خلاصه کردن این استدلال قانون به استدلال *modus tollens* یا به اختصار MT: [5]

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \text{ч}}{\psi \text{ چ } \varphi}$$ .تی ام

:تنظیم زبان طبیعی ... در قاعده این از مثال یک دیدن ما دهید اجازه ،دوباره

«□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□
□□□□□□□□ □□□. □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□
□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□.»

از اثبات کردن دنبال ... در **۱.۷ مثال**

□ چ ► □ چ □□ □ ( □ → □ ) □ □□

:دور بنابراین شده معرفی قوانین ... از چندین استفاده ما

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ → ( □ → □ ) | فرض |
| ۲ | □ | فرض |
| ۳ | □ چ | فرض |
| ۴ | □ → □ | ۲ □ ۱ ه → |
| ۵ | □ چ | ۳ □ ۴ تن |

[5] □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □ □□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□ قوانین سایر از بعداً را قانون این توانیم‌می ما عنوان به قاعده این از کردن فکر است ممکن شما هااثبات صاف و نرم خوشگل برخی دادن انجام به قبلاً ما دهدمی اجازه □□□□ .دارد بستگی آن که بر قوانین ترپایین سطح ... ذکر نه کندمی آن عنوان به آنجا تا سطح بالاتر الف روی یکی

:کنندمی ترکیب i ЧЧ یا e ЧЧ با را MT قاعده که دارد وجود اثبات مثال دو اینجا در **۱.۸ های‌مثال**

| | | |
|---|---|---|
| فرض | → □ چ □ | ۱ |
| فرض | □ چ | ۲ |
| ۲ □ ۱ تن | □ چ | ۳ |
| چ چ ای۳ | □ | ۴ |

و معتبر؛ است □ ▶ □ چ □□ → □ چ متوالی ... که کندمی ثابت

| | | |
|---|---|---|
| مقدمه | □ → Ч $q$ | 1 |
| فرضیه | $q$ | 2 |
| آی۲ چ چ | □ چ چ | 3 |
| ۳ □ ۱ MT | □ چ | 4 |

. □ چ ▶ □ □□ چ → □ متوالی ... از اعتبار ... دهدمی نشان

ها؛مثال اینها در متفاوت است تن و قوانین نفی برابر دو کردن اعمال از سفارش ... که باشید داشته توجه به کردن تلاش است یکی اعتبار که خاص دنباله ... از ساختار ... توسط شده رانده است سفارش این دادن نشان.

دادن نشان برای ما برای است ممکن آن شده ساخته تن قاعده **مقدمه بر دارد دلالت قاعده**
→ ▶ □ □□□□ $p$ اعتبار اما .است معتبر ▶ □ Ч □ → □ □□ $p$ اینکه
.چیز همان گفتن ،حس قطعی الف در ،است متوالی که .قبول قابل عنوان به فقط رسدمی نظر به □→□ Ч
رخ قبلاً نه دهندمی انجام که پیامدها □□□□ □□ که قاعده خیر باشند داشته ما دور بنابراین ،حال این با باشند داشته ما چه از درگیر بیشتر هستند حکومت الف چنین از مکانیک هااثبات ما در محل عنوان به دادن □ که کنیمی فرض ما بگذارید .توجه و دقت با دهید ادامه ما دهید اجازه بنابراین .دور بنابراین شده دیده

که کنید فرض □□□□□□ ما اگر .مورد است □ →
ما □ → □ کردن فرض ،بنابراین . □ چ کردن استنباط به تن استفاده تواندمی ما ،داردمی نگه □ چ
دادن نشان تواندمی

چ عنوان به □□□□□□ □□□ □□ اکسپرس ما دومی ... اما . □□□ $p$ Ч **بر دلالت** □ چ که
: □ چ → □ چ ▶ □ → □ برای استدلال یک شد پیدا باشند داشته ما ،کنم خلاصه . □ چ → □

| | | |
|---|---|---|
| فرض | □ → □ | ۱ |
| فرض | □ چ | ۲ |
| ۲ □ ۱ تن | □ چ | ۳ |
| ۳ – ۲ من → | چ → □ چ □ | ۴ |

ما چه . □ چ فرض موقت ... از محدوده ... کردن مرزبندی به کندمی خدمت اثبات این در جعبه به . □ چ از فرض ... ساختن بیایید :است گفتن هستند

قوانین دیگر موارد اعمال ادامه ما سپس بالا ... در □ ψ دادن قرار و جعبه الف باز ما ،این دادن انجام ، □ از فرض روی دارد بستگی هنوز این اما . □ آوردن بدست به مثال برای ،عادی عنوان به به ما دهدمی اجازه آن .من کردن اعمال آماده هستند ما ،نهایت در جعبه .ψ داخل رودمی آن بنابراین گفتن با این مقایسه □ فرض ... دارد □□ψ□→ دیگر خیر گیری‌نتیجه که اما ، □ گیری‌نتیجه هر آیا دارد بستگی نه کندمی جمله این از حقیقت .اروپایی هستندψ شما سپس ، هستند فرانسوی شما اگر که گیری‌نتیجه ... بنویس ما ،بنابراین .نه یا فرانسوی است کسی

جعبه بیرون □ψ →ψ

به □ از کردن فکر ما اگر داشتن انتظار بود خواهد یکی عنوان به همچنین کندمی کار این عدد مقدار یک دارد انتظار رویه ... که بگو توانستمی □ ،مثال برای .رویه یک □□□ الف عنوان عنوان به $y$ مقدار بولی الف بازده رویه ... که بگو است ممکن □ و ورودی عنوان به □□□□ صحیح صحیح عدد یک ورودی اگر :ضمانت-فرض ادعای یک به الان $q$ مقادیر □ از اعتبار .خروجی که حالی در رویه الف درباره درست باش تواندمی ادعا این .بود خواهد بولی مقدار یک خروجی ،باشد ورودی ... که مورد ... در تصادف یا چیزها غریب و عجیب کند محاسبه توانستمی رویه همان که □□□□□□ □□□ □□□□□ i حالا قاعده از استفاده با $q$ □ نمایش صحیح عدد یک نه است های‌زبان شده تایپ برای کامپایلرها از ساز و ساخت ... در موضوع مهم امر یک ، .□□□□□ نویسی‌برنامه .

است زیر شرح به عنوان به من → قاعده ... کردن فرموله ترتیب بدین ما:

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c}\varphi\\ \vdots\\ \psi\end{array}}}{\varphi \to \psi}\ \text{من}\to .$$

شما در . □ کنید ثابت سپس و $\varphi$ از فرض موقت الف ساختن ، $\psi$ $\varphi$ کردن ثابت به سفارش در :گویدمی آن نتیجه موقت و محل عنوان به مانند هایی‌فرمول دیگر ... از هر و $\varphi$ استفاده تواندمی شما ، $\psi$ از اثبات هاجعبه جدید باز یا هاجعبه لانه است ممکن هااثبات .دور بنابراین شده ساخته باشند داشته شما که هاگیری استفاده باش تواندمی هافرمول که درباره قوانین هستند آنجا .بسته شده باشند داشته که آنهایی قدیمی از بعد الف در اثبات الف در $\varphi$ فرمول الف استفاده فقط تواندمی ما ،کلی طور به . اثبات در امتیازها که در شده آن کندمی محصور که جعبه خیر اگر و نقطه که به □□□□ دهدمی رخ فرمول که اگر نقطه شده داده قبلاً بسته شده دارد $\varphi$ از اتفاق

□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ ... □□□□□ ... □□□□□□□□□□ □□ ... □□□□□ □□ باید که است معنی این به این ،استنتاجی روش برای □□□□ ... □□□□□ □□□□□□□ فرمول آخرین $\psi$ و اول ... با بود برابر $\varphi$ آن در که ، $\psi$ .□□□□ □□□□□ $\varphi$ با جعبه از بعد تطبیق مشابه داشتن نیاز اراده آنها و هاجعبه اثبات شامل قوانین اثبات دیگه تا دو برخورد اراده ما جعبه که از الگو .

**مثال ۱.۹** من → از استفاده با اثبات الف از مثال دیگری است اینجا:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | چ □ → چ | فرض |
| | □ | |
| ۲ | □ | فرض |
| ۳ | چ □ | آی۲ چ چ |
| ۴ | چ چ □ | ۳ □ ۱ تن |
| ۵ | □ → چ چ | ۴ – ۲ من → |
| | □ | |

که اطلاعیه □□□ ччچ → ▶ چ → چ □□ □ □ کندمی تأیید را دنباله اعتبار که خیر ،۴ خط در :جعبه ... بالا یا در دهدمی رخ هافرمول به تن قاعده ... کردن اعمال توانستمی ما ۳. یا ۱ خط کردن محصور بود خواهد که بسته شده دارد جعبه.

استدلال خطی تک ... بگیرید نظر در به آموزنده است آن نقطه این در

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ | فرض |

منطبق $\psi$ و $\varphi$ که امکان ... کندنمی منع ( $\psi$ $\varphi$ گیری نتیجه با) من▶قانون . □ $p$ دهدمی نشان که اثبات ... دادن گسترش است ممکن ما بنابراین . □ به شده سازی‌نمونه باش دو هر توانستمی آنها .شدن به بالا

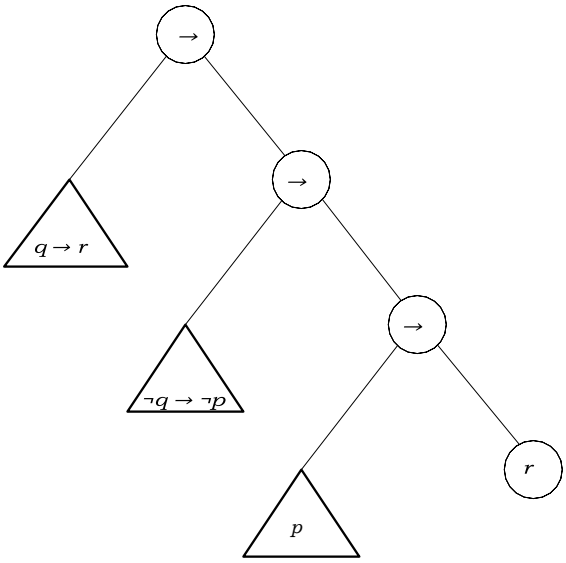
| | | |
|---|---|---|
| ۱ | $p$ | assumption |
| ۲ | □ → □ → i1 – ۱ | |

همه در محل هر روی ندارد بستگی $p$ $p$ برای استدلال اینکه بیان برای $p$ ▶ □ نویسیمی ما.

**تعریف ۱.۱۰** □□□□□ . هستند $\varphi$ ▶ متوالی معتبر با $\varphi$ هافرمول منطقی

**مثال ۱.۱۱** شده معرفی قوانین ... بیشترِ کندمی استفاده اثبات که قضیه الف از مثال یک است اینجا دور بنابراین:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | $q \to r$ | assumption |
| ۲ | ч$q$ → ч$p$ | assumption |
| ۳ | $p$ | assumption |
| ۴ | ччч$p$ | ччi3 |
| ۵ | ччч$q$ | MT 2, 4 |
| ۶ | $q$ | ччe5 |
| ۷ | $r$ | →e 1, 6 |
| ۸ | $p \to r$ | →i 3–7 |
| ۹ | (ч$q$ → ч$p$) → ($p \to r$) | →i 2–8 |
| 10 | ( □ → □ ) → (( چ □ → چ □ ) → ( □ → □ )) | → i ۱ – ۹ |




**۱.۱. شکل** فرمول ... از ساختار از قسمت $(q) \to \square) \to ((\square \to \square) \to (\square \to \square))$ ساختار اثبات ... کندمی تعیین آن چگونه دادن نشان به $((\square \to \square)$.

معتبر است $((\square \to \square) \to (\square \to \square) \to (\square \to \square)) \to (q \to \square)$ ► متوالی ... بنابراین است دیگری قضیه $((\square \to \square) \to (\square \to \square) \to (\square \to \square)) \to (q \to \square)$ که دهدمی نشان ،است.

**۱.۱۲ نکته** $\varphi_1 \square \varphi_2$ از دهیم تغییر را اثباتی هر توانیمی ما که دهدمی نشان مثال این ،واقع در شودمی تبدیل قضیه اثبات به ترتیب این به $\psi$ ► $\square \varphi_n \square \ldots$

$$\blacktriangleright \varphi_1 \to (\varphi_2 \to (\varphi_3 \to (\cdots \to (\varphi_n \to \psi)\ldots)))$$

به شده اعمال i → قانون ... از خطوط □ با اثبات قبلی «تقویت» توسط دهید سفارش که در $\varphi_1$ ،...،$\varphi_{n-1}$ ، $\varphi_n$.

،اول قوانین حذف از استفاده با از الگو الف کردن آشکار ۱.۱۱ مثال از اثبات ... در هاجعبه تو در تو گیری‌نتیجه نهایی ما ساخت به قوانین مقدمه سپس و ،شده ساخته باشند داشته ما فرضیات ساختارشکنی به فازها چنین چندین کردن شامل است ممکن اثبات دشوار بیشتر

... با بیا ما داد انجام چگونه که حالی در الف برای موضوع مهم این روی شدن ساکن ما بگذارید که حالی در ،باشند داشته ما هافرمول ... از ساختار ... توسط □□□□ هستند آن از قطعات بالا؟ اثبات )) ( □ □ ) از ساختار منطقی ... بگیرید نظر در . □□□□ باش به ما داشتن نیاز قطعات دیگر است فرمول .۱.۱ شکل در شده کشیده تصویر به شهاتیک صورت به ((□ □ ) ( □ □ به راه فقط ... اما .۱.۱ شکل در درخت از ریشه ... است که آنجایی از ضمنی دلالت یک کلی طور به یعنی توسط است ضمنی دلالت یک ساختن

داشته و (۱ خط) چنین عنوان به دلالت که از فرض ... ایالت به نیاز ما ،بنابراین من قاعده ... از که دانیمی آنگاه ،شدیم کار این انجام به موفق اگر ما اگر .(9 خط) گیری‌نتیجه آن دادن نشان به باشند است راهی تنها این ،کردیم اشاره قبلاً که همانطور ،واقع در .برسانیم پایان به ۱۰ خط در را اثبات چگونه ساختار ... توسط مصمم کاملاً هستند ۱۰ و ۹ ،۱ خطوط اساساً بنابراین .برسانیم پایان به را آن توانستیم‌می که فرمول ... ،دوباره اما .۹ و ۱ خطوط بین های‌شکاف کردن پر به را مسئله ما ،این بر علاوه فرمول؛ ... از فرض آن کردن فرض :آن دادن نشان از راه یکی فقط باشند داشته ما بنابراین ،دلالت یک است ۹ خط در بدست زیر رابطه از ۹ خط ،قبل مانند دهید؛ نشان ۸ خط در را آن نتیجه به کردن تلاش و ۲ خط در فرض به باشند داشته ما ،بنابراین .ضمنی دلالت دیگری هنوز است ۸ خط در □ $p$ فرمول .i .آیدمی در نتیجه نظر مورد □ کندمی تولید من سپس ،۷ خط در □ دادن نشان به امید و ۳ صف در □ کنید ۸.خط

خطوط در فرض سه ... از استفاده با ، □ داین نشان ما تواندمی چگونه :این است الان سوال مانده باقی □□□□□□□□□ $r$ □□ $q$ دلالت ما .اثبات این از بخشی خلاق ... است ،این فقط و ،این ؟۳-۱ توانستمی چگونه بنابراین □ داشت ما فقط اگر (e از استفاده با) □ دریافت به چگونه بدانید و ۱ خط در ما دادن بود خواهد که ،حکومت تن ... برای الگو الف شبیه تقریباً ۳ و ۲ خطوط ،خب ؟ □ دریافت ما طریق از ۶ خط در سرعت به‌نیومی ... ؛۵ خط در □

ندارد تن برای الگو ... ،حال این با . کندمی تغییر $q$ به e

به است این اما . □ از دارد نیاز به عوض در آن که آنجایی از ،دور درست مطابقت راحتی

۴.خط در طریق از شده انجام

،شود داده نشان است قرار که فرمولی ... از ساختار منطقی ... که است بحث این از اخلاقی در شما ارزش قطعاً است آن و دهدمی شما به احتمالی اثبات یک ساختار مورد در زیادی اطلاعات بخش این دادن پایان از قبل هادنباله اثبات برای کردن تلاش در اطلاعات که سوءاستفاده به که حالی ... شامل همچنین زمان این) هامثال بیشتر برخی در کن نگاه بیایید ،دلالت برای قوانین ... روی (ربط حرف برای قوانین.

متوالی ... از اعتبار ... کردن ثابت تواندمی ما ،من ∧ قاعده ... از استفاده با **۱.۱۳ مثال**

□ ∧ □ → □ ▶ □ → ( □ → □ ):

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ∧ □ → □ |
| ۲ | فرض | □ |
| ۳ | فرض | □ |
| ۴ | ۳ □ ۲ من ∧ | □ ∧ □ |
| ۵ | ۴ □ ۱ ه → | □ |
| ۶ | ۵ – ۳ من → | □ → □ |
| ۷ | ۶ – ۲ من → | □ → ( □ → □ ) |

از «گفتگو» ... که دهیم نشان توانمی ما ، ۲ ای و ۱ ای قوانین حذف دو ... از استفاده با **۱.۱۴ مثال**
هم ،معتبر است بالا متوالی ...:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ → ( □ → □ ) | فرض |
| ۲ | □ ∧ □ | فرض |
| ۳ | □ | ∧ e ۱ ۲ |
| ۴ | □ | ∧ e ۲ ۲ |
| ۵ | □ → □ | → ه ۱ □ ۳ |
| ۶ | □ | → ه ۵ □ ۴ |
| ۷ | □ ∧ □ → □ | → من ۲ – ۶ |

به (□ → □) ▶ □ → □ ∧ □ و □ → □ ∧ □ ▶ ( □ → □ ) □ از اعتبار
ما .دیگر ... از کنیم ثابت را یکی توانیممی که معنا این به هستند معادل فرمول دو این که است معنی این
توسط این دادن نشان

□ ∧ □ → □ ه▶ □ → ( □ → ر ) . *(r)*

می ▶ه از نمونه هر که مشاهده ما ، ▶ از درست ... به فرمول یکی فقط باش تواندمی آنجا که آنجایی از
دیگر کدام هر به هافرمول □□ بودن مربوط فقط تواند.

برای قوانین .است شده آورده ،کندمی استفاده حذف □ مقدمه از که اثباتی از مثالی اینجا در **۱.۱۵ مثال**
: □ ∧ *r* → *q* ∧ □ ▶ □ → □ متوالی ... از اعتبار ... دهدمی نشان آن ربط؛ حرف

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ → □ | فرض |
| ۲ | □ ∧ □ | فرض |
| ۳ | □ | ∧ e ۱ ۲ |
| ۴ | □ | ∧ e ۲ ۲ |
| ۵ | □ | → ه ۱ □ ۳ |
| ۶ | □ ∧ □ | ∧ من ۵ □ ۴ |
| ۷ | □ ∧ □ → □ ∧ □ | → من ۲ – ۶ |

مورد ربط حرف برای آن از روح در متفاوت هستند انفصال برای قوانین **انفصال برای قوانین**
الف از پیوند الف اما چیز هیچ اساساً هستند *ψ φ* از اثبات :واضح و مفید و مختصر بود ربط حرف برای
، حال این با از مورد ... در .من فراخواندن خط اضافی یک علاوه به ، *ψ* از اثبات یک و *φ* از اثبات
حذف از ترآسان آنها درک دور توسط است هاگسست از □□□□ ... که بیرون هانوبت آن هاگسست
' که کردن استنباط تواندمی ما *φ* فرض ... از ۲ من و ۱ من کنیممی شروع قوانین با بنابراین .آنهاست
بدانید قبل از ما برای ،است برقرار ' *ψ* **یا** *φ*

همان توسط . □ از انتخاب هر برای معتبر است استنباط این که باشید داشته توجه .دارد می نگه $\varphi$ که می کار استنباط آن ،مشابه طور به . □ باشند داشته قبلاً ما اگر ' $\psi$ **یا** $\varphi$ ' گیری‌نتیجه است ممکن ما ،نشانه قوانین اثبات ... در رسیدن ما ،بنابراین . □□ از انتخاب هر برای کند

$$\frac{\varphi}{\varphi \text{ پنجم } \psi}\ \forall \text{ من } ۱ \qquad \frac{\psi}{\varphi \text{ پنجم } \psi}\ \vee \text{ من } ۲.$$

جمله دهنده نشان □ و .۱۹۹۶ در مدال طلا الف شد برنده آغاسی برای هاغرفه □ اگر بنابراین از نظر صرف ،درست است □ زیرا مورد ... است □ □ سپس .۱۹۹۶ در ویمبلدون شد برنده آغاسی ایجاد برای که دارد بستگی فرضیاتی به فصل شده ساخته ... ،طبیعتاً .نادرست است □ که واقعیت ... از □□□ □□□□ □□□□ □□□□ $q$ یا $p$ یعنی آن به مربوط فصل .

□□□□□□□ $\varphi$ شکل به فرمولی از توانیمی چگونه .بگیریم نظر در را یا حذف بیایید حالا □□□□ □□□ □□ □□ □□□ به است اصل کردن هدایت ما ،دوباره اثبات؟ الف در $\psi$ □□□□□ استدلال ما در شده استفاده باش است ممکن دومی ... که بنابراین دهنده تشکیل اجزای اساسی آنها به فرضیات برخی دادن نشان به خواهیمی ما که کنید تصور ما بگذارید گیری‌نتیجه نظر مورد ما رندر آنها که چنین داشته ما ،درست است $\psi$ و $\varphi$ از کدام بدانید نکن ما که آنجایی از . □ $\varphi$ کردن فرض توسط □□ گزاره استدلال یکی به کردن ترکیب به نیاز ما که هااثبات جداگانه □□ دادن به باشند:

1. □□ . از اثبات الف با بالا بیا به باشند داشته و درست است $\varphi$ کنید فرض ما ،اول
2. خب عنوان به □□ از اثبات الف دادن به نیاز و درست است $\psi$ کنید فرض ما ،بعدی.
3. □□□□□□□ $\vee\ \psi$ درستی از □□ $\chi$ توانیمی ،اثبات دو این به توجه با $\varphi$ □□□□ ، □□□□ از آنجایی که تحلیل ما موردی است بالا جامع و کامل.

است زیر شرح به عنوان به $\vee$ e قانون ... بنویس ما ،بنابراین:

$$\frac{\varphi \vee \psi \quad \boxed{\begin{matrix}\varphi\\ \cdot\\ \chi\end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix}\psi\\ \cdot\\ \chi\end{matrix}}}{\chi}\ \vee ۵.$$

$$\chi$$

می ما – $\psi$ کنید فرض ما یا $\varphi$ کنید فرض ما آیا ماده خیر – و درست است $\psi$ یا $\varphi$ اگر :که گفتن است آن بیایید . □□□ هر به کردن استنباط به عنوان تحت هستند ما سپس ، □□ از اثبات الف دریافت تواند معتبر است □ پنجم □ ► □ پنجم □ که اثبات الف در کن نگاه:

| | |
|---|---|
| ۱ | ۲ فرض □ پنجم □ |
| ۳ | |
| ۴ | |
| ۵ | |
| ۶ | ۵ – ۴ □ ۳ – ۲ □ ۱ ای وی □ پنجم □ |

.کردن حکومت ای وی ... دادن درخواست درباره باشید داشته یاد به به نیاز شما نکات برخی هستند اینجا

- ) موارد دو ... از یک هر در هاگیری‌نتیجه ... که مطمئن ساختن به باشند داشته ما استدلال صدا الف باش به آن برای فرمول همان ... واقع در هستند (قاعده ... در □□
- موارد دو ... از هااستدلال ... از کردن ترکیب ... ∨ست ای قاعده ... توسط شده انجام کار یکی به.
- دارد که چیزی است آن اینکه مگر ،مورد دیگر ... از فرض موقت ... استفاده نه است ممکن شما مورد کدام هر در شد آغاز هاجعبه مورد آن از قبل شده داده نشان شده قبلاً.
- ... که در خط ... :چیزها سه هالیست ۶ خط در ∨ه قانون از فراخوان (۵-۴ و ۳-۲) موارد دو ... برای هاجعبه دو ... از مکان ... و ،(1) شودمی ظاهر انفصال.

ما سپس ،فرض یک یا فرض یک عنوان به فقط دهدمی رخ آن کجا استدلال یک در $\varphi\vee\psi$ استفاده ما اگر دو ... از یکی که بدانید نکن ما اما ، $\psi$ یا ، $\varphi$ دانستن ما :اطلاعات از مبلغ قطعی الف شده گم هستند □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ $\psi$ یا $\varphi$ احتمال دو از یک هر برای باید ما ،بنابراین .است آن . نویسی‌برنامه های‌زبان بیشترین در شد پیدا بیانیه اگر یا مورد الف از رفتار ... شبیه این ؛ □□□□

که کنید ثابت ما .است شده آورده نکات این کردن روشن برای ترپیچیده مثال یک اینجا در **۱.۱۶ مثال** دنباله $q$ → □ ► □ پنجم □ → □ پنجم □ :است معتبر

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ → □ |
| ۲ | فرض | □ پنجم □ |
| ۳ | فرض | □ |
| ۴ | ۳ ۱ ششم | □ پنجم □ |
| ۵ | فرض | □ |
| ۶ | ۵ □ ۱ ه → | □ |
| ۷ | ۶ ۲ من ششم | □ پنجم □ |
| ۸ | ۴ — ۳ □ ۲ ای وی □ ۵ — ۷ | □ پنجم □ |
| ۹ | ۸ — ۲ من → | □ → □ پنجم □ پنجم |

کاربرد بنابراین ،هستند منطبق ۸ و ۷ ،۴ سطرها در هاگزاره که باشید داشته توجه مشروع است ای وی

.۲ آی وی و ۱ ششم ،ای وی قوانین ... استفاده که هااثبات مثال بیشتر برخی دادن ما

**۱.۱۷ مثال** دنباله اعتبار اثبات ( $pq$ ∨ ) ∨ $rp$ ► ( $q\vee r$ ∨ ) تعجب کمال با : است زیر □□ □□□□

که آنجایی از ،انتظار مورد باش به است این اما .پیچیده ظاهراً و طولانی

□ ، □ دهنده تشکیل اجزای اتمی آن به بالا □ پنجم ( □ پنجم □ ) استراحت قوانین حذف ...
( □ پنجم □ ) پنجم □ فرمول ... بالا شده ساخته سپس قوانین مقدمه ... که حالی در ، □ و .

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $r$ فرضیه پنجم ( □ پنجم □ ) | |
| 2 | فرض ( □ پنجم □ ) | |
| 3 | $p$ فرض | |
| 4 | ۳ ، ششم ( □ پنجم □ ) پنجم □ | |
| 5 | $q$ فرض | |
| 6 | ۵ ، آی وی □ پنجم □ | |
| 7 | ۶ ، ۲ ، ششم ( □ پنجم □ ) پنجم □ | |
| 8 | ۷ – ۵ □ ۴ – ۳ □ ۲ ای وی ( □ پنجم □ ) پنجم □ | |
| 9 | $r$ فرض | |
| 10 | ۹ ، آی وی □ پنجم □ | |
| 11 | ۱۰ ، ۲ ، ششم ( □ پنجم □ ) پنجم □ | |
| 12 | ۱۱ – ۹ □ ۸ تا ۲ □ ۱ ای وی ( □ پنجم □ ) پنجم □ | |

حروف از بیش کردن توزیع هاگسست آن بدانید است ممکن شما ،نظریه مدار یا ،جبر بولی از **۱.۱۸ مثال**
:اثبات کردن دنبال کسر طبیعی صورت به این کردن ثابت به قادر الان هستند ما ربط

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ∧ ( □ پنجم □ ) |
| ۲ | ∧ e ۱ | □ |
| ۳ | ∧ e ۲ ۱ | □ پنجم □ |
| ۴ | فرض | □ |
| ۵ | ∧ من ۲ □ ۴ | □ ∧ □ |
| ۶ | ۵ ، ششم | □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) ∧ □ ) |
| ۷ | فرض | □ |
| ۸ | ∧ من ۲ □ ۷ | □ ∧ □ |
| ۹ | ۸ ، من ششم | □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) ∧ □ ) |
| ۱۰ | ۶ – ۴ □ ۳ ای وی □ ۷ – ۹ □ | □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) ∧ □ ) |

تو و ( □ ∧ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) ► ( □ پنجم □ ) ∧ □ متوالی ... از اعتبار ... کندمی تأیید
( □ ∧ □ ) ► □ ∧ ( □ ∧ □ □ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) «عکس» از اعتبار ... دادن نشان به شده تشویق .هستی
( $qVr$ خودت .

که فرمول الف با جعبه الف گیری‌نتیجه به ما دادن اجازه به سفارش در نیاز مورد است قاعده نهایی الف
متوالی ... بگیرید نظر در .اثبات ... در زودتر شد ظاهر قبلاً دارد
► □ → ( □ → □ )، که اعتبار عنوان به کرد ثابت باش است ممکن است زیر شرح به عنوان به:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ |
| ۲ | فرض | □ |
| ۳ | ۱ کپی | □ |
| ۴ | ۳ – ۲ من → | □ → □ |
| ۵ | ۴ – ۱ من → | □ → ( □ → □ ) |

،مثال این در این دادن انجام باید ما .کنیم تکرار دانیم‌می قبل از که را چیزی دهدمی اجازه ما به «کپی» قانون
هافرمول کپی به ما دهدمی حق قاعده کپی . ⊢با داخلی جعبه ... پایان ما که کندمی ایجاب من قاعده ... زیرا
.است شده بسته قبلاً دارد جعبه که فرضیات موقت روی دارد بستگی آنها اینکه مگر ،آن از قبل شد ظاهر که
هر یا مقدمات از استفاده آزادی برای به قیمت کوچک الف است قاعده اضافی این ،ظرافت‌بی کمی الف اگرچه
. بپردازید هزینه ،بار یک از بیش ،دیگری «مشاهده قابل» فرمول

هر شده دیده ایهنکرده را کاین ما اما ،ه و من ایم‌دیده را قوانین ما **نفی به مربوط قوانین**
این . □□□□□ از مفهوم ... کردن شامل قوانین این هانفی مجرد بردن بین از یا کردن معرفی که قوانین
بنابراین و ،استنباط ... درباره نگران است استدلال ما که آنجایی از انتظار مورد باش به است انحرافی مسیر
توجه با ، $\varphi$ کردن استنباط از راه مستقیم الف باش تواندنمی آنجا ،رو این از حقیقت از ، نگهداری ...
به $\varphi$ .

**۱.۱۹ تعریف** $\varphi$ شکل به عباراتی هاتناقض $\varphi \wedge$ یا $\varphi \wedge$
باشد فرمولی هر تواندمی $\varphi$ آن در که ، □□□□□ $\varphi$.

□ هستند تناقضات چنین از هامثال □ ، ( □ ∧ □) ( □ → □ ) و ( □ ∧ □) ( □ → □ ) ∨ □
حقیقت به که آنجا تا .هستند منطق در مهمی بسیار مفهوم تناقضات .( $q$ □□ → □□ ) ∨ ( □ ∧ □□ → □ )
اثبات را [روایی یا] اعتبار بتوانیم باید ما که معناست بدان این هستند؛ معادل همه ... آنها ،شودمی مربوط
کنیم

( چ ∧ ( □ → □ ) ►ه ( □ → □□ پنجم □ ) ∧ ( □ → □□ پنجم □ ) چ
□ → □ ) (1.2)

باشند داشته ما که وقتی ،بعداً این کردن ثابت به قادر باش ما .تناقضات هستند طرف دو هر که آنجایی از
.نفی برای قوانین ... شده معرفی
می فرمول □□ ،واقع در ؛ تناقضات از شده مشتق باش تواندمی تناقضات که فقط نه است آن ،واقع در
باش تواندمی این .تناقض الف از شده مشتق باش تواند

استدلال ... کردن تایید ما باید چرا آن؛ برخورد اول شما زمانی چه کننده گیج
کجا ، □ ► □ چ Λ □

پنیر سبز از شده ساخته است ماه : □

پیتزا من روی بیرونی مانند من : □.

... از اساسی قانون با دادن انجام به چیزی هر باشند داشته ندارد پیتزا در مزه ما که گرفتن نظر در با طبیعی استنتاج ،وجود این با . رسدمی نظر به پوچ است ممکن تایید یک چنین ،آن از صورت ... روشن ماه؟ این شودمی باعث آن بنابراین و تناقض الف از شده مشتق باش تواندمی فرمولی هر که دارد را ویژگی این ممکن ما که چیزهایی ... همه ما گویدمی که است گیری موضع این گیردمی آن دلیل .معتبر استدلال اهمیتی فرآیند این از چپ ... به►هافرمول ... کنید فرض تواندمی ما که شده ارائه ،کردن استنباط است به مطابقت تواندمی ما که مزیت ... حداقل در ... این .خیر یا هستند معنادار فرضیاتی چنین آیا که دهدنمی همه اگر :جداول حقیقت از استفاده با توسط بعداً کردن رسمی ما که معنایی شهودهای روی بر مبتنی ها چک ،خاص طور به در .خب عنوان به «درست»►محاسبه باید گیری‌نتیجه ... سپس ،«درست» به محل محاسبه ... .نادرست (همیشه) است محل ... از یکی که مورد ... در محدودیت الف نه است این

از استفاده با ما انتگرال و دیفرانسیل حساب در چیزی هر که کند ثابت تواندمی که واقعیت این ⊥ پایین از حذف .است شده کدگذاری ،اثبات قانون:

$$\frac{\bot}{\varphi}\bot^{\circ}.$$

شودمی کدگذاری حذف عدم اثبات قانون توسط ،است تناقض یک ی‌دهنده‌نشان خود ⊥ که واقعیت این:

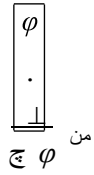
$$\frac{\varphi \quad \text{ч}\,\varphi}{\bot}\neg^{\circ}.$$

**مثال ۱.۲۰** که دادن نشان به قوانین اینها کردن اعمال ما $\text{ч}p \vee q \mid\!- p \to q$ است : □ □ □ □ □

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | □ پنجم □ چ | | | |
| ۲ | ч$p$ | premise | $q$ | premise |
| ۳ | $p$ | assumption | $p$ | assumption |
| ۴ | $\bot$ | ч$e$ 3, 2 | $q$ | copy 2 |
| ۵ | $q$ | $\bot e$4 | $p \to q$ | $\to$i 3−4 |
| ۶ | $p \to q$ | $\to$i 3−5 | | |
| ۷ | □ → □ | | ۲ □ ۱ ای وی<br>− ۶ | |

توسط سمت شده کشیده هستند ه∨ برای هاجعبه اثبات ... ،مثال این در ،چگونه اطلاعیه آن دادن انجام شما راه که ماده ندارد آن .دیگر کدام هر از بالا روی از جای به سمت

از ایالت متناقض الف به ما شودمی که داریم فرضی کنید فرض ،خب چطور؟ هانفی معرفی مورد در شهود این .نادرست باش باید آن بنابراین درست؛ باش تواندنمی ما فرض سپس . ما شودمی یعنی ،امور ч i: اثبات قاعده مبنای ... است




**ч ► □ چ → □ □□ بعدی → $p$ که دهیممی نشان و گیریممی کار به را قوانین این ما ۱.۲۱ مثال** است معتبر $p$:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ → □ | فرض |
| ۲ | □ → چ | فرض |
| ۳ | □ | |
| ۴ | | |
| ۵ | | |
| ۶ | | |
| ۷ | □ چ | ۶ – ۳ من |

... دادن نشان ،مثال دوم الف است اینجا .کردن حکومت من ... از کار ... همه حاوی ۶–۳ خطوط فرضیه تنها عنوان به فرمول متناقض با ، □ □ □ ،متوالی الف از اعتبار:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ مقدمه □ چ → □ | |
| ۳ | | |
| ۴ | | |
| ۵ | □ چ | ۴ – ۲ آی چ |

،معتبر است □ چ –| □ چ □□ □ ( □ → □ ) → □ متوالی ... که کردن ثابت ما **۱.۲۲ مثال**

قاعده تن ... از استفاده با بدون:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ → ( □ → □ ) | فرض |
| ۲ | □ | فرض |
| ۳ | □ چ | فرض |
| ۴ | □ | فرض |
| ۵ | □ → □ | ۲ □ ۱ ه → |
| ۶ | □ | ۴ □ ۵ ه → |
| ۷ | ⊥ | ۳ □ ۶ ای چ |
| ۸ | □ چ | ۷ – ۴ من |

شده کدگذاری باش توانمدی که ،۱.۲ و ۱.۱ هامثال از استدلال ... به بازگشت ما ،نهایت در **۱.۲۳ مثال** متوالی ... توسط بالا □ □ □□ □□ □□□ □ $q \wedge$ □ کنیم ثابت اکنون .اعتبار:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ ∧ چ □ → □ | فرض |
| ۲ | □ چ □ | فرض |
| ۳ | □ | فرض |
| ۴ | □ چ | فرض |
| ۵ | □ ∧ چ □ | ۴ □ ۳ من ∧ |
| ۶ | □ | ۵ □ ۱ ه → |
| ۷ | ⊥ | ۲ □ ۶ ای چ |
| ۸ | □ چ چ | ۷ – ۴ من |
| ۹ | □ | ۸ای چ چ |

## 1.2.2 قوانین شده مشتق

نه است آن که شده ذکر ما ،(MT) □□□□ □□□□□ قاعده اثبات ... کردن توصیف زمانی چه ... است اینجا .قوانین دیگر ... از برخی از شده مشتق باش توانمدی اما ،کسر طبیعی از قاعده بدوی الف از اشتقاق

$$\frac{\varphi \to \psi \quad \text{چ} \quad \psi}{\text{چ} \quad \varphi}\ \text{تن}$$

من و ای چ ،ه → از :

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\varphi \to \psi$ | مقدمه |
| 2 | $\psi$ ч | قضیه |
| 3 | $\varphi$ فرض | |
| 4 | $\psi$ | → e ۱ □ ۳ |
| 5 | $\bot$ | ۲ □ ۴ ه چ |
| 6 | $\varphi$ چ | ۵ – ۳ من چ |

،ای از ترکیب این توسط تن از . کنیم جایگزین را کاربردها و برگردیم فصل این های‌اثبات به توانیم‌می اکنون نظر در (ماکرو یک یا) اختصار یک‌به‌عنوان به‌یوا MT که است راحت است آن ،حال این با .من و ای .بگیریم

قاعده ... برای داردمی نگه همان

$$\frac{\varphi}{\varphi \square \text{چ}}\ \text{من}$$

است زیر شرح به عنوان به ،ای چ و من قوانین ... از شده مشتق باش تواندمی آن:

| | | |
|---|---|---|
| | $\varphi$۱ | قضیه |
| ۲ | $\varphi$ч | assumption |
| ۳ | $\bot$ | ч$e$ 1, 2 |
| ۴ | $\varphi$ چ چ | ۳ – ۲ آی چ |

هیچ ،حال این با . بنویسید توانست‌می ما که قوانین شده مشتق چنین بسیاری (نامحدود طور به) هستند آنجا خواهد گرایان‌اصول برخی و کنیم؛ گیر پا و دست و حجیم را خود انتگرال و دیفرانسیل حساب که ندارد ای‌فایده چنین نکن ما .دیگر کدام هر از هستند مستقل که همه ،قوانین از مجموعه حداقل الف به چوب باید ما که بگو بود .هستند مفید بسیار کنیم‌می معرفی اکنون که ای‌شده مشتق قانون دو ،واقع در اصول پیرو الف بگیرید را چیزی ارزش است آن بنابراین ،شوندمی ظاهر مرتباً آنها ،طبیعی استنتاج در تمرینات انجام هنگام که شد خواهید متوجه قوانین اثبات بدوی ... از اشتقاق آن ، دومی ... از مورد ... در .قوانین شده مشتق عنوان به هانام آنها دادن .است بدیهی خیلی نه است

به کاهش» یعنی آن ( *reductio ad absurdum*) □□□ □□□□□ □□□ نام لاتین ... دارد یکی اول .(کوتاه برای PBC) نامیم‌می □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ سادگی به را آن ما و «پوچی □□□□□□□□ □□ $\varphi$ دارند حق ما سپس ،تناقض الف آوردن بدست ما $\varphi$ از اگر :گویدمی قاعده □□□□ :

$$\frac{\begin{array}{c}\varphi\text{ч} \\ \vdots \\ \bot\end{array}}{\varphi}\ \text{سی بی پی}$$

است سرنخی این . متفاوت جای الف در است نفی ... که جزیه ،من به مشابه بلکه رسدمی نظر به قاعده این باشند داشته ما کنید فرض .کنیم استخراج خود اساسی اثبات قوانین از را PBC چگونه اینکه برای به و $\varphi \to \bot$ ч اثبات در این کردن تبدیل تواندمی ما ،من $\to$ توسط . □□ چ از $\bot$ از اثبات الف کنید عمل زیر ترتیب:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | $\varphi \to \bot$ چ | شده داده |
| ۲ | $\varphi$ چ | فرض |
| ۳ | $\bot$ | ۲ □ ۱ ه $\to$ |
| ۴ | $\varphi$ □ چ | ۳ – ۲ من |
| ۵ | $\varphi$ | ای۴ چ چ |

.чч و ای ،من ч،من از شده مشتق باش تواندمی سی بی پی که دهدمی نشان این هااثبات در استفاده برای بیشتر ... مسلماً است بخش این در بگیرید نظر در ما قاعده شده مشتق نهایی و زمان کندمی ذخیره اغلب کاربرد آن بنابراین ،است پیچیده و طولانی نسبتاً آن استخراج زیرا ،است مفید ... است نام انگلیسی ... ; □□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ ،نام لاتین الف دارد همچنین آن .تلاش $\varphi$ چه هر :درست است $\varphi$ $\varphi$ که گویدمی سادگی به آن .اختصار به لم یا ،وسط شده مستثنی ... از قانون سوم خیر است آنجا .است درست است $\varphi$ ،مورد دومی ... درنادرست؛ یا درست یا باش باید آن ،است ضمنی آن اعتبار .است معتبر $\varphi$ $\varphi$ دنباله :( □□□ □□□ □□□ □□□ □□□ رو این از) امکان ۱ □ □ if ' :نویسیدمی نویسیبرنامه زبان یک در یا if دستور یک که زمان هر ،مثال برای ،است هرگز □ و $B$ اینکه و) است درست همیشه □ که است واقعیت این بر متکی ' ۲ □ دیگری شودمی مشتق که کسر .است شدهارائه طبیعی زبان به اثباتی اینجا در .{باشددرست همزمان} تواندنمی : اولیه اثبات قوانین از وسط شده مستثنی ... از قانون ...

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | چ ( $\varphi$ پنجم چ $\varphi$ ) | فرض |
| ۲ | $\varphi$ | فرض |
| ۳ | $\varphi$ چ پنجم $\varphi$ | ۲ ۱ ششم |
| ۴ | $\bot$ | ۱ □ ۳ ای چ |
| ۵ | $\varphi$ چ | ۴ – ۲ من |
| ۶ | $\varphi$ چ پنجم $\varphi$ | ۵ ۲ من ششم |
| ۷ | $\bot$ | ۱ □ ۶ ای چ |
| ۸ | چچ ( $\varphi$ پنجم چ $\varphi$ ) | ۷ – ۱ من |
| ۹ | $\varphi$ چ پنجم $\varphi$ | ای۸ چ چ |

**مثال ۱.۲۴** معتبر است □ پنجم □ چ ▶ □ → □ که دادن نشان ما ،لِم از استفاده با:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ → □ |
| ۲ | لم | □ چ<br>□ پنجم |
| ۳ | فرض | □ چ |
| ۴ | ۳ ۱ ششم | □ چ<br>□ پنجم |
| ۵ | فرض | □ |
| ۶ | ۵ □ ۱ ه → | □ |
| ۷ | ۶ ۲ من ششم | □ چ<br>□ پنجم |
| ۸ | ۴ — ۳ □ ۲ ای وی<br>۷ — ۵ □ | □ چ<br>□ پنجم |

دوباره شما توان‌می .اثبات الف .باشد دشوار تواندمی ،کندمی کمک [.../موضوعات/ موضوع] پیشرفت لم؟ عنوان به □ چ پنجم □ با بالا مثال ... دادن انجام

### خلاصه در کسر طبیعی 1.2.3

باشند داشته ما قوانین ... از توضیح .۱.۲ شکل در شده خلاصه هستند کسر طبیعی برای قوانین اثبات در کرد توجیه را آن و قانون هر اند داده ارائه ما ؛ □□□□□□ است فصل این در دور بنابراین شده داده ... استفاده به کنید سعی شما زمانی چه ،حال این با هارابط منطقی مورد در شهود ما از اصطلاحات قاعده یک آیا چه تفسیر؛ □□ □□□□ بیشتر الف برای دنبال به خودت کردن پیدا تو ،خودت قوانین ،مثال برای آن؟ استفاده شما دادن انجام چگونه و دادن انجام

- استفاده سپس و جداگانه $\psi$ و $\varphi$ کردن ثابت اول باید شما ، $\varphi \wedge \psi$ کردن ثابت به :گویدمی من $\wedge$ من $\wedge$ قاعده ...
- در . ۱ ای قاعده $\wedge$.. استفاده سپس و $\psi$ $\varphi$ کردن اثبات کنید سعی ، $\varphi$ کردن ثابت به :گویدمی ۱ ای $\wedge$ واقع ،
  به $\varphi$ کردن اثبات از تر سخت بود خواهد $\psi$ $\varphi$ اثبات احتمالاً زیرا رسدنمی نظر به خوبی خیلی توصیه این ،اطراف گفتن □□□□ □□□□□ □□ $\varphi$ قبل از شما که کردن پیدا است ممکن شما ،حال این با .تنهایی ۱.۱۵ مثال در متوالی مثال با این مقایسه .مفید است قاعده این زمانی چه یعنی بنابراین.
- تر سخت است آن عمومی در ،دوباره . □□ کردن اثبات کنید سعی ، $\psi$ پنجم $\varphi$ کردن ثابت به :گویدمی ۱ ششم کردن ثابت به
  به شده مدیریت قبلاً شما اگر فقط مفید باش معمولاً اراده این بنابراین ، $\psi$ پنجم $\varphi$ کردن ثابت به است آن از $\varphi$ قطعاً شما ، □ پنجم □ —| □ کردن ثابت خواهم می شما اگر ،مثال برای . □□ کردن ثابت .کردن کار اراده ۲ من $\vee$ ما ، ۱ من $\vee$ قاعده ... استفاده به سادگی به قادر باش کرد نخواهد
- کردن ثابت به خواهیدمی شما و ، $\psi$ $\varphi$ باشند داشته شما اگر :گویدمی آن .تفسیر ای رویه عالی یک دارد $\vee$ ای از ،فرعی های‌اثبات آن در) .دادن نوبت در $\psi$ از و $\varphi$ از □□ کردن ثابت به کنید سعی سپس ، □□ برخی (.خب عنوان به محل غالب دیگر ... استفاده تواندمی شما دوره
- کنید سعی ، □□□□ □□□□ □□ $\psi$ → $\varphi$ خواهیدمی اگر ،گویم‌می من→،مشابه طور به (محل غالب دیگر و) $\varphi$ از $\psi$ کردن اثبات.
- (محل غالب دیگر ... و) $\varphi$ از $\perp$ کردن ثابت ، $\varphi$ چ کردن ثابت به :گویدمی من.

کسر طبیعی از قوانین اساسی:

| | *introduction* | *elimination* |
|---|---|---|
| $\wedge$ | $\dfrac{\varphi \quad \psi}{\varphi \wedge \psi}\ \wedge\mathrm{i}$ | $\dfrac{\varphi \wedge \psi}{\varphi}\ \wedge\mathrm{e}_1 \qquad \dfrac{\varphi \wedge \psi}{\psi}\ \wedge\mathrm{e}_2$ |
| $\vee$ | $\dfrac{\varphi}{\varphi \vee \psi}\ \vee\mathrm{i}_1 \qquad \dfrac{\psi}{\varphi \vee \psi}\ \vee\mathrm{i}_2$ | $\dfrac{\varphi \vee \psi \quad \boxed{\begin{array}{c}\varphi\\ \vdots\\ \chi\end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c}\psi\\ \vdots\\ \chi\end{array}}}{\chi}\ \vee\mathrm{e}$ |
| $\rightarrow$ | $\dfrac{\boxed{\begin{array}{c}\varphi\\ \vdots\\ \psi\end{array}}}{\varphi \rightarrow \psi}\ \rightarrow\mathrm{i}$ | $\dfrac{\varphi \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi}\ \rightarrow\mathrm{e}$ |
| $\neg$ | $\dfrac{\boxed{\begin{array}{c}\varphi\\ \vdots\\ \bot\end{array}}}{\neg\varphi}\ \neg\mathrm{i}$ | $\dfrac{\varphi \quad \neg\varphi}{\bot}\ \neg\mathrm{e}$ |
| $\bot$ | (no introduction rule for $\bot$) | $\dfrac{\bot}{\varphi}\ \bot\mathrm{e}$ |
| $\neg\neg$ | | $\dfrac{\neg\neg\varphi}{\varphi}\ \neg\neg\mathrm{e}$ |

قوانین شده مشتق مفید برخی:

$$\dfrac{\varphi \rightarrow \psi \quad \neg}{\varphi \text{ چ } \psi}\ \text{تن} \qquad \dfrac{\varphi}{\dfrac{\text{چ}}{\Box\ \varphi}}\ \text{من}$$

$$\dfrac{\boxed{\begin{array}{c}\neg\varphi\\ \vdots\\ \bot\end{array}}}{\varphi}\ \text{سی بی پی} \qquad \dfrac{}{\varphi \text{ چ پنجم } \varphi}\ \text{لم}$$

**شکل ۱.۲.** منطق ای‌گزاره برای قوانین کسر طبیعی.

توسط ،فرض عنوان به فرمول هر کردن معرفی به مجاز است آن ،اثبات الف از مرحله هر در کندمی استخدام طبیعی کسر ،دیدم ما که همانطور جعبه الف شودمی باز که قاعده اثبات الف کردن انتخاب خالی با .شودمی باز جعبه یک ،فرض یک معرفی با یک زمانی چه فرضیات از محدوده ... کنترل به هاجعبه حکومت اثبات خاص آن از الگو ... به طبق جعبه الف شدن بسته . شودمی محقق امر این ،فرضیات کردن □□□ □□□ □□□□□□ □□□□ هاجعبه افتتاحیه توسط فرضیات ساختن به است مفید .کردن □□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□ ... □□□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□.

الف شده داده **بسازیم؟ اثبات یک واقعاً توانیممی چطور اما ،خب بسیار** سعی شما ،حالا .پایین در آن گیری نتیجه و صفحه شما از بالا ... در محل آن بنویس شما ،متوالی سمت به آنها آوردن به) محل ... روی همزمان کردن کار شودمی شامل که ،کنید پر را شکاف این دارید .( محل سمت به آن ماساژ به) گیری‌نتیجه ... روی و (گیری نتیجه ...

... [۶] اعمال سپس ، $\psi$ $\varphi$ فرم ... از است آن اگر گیری‌نتیجه ... در اول کن نگاه شروع که ،اثبات شما بنابراین .پایین ... در $\psi$ و بالا ... در $\varphi$ با جعبه الف نقاشی یعنی این .من قاعده این مانند بیرون شده:

.
محل

.
$\varphi \to \psi$

این مانند رسدمی نظر به الان:

.
محل

.

| | |
|---|---|
| $\varphi$ | assumption |
| $\psi$ | |

$\varphi \to \psi \qquad \to \mathrm{i}$

الان شما اما $\psi$ ... و $\varphi$ ... بین شکاف ... در کردن پر از راه الف کردن پیدا به باشند داشته هنوز شما کردن تلاش هستند شما گیری‌نتیجه شده ساده باشند داشته شما و با کار به فرمول اضافی یک باشند داشته .رسیدن به

[۶] اثبات ترساده الف کندمی تولید ه → کجا □ ¬ → □ ◄ □ □ □ ( □ ¬ → □ ) → □ عنوان به چنین هاموقعیت در جز به.

.اثبات برای شما تلاش بر تأثیر سودمند همان ..دارد و من به مشابه خیلی‌است من قاعده اثبات
گیری‌نتیجه شما کندمی ساده را کار و دهدمی کار برای اضافی فرضیه یک شما به این
از هر درخواست از قبل .اجرا قابل باش به احتمالاً هستند قوانین چندین ،اثبات الف از مرحله هر در
... بخشیدن بهبود به احتمالاً است یکی که درباره کردن فکر و که آنهایی اجرا قابل ... فهرست ،آنها
همیشه بنابراین ،آن بخشیدن بهبود اغلب بیشتر من و من که کردن پیدا شما .اثبات شما برای وضعیت
سایر ... استفاده به زمانی چه برای آسان پخت دستور بدون است آنجا .تواندمی شما که زمان هر آنها استفاده
. عاقلانه های‌انتخاب ساختن به دارید شما اغلب قوانین؛

## سازی معادل اثبات قابل 1.2.4

□□ هستند $\psi$ و $\varphi$ :گوییم‌می .باشند ای‌گزاره منطق از هایی‌فرمول $\psi$ و $\varphi$ کنید فرض **۱.۲۵ تعریف**
... در اگر فقط و ،اگر برای 'ایف' بنویس ما) iff □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□
و $\varphi$ از $\psi$ از اثبات الف دارد وجود،است که معتبر؛ هستند $\varphi$ $\psi$ و $\varphi$ $\psi$ هادنباله ... (دنباله
$\psi$ و $\varphi$ که دادن نشان ما ،زودتر شده دیده که همانطور .اطراف راه دیگر ... رفتن یکی دیگری
$\varphi$ E► $\psi$ توسط معادل پذیر اثبات طور به هستند .

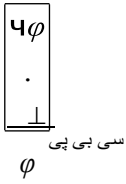
$\varphi$ شده تعریف باشند داشته خب عنوان به فقط توانست‌می ما ،۱.۱۲ نکته توسط ،که باشید داشته توجه
به از هامثال .کندمی تعریف را مفهوم همان است؛ معتبر $(\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \varphi)$ دنباله که معنی این به $\psi$
هستند هافرمول معادل پذیر اثبات طور

چ ( $p \wedge q$ ) E► چ $q$ V چ □ چ ( $p$ پنجم □
) ه► چ □ Λ ч $pp \to q$ E► ч $q \to$ ч $p$ $p$
$\to q$ E► ч $p$ V □
□ Λ □ → □ ه► □ چ پنجم □ □ Λ □ → □ ه► □ → ( □ → ر )
. $(r)$

.کند اثبات طبیعی قیاس با را ارزی‌هم شش این تمام باید خواننده

## تناقض توسط اثبات :کنار یک 1.2.5

از جدا گرفتن از حس ... در □□□□□□□□ چیزی کردن ثابت تواند؟ نمی ما اوقات گاهی
،کسر طبیعی از سیستم اثبات ... ،واقع در .سازنده ای‌شیوه به آنها اجزای با استدلال و شده داده مفروضات
الف فقدان که هااثبات □□□□□□□□□ برای دهدمی اجازه خاص طور به ،۱.۲ -شکل در شده خلاصه
قانون ،مثال برای :کیفیت سازنده



«کلاسیک» اگرچه .تناقض الف به شودمی منجر $\varphi$ که دادن نشان توسط $\varphi$ کردن ثابت به ما دهدمی اجازه منطق «گرایی‌شهودی» نام به ،مهربان دیگری از دانان‌منطق ،معتبر است این که کنید استدلال دانان منطق مشاجره توسط از بلکه ،مستقیم طور به آن دادن انجام باید □□ کردن ثابت به که کنید استدلال ،دانان دانان‌منطق شهودی و کلاسیک که به مربوط قوانین دیگر دو .است غیرممکن است $\varphi$ که صرفاً کردن هستند مخالف

$$\frac{\varphi \quad \square \quad \text{چ}}{\varphi} \neg\neg \text{ ای .}$$

$$\frac{\varphi \quad \text{چ پنجم } \varphi}{\varphi} \text{ لم}$$

$\varphi$ یا ، $\varphi$ دادن نشان به باشند داشته‌شما ، $\varphi$ دادن نشان به ،که کنید استدلال دانان‌منطق شهودی .توجیه خیر دارد فصلی ترکیب مفروضِ درستیِ آنگاه ،داد نشان نتوان را هااین از کدام‌هیچ اگر . سی بی پی و لم کردن ثابت به قاعدهٔ این شده استفاده قبلاً باشند داشته ما که آنجایی از ای کردن رد شهودگرایان ... چرا دادن نشان به پرسید هستند شما ،تمرینات ... در .کن قبول شهودگرایان ... که قوانین از .کنید رد را PBC همچنین شهودگرایان

.حقیقی اعداد شامل ،تفاوت این بالا دهدمی نشان که اثبات الف در کن نگاه ما بگذارید □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ هستند ۲۳.۵۴۷۲۱ مانند اعشاری اعداد حقیقی اعداد با ، . .. ۲۳.۱۳۸۵۹۲۷۴۸۵۰۰۱۲۳۹۵۰۷۳۴ مانند □ باشند طولانی نهایت‌بی □□□ □□ □□□□ □□□□ اعشار نقطه ... از بعد رفتار ای دوره خیر

کند محاسبه تواندمی ما ، □ شماره (کل) □□□□□ الف و □□□ شماره واقعی مثبت الف شده داده ۲ = ۲ ۲ = 2 ۲ = ۴، ۲ ۳ = 2 ۲ ۲ بنابراین ،بارها □ ،خود هازمان □□□ فقط است آن : □ □□□ صورت به را $b$ □ $a$ توانیم‌می ،عدد برای باشد □□□□□ □□□ □□ □□ $b$ وقتی .ترتیب همین به و ۸ ،۰ ⊕ □ کجا ، □/□ شماره منطقی صفر غیر الف برای ،و ۱ ف ۲ = o □□ که بگو .کنیم تعریف نیز زیر چنین □ شماره واقعی ... است □□□□ □ کجا □ □□□ □ ف ۲ = □/□□□□□□□ □□ دهید اجازه ما الف توسط تقریبی باش تواندمی □ شماره واقعی هر که دانندمی یکی تحلیل واقعی از □□□ □ = □□□□ که واقعی باش به □ □□□ کردن تعریف ما سپس . . . ، ۱ □ ۱/ ، . □ ./ □ اعداد منطقی از توالی می یک ،انتگرال و دیفرانسیل حساب در) . . . ، $k_1/n_1$ □□ ، $k_0/n_0$ $a$ توالی ... توسط تقریبی شماره زدن تقریب از انتخاب ... از مستقل و فرد به منحصر است □ □□□ «محدودیت» این که دادن نشان تواند فرم در نوشت توان نمی آن اگر □□□□□□□□ شماره واقعی الف هاتماس یکی ،همچنین (.دنباله هاتمرین در $k/n$. و صحیح اعداد برخی برای $k$ $n$

.غیرمنطقی است ۲ √ که دادن نشان اثبات رسمی نیمه الف کردن پیدا به پرسید باش اراده شما استفاده ریاضیدانان که سبکی غیررسمی ... در اعداد واقعی درباره واقعیت الف از اثبات الف حاضر الان ما در شده ارائه منطق ... در (کرد فرموله طبیعی استنتاج اثبات یک عنوان به توان‌می را اثبات این) کنندمی است کردن ثابت ما واقعیت .(۲ فصل:

**۱.۲۶ قضیه** **گنگ اعداد** $a$ □ $b$ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ $a^b$ □□□□□ □□□ .

،است غیرمنطقی □ □ یا .تحلیل مورد الف توسط دهید ادامه و ۲ √ باش به □ کنید انتخاب ما : P سقف (.لِم از مثال یک روی ای وی کندمی استفاده اثبات ما ،بنابراین) .نه است آن یا

(i) اعداد .کنیم انتخاب را غیرمنطقی توانیممی زیرا است آسان اثبات این پس .است منطقی $b^{b}$ که کنید فرض
شده فرض بود که □ فقط است □□□ که دیدن و $\sqrt{2}$ باش به □ و □□□
.منطقی باش به

(ii) کنید انتخاب و کمی استراتژی ما تغییر ما سپس .منطقی□□□ است □ که کنید فرض
ما اما .(ii) مورد از فرض ... توسط غیرمنطقی است □□□ ،است واضح . $\sqrt{\sqrt{2}}$ باش به □□
... در اثبات کلی طرح ... دیدن یونانیان؛ باستانی ... توسط شده شناخته بود این) غیرمنطقی است □ که بدانید
و اعداد غیرمنطقی دو هر هستند □ و □□□ بنابراین .(تمرینات

$$\sqrt{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = (2)^{\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2})} = (\sqrt{2})^{2} = 2$$

□□□ □ = ( $xy)^{z}$ = □□□□ (□ · □□) قانون ... شده استفاده ما کجا ،منطقی است

باشند داشته ما (نیست آن □□ ،غیرمنطقی است □ □ □ ) جامع هستند بالا موارد دو ... که آنجایی از
قضیه ... شده اثبات. 2

جامع .زمان ... همه کنندمی استفاده هایی‌استدلال چنین از ریاضیدانان و است درست کاملاً اثبات این
یا که کردن ثابت به استفاده ما که ،لِم قاعده ... از استفاده روی کندمی استراحت بالا تحلیل مورد ... از طبیعت
واقعیت این ما ،مطمئناً .دارد وجود آن مورد در کننده‌گیج چیز یک ،حال این با .نیست اینطور یا منطقی است □
هستند اما ،منطقی است □ □□□ که چنین □ و □□□ اعداد غیرمنطقی هستند آنجا که ایم‌کرده تضمین را
کدام ،دقیقاً بیشتر قضیه؟ این بخش رضایت اعداد چنین از جفت واقعی یک کردن مشخص به موقعیت الف در ما
.کندمی برآورده را شده مطرح ادعای ،فوق موارد ( □ □□□□ ) هاجفت از یک

گویدمی اثبات ما ؟(2 $\sqrt{\sqrt{2}}$ □ $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ ) جفت ... یا ،(2 $\sqrt{2}$ □ $\sqrt{2}$ ) جفت ... ،قضیه ... از
می کار آنها از یکی حداقل در که گویدمی فقط آن انتخاب؛ درست ... است آنها از □□ درباره چیز هیچ ما
.کند

نشان قوانین حذف و مقدمه ... حاوی انتگرال و دیفرانسیل حساب الف لطف شهودگرایان ... ،بنابراین
تخصصی کاربردهای شهودی منطق .شده مشتق قوانین و ای قاعده ... استثنای به و ۱.۲ شکل در شده داده
صحنه اعدام ... یا کامپایلرها در استفاده مورد نوع استنتاج های‌سیستم سازی‌مدل مانند ،دارد کامپیوتر علوم در
همه شودمی شامل که منطق کلاسیک اصطلاح به پر ... به بودن پایبند ما متن این در اما کد؛ برنامه از ای
.قوانین ...

## 1.3 زبان رسمی الف عنوان به منطق ای‌گزاره

بیشتر ساختن به شده استفاده باش توانندمی آنها چگونه و هااتم ای‌گزاره درباره گرفت یاد ما بخش قبلی ... در
کردن تلاش روی بود تمرکز اصلی ما برای ،که درباره غیررسمی عمداً بودند ما هافرمول منطقی پیچیده
که قوانینی که ایم‌کرده روشن باید آن ،حال این با .قوانین کسر طبیعی ... از مکانیک دقیق کردن درک به
الگو ... مطابقت آنها عنوان به که مادامی ،هستند معتبر بسازیم توانیممی که فرمولی □□ برای کردیم بیان
،مثال برای .کردن حکومت مربوطه ... توسط نیاز مورد

در ه → قاعده اثبات ... از کاربرد ...

| | |
|---|---|
| 1 | □ → فرضیه $q$ |
| 2 | □ فرضیه |
| 3 | □ → ه ۱ □ ۲ |

: □ → □ با □ و □ چ پنجم □ با □ جایگزین ما اگر معتبر مساوی طور به است

| | |
|---|---|
| 1 | □ چ پنجم □ → ( □ → □ ) فرضیه |
| 2 | □ فرضیه پنجم ч $r$ |
| 3 | □ → □ → ای ۱ □ ۲ |

عمومی برای . کردیم بیان یونانی نمادهای با هایی‌طرح عنوان به را قوانینی چنین ما که است دلیل همین به از .«بسازیم توانیم‌می که فرمولی هر» از مفهوم ... دقیق ساختن ما که زمان است آن ،حال این با هافرمول فرمالیسم آسان یک (1.3) در کرد خواهیم معرفی را آنها ما ،است مختلف های‌منطق به مربوط متن این که آنجا گزاره از عرضه □□□ □ □□ □□ □ یک نیاز ما ،کلی طور به هافرمول فرم خوش کردن مشخص برای تعداد به نیاز نگران خیلی نباید شما ... □ ۳ □ □ ۲ □ □ ۱ □ یا ، . ..□□ □□ □□ هااتم ای گزاره این از □□□□□ □□□□□□ به فقط ما است ممکن اگرچه .باشید نمادها این از نامحدودی مشخص توانیم‌نمی اما ،باشیم داشته نیاز کامپیوتری برنامه یک از ویژگی یک آمیزموفقیت توصیف برای ها بسیاری نهایت بی داشتن بنابراین ،وضعیت بتن هر در نیاز اراده ما هاگزاره اتمی چنین بسیاری چگونه کردن از طبیعت نهایت بی بالقوه ... با شده مقایسه باش توانندمی این بیرون ارزان راه الف است دفع ما در نمادها این از محدودی تعداد اما ،است نهایت‌بی هستند صحیح دستوری نظر از که انگلیسی جملات تعداد : انگلیسی ، شام قرار ،رادیو به دادن گوش ،سخنرانی در شرکت ،کتاب نوشتن مثلاً) باشید که موقعیتی هر در جملات (... .بود خواهند کارساز (...).

□ ۱ □ ... □□ □□ □□ الفبا از بیش هارشته باش قطعاً باید منطق ای‌گزاره ما در هافرمول ی‌مشاهده یک این . ( □ ) □ → □ ∨ □ ∧ □ ч { } ∪ { } ∪ { ... } ۳ □ □ ۲ □ ،مثال برای .نیست خوب کافی ی‌اندازه به ،داریم آن ثبت در سعی ما آنچه برای دلیل همین به و است پاافتاده‌پیش نظر از که رسدنمی نظر به ،حال این با ،است الفبا آن از فراتر ای‌کلمه □□□ □□ □□□ ()( ) ی‌رشته می ما که هارشته آن هستند کردن تعریف به باشند داشته ما چه بنابراین .باشد داشته زیادی معنی ای‌گزاره منطق □□□□□□ □□□□□□□ را هایی‌فرمول چنین ما .هافرمول بگیرید تماس به خواهم .

استفاده با توسط آوردن بدست ما که آنهایی هستند منطق ای‌گزاره از هافرمول فرم خوش **۱.۲۷ تعریف** متناهی دفعات به ،آن فقط و ،زیر در قوانین ساز و ساخت ... از:

فرمول الف است ... □ ۳ □ □ ۲ □ □ ۱ □ و ... □ □ □ □ □ □ اتم ای‌گزاره هر :اتم فرم‌خوش.

**چ :** اگر $\varphi$ الف است خوش فرم ،فرمول بنابراین است ( $\varphi$ چ ).

**∧ :** اگر $\varphi$ و $\psi$ خوش فرم هستند ،هافرمول بنابراین است ( $\varphi \wedge \psi$ ).

**وی :** اگر $\varphi$ و $\psi$ خوش فرم هستند ،هافرمول بنابراین سپس است ( $\varphi$ پنجم $\psi$ ).

**→ :** اگر $\varphi$ و $\psi$ خوش فرم هستند ،هافرمول بنابراین سپس است ( $\varphi \rightarrow \psi$ ).

ما که و داشت خواهد انتظار کامپیوتر الف یکی ... است تعریف این که شدن متوجه به حیاتی بیشترین است آن شد داده توضیح قبلی بخش در شده توافق هااولویت صحافی ... از استفاده ساختن نه داد انجام .

تماس ما و کامپیوتر گیرانه‌سخت الف هستند ما اگر عنوان به کردن عمل ما بخش این در **.کنوانسیون** بالا تعریف از استفاده با بنابراین باش به شده استنباط باش تواندمی آنها iff فرم خوش هافرمول بگیرید.

هر وجود امکان ، فوق موارد تعریف ... در آن فقط و وضعیت ... که باشید داشته توجه ،این بر علاوه فرم خوش از یکی ... مانند ،تعاریف القایی .کندمی منتفی را هافرمول بودن فرم‌خوش اثبات برای دیگری روش دستور تعریف الف توسط شده داده اغلب هستند آنها که مکرر بنابراین هستند ،بالا هافرمول ای‌گزاره منطق زیر صورت به ترفشرده صورت به تعریف بالا ... ،فرم که در .(اف ان بی) فرم نائور بکوس در زبان شودمی خوانده

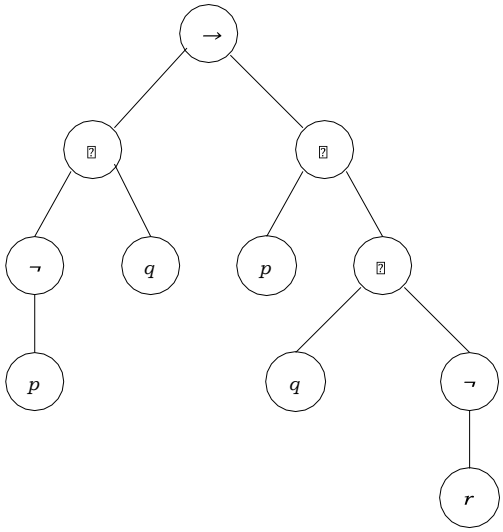
$$\varphi ::= \square \mid (\text{چ}\ \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi\ \text{پنجم}\ \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi) \qquad (1.3)$$

ساخته قبلاً هر برای هاغرفه =:: از حق به $\varphi$ از وقوع کدام هر و گزاره اتمی هر برای هاغرفه □ کجا فرمول شده

انجام چگونه ،مثال برای فرمول؟ فرم خوش الف است رشته الف که دادن نشان ما تواندمی چگونه بنابراین $\varphi$ بودن برای این پاسخ ما دادن

$$(((\text{چ}\ \square)) \wedge \square) \rightarrow (\square \wedge (\square\ \text{پنجم}\ (\text{ч}\ r)))) \ ? \qquad (1.4)$$

می برآورده (1.3) در زبان دستور ... که واقعیت ... توسط شده تسهیل زیادی حد تا است استدلال چنین :هافرمول ساختمان فرآیند ... کردن وارونه تواندمی ما که یعنی که ، □□□ □□□□□□□ ... کند پنج ... – هافرمول پیچیده بیشتر ساختن های راه متفاوت پنج برای دادن اجازه قوانین زبان دستور ... اگرچه فرمول ... برای آخرین شده استفاده بود که بند فرد به منحصر الف هست همیشه آنجا – (1.3) در بندها □ ( □ )) فرض ... با دلالت یک است $\varphi$ برای ،بند پنجم ... از کاربرد یک بود عملیات آخری این ،بالا آن که دیدن ما ،فرض ... به اصل وارونگی کردن اعمال توسط .((( □ ) □ ) □ ) گیری‌نتیجه و ( خوش است و بند دوم ... از استفاده با شده ساخته شده دارد سابقه □ ч ∧ ( □ ) از ربط حرف الف است همان ... برای فرم خوش است دومی .(1.3) در بند اول ... توسط فرم خوش است □ که آنجایی از فرم وارونگی ... کردن اعمال تواندمی ما ،مشابه طور به .دلیل




**شکل ۱.۳.** فرمول فرم خوش الف نماینده درخت کردن تجزیه الف

،خلاصه در فرم خوش واقع در است آن که کردن استنباط ،(( $r$ ) ) ) گیری‌نتیجه ... به اصل فرم خوش است (1.4) در فرمول ...

که است آنها نیاز ما اینکه دلیل .است کننده‌خسته کاری هابراکت با زدن کله و سر ،هاانسان ما برای خطی الف در آنها نمایندگی به دادن ترجیح ما اگرچه ،ساختار مانند درخت الف باشند داشته واقعاً هافرمول باشید داشته توجه .(1.4) در $\varphi$ فرمول فرم خوش ... از [۷] درخت تجزیه دیدن تواندمی شما ۱.۳ شکل در راه شاخه شاخه ... و مسیرها ... که آنجایی از درخت کردن تجزیه این در شدن غیرضروری ها براکت چگونه به $\varphi$ نمایش در . $\varphi$ تفسیر در احتمالی ابهام هرگونه درخت این ساختار شدن براکت از درج توسط شده حفظ است درخت ... از ساختار شدن شاخه شاخه ... ،رشته خطی الف عنوان هافرمول فرم خوش از تعریف ... در شده انجام عنوان به ها

در ؟ فرم‌خوش است $\psi$ نمادها از رشته الف که دادن نشان درباره برو شما بود خواهد چگونه بنابراین به شده باشند داشته نه تواندمی $\psi$ که شویم مطمئن باید نحوی به ما زیرا است ترپیچیده کمی این ،اول نگاه .بالا از ( کنیم نگاه ) فرمول به بیایید . ساخت قوانین از توالی توسط آمده دست نمی و ( شامل ( ) رشته بگیریم تصمیم مورد این در بسیار دقت با توانیم‌می ما اما ؛(!ادعا این تأیید به قوانین همه کنید بررسی) فرمول فرم خوش الف از نماد راست سمت ... باش تواند فرمول فرم خوش الف است چیزی که اگر است چیزی حقِ ... به '(' الف دادن قرار تواندمی ما زمان فقط ... خوبی به ( ) ،بنابراین .(است چنین این اینکه دیدن برای قوانین تمام چک ،دوباره) شکل است .

آن کشی قرعه به کردن تلاش توسط است فرم خوش $\varphi$ فرمول برخی آیا تأیید به راه ترین ساده احتمالاً ... که تأیید تواندمی شما ،راه این در درخت کردن تجزیه

[۷] هامثال طریق از را آن معنای -زیر اراده شما که نفس به اعتماد با هستند و بیشتر هر آن دادن توضیح بدون نام این استفاده اراده ما کنید بیان.

،ریشه آن عنوان به دارد درخت کردن تجزیه آن که دیدن ما ۱.۳ شکل در فرم خوش است (1.4) در فرمول
برای بند زبان دستور ... از استفاده با .مفهوم یک ،سطح بالا آن در ،است فرمول ... که کردن ابراز →
.هستند فرمخوش ریشه گره این راست و چپ های‌زیردرخت ... که دادن نشان به است کافی آن ،دلالت
... که باشید داشته توجه .موفقیت با ،مورد این در ،و مد پایین به بالا .دهیممی ادامه ... صورت به ما ،یعنی
همه است این سپس و) ریشه عنوان به اتم یک یا باشند داشته هافرمول فرم خوش از درختان کردن تجزیه
ч مورد در . است یا ∧ ،∨ ،ч شامل ریشه یا ،(دارد وجود درخت در
داشته‌باید‌ما ∨ یا∧ ، موارد ... در ریشه ... از بیرون آمدن زیردرخت □□ فقط است there
دیگری است این شده؛ داده شرح فقط عنوان به کردن رفتار باید که از کدام هر ،هازیردرخت □□ باشند
. □□□□□□□□ تعریف یک از مثال

،مثال برای ،منطق در مفاهیم استاندارد کردن درک شما کمک اراده درختان از اصطلاحات در تفکر
فقط آن های‌زیرفرمول ،بالا در $\varphi$ فرمخوش فرمول ... شده داده . □□□□□□□□ یک از مفهوم ...
می ما بنابراین .۱.۳ شکل در درخت کردن تجزیه آن از دارند مطابقت هازیردرخت با که هستند آنهایی
$q$ ) هابرگ آن همه فهرست تواند □ ، $q$ (افتدمی اتفاق بار دو) و $r$ ، آنگاه ( □ ) و ( $p$ )) $q$ )
$p$ ) و ч) ( □ )، ( $q$ ∧ ( $p$ ч ) و □ ) ( $p$ ))
خب‌عنوان به خودش از درخت زیر الف است درخت‌کل . ∧ $q$ ∨ راست‌زیردرخت روی ((((
صورت به $\varphi$ های‌زیرفرمول نه همه فهرست تواندمی ما بنابراین

□

□

□

□

□

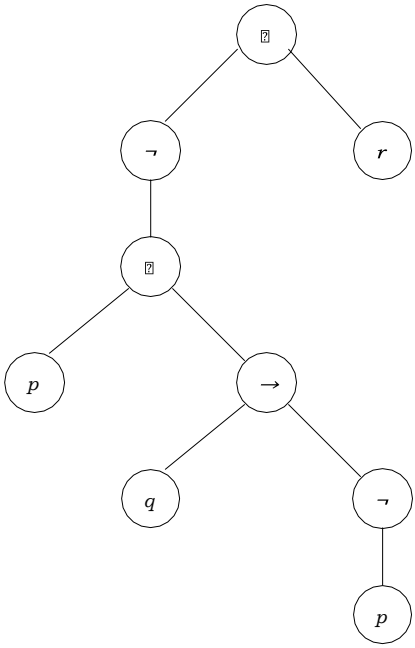
□

□

( چ □ )
(( چ □ ) )
∧ □ ) ( چ
)
( $q$ ∨ ( ч $r$ ))
(( □ ∧ ( □ پنجم ( ч $r$ ))))
((( چ □ )) ∧ □ ) → ( □ ∧ ( □ پنجم ( ч $r$ )))) . (ч r )))) .

آن همه دهد؟می نشان را فرمخوش فرمول یک درخت این چرا .بگیریم نظر در را ۱.۴ شکل درخت بیایید
دو ) هستند منطقی های‌رابط ، ای‌شاخه های‌گره همه ،( □ و □ ،بار دو □ ) هاتم ای‌گزاره هستند هابرگ
و گره الف برای درخت زیر‌یک) موارد آن همه در درست هستند هازیردرخت اعداد و ( و ، ،بار
از اگر آوریم؟می دست‌به را فرمول این خطی نمایش چگونه .(دیگر غیربرگ های‌گره همه برای زیردرخت دو
درخت این از نمایندگی □□ □□□□□ .نیستیم ... جز چیزی دنبال به واقع در ،کنیم نظر صرف هاکروشه
است ( $r$ ∧ (( ч ( $p$ ∨ ( $q$ → ( ч $p$ )))) ساخت‌خوش فرمول نتیجه در . [۸] فهرست الف عنوان به.

[۸] دودویی روی متن هر ببینید پستی □□□□□ و □□□□□□□□□ هستند هالیست به درختان کردن مسطح از هاراه رایج دیگر جزئیات بیشتر برای هاسازه هاداده عنوان به درختان




**شکل ۱.۴.** منطقی فرمول یک صورت به آن خطی نمایش :نظر مورد درخت؛ یک :شده داده.

فرمول فرم خوش الف نمایندگی □□ کندمی ،حال این با ،۸۲ صفحه روی ۱.۲۱ شکل در درخت زیر چپ ... ، ( برگ ... به شومی اعمال استدلال مشابه الف و) برگ ... ،اول .دلایل دو برای تصمیم ما که گفتن توسط ثابت پایش توانستمی این .ایگزاره اتم الف نه است ، گره ... از درخت فراهم را ها آن به مایل هستند ما که و نامشخص گره که از درخت زیر درست و چپ ... ترک به گرفت ،درخت زیر الف دارد آن از برگ الف نه است $p$ گره .کشنده است دلیل دوم ... ،حال این با .حالا کنید فرمول منطقی برخی عنوان به درخت کل از کردن فکر ما اگر حس ساختن تواندنمی این . گره ... فرمول منطقی فرم خوش نمایندگی نه کندمی درخت این بنابراین

## 1.4 منطق ایگزاره از معناشناسی

### 1.4.1 هارابط منطقی از معنی

توانستمی که استدلالی از انتگرال و دیفرانسیل حساب الف یافته توسعه ما ،فصل این از بخش دوم ... در محل ... از :یعنی که ،هستند معتبر $\psi$ ► □ $\varphi$ □ ...□ ۲ $\varphi$ ، $\varphi 1$ فرم به هایدنباله که □□□□ تأیید □ گیرینتیجه است ممکن ما ، □ $\varphi$ ، ... ، ۲ $\varphi$ ، ۱ $\varphi$ .

. □ گیرینتیجه ... و □ $\varphi$ ، . . . ، ۲ $\varphi$ ، ۱ $\varphi$ محل بین رابطه این از حساب دیگری دادن ما بخش این در متوالی ... با کنتراست به

شده نوشته ،رابطه جدید الف کردن تعریف ما ،بالا

$$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_\square \blacktriangleright \psi.$$

و محل ... در هافرمول اتمی ... از هاارزش «حقیقت» ... در دنبال به روی بر مبتنی است حساب این ... است چه .هاارزش حقیقت اینها کنندمی دستکاری ربط حروف منطقی ... چگونه در و گیری؛ نتیجه ... دو از جمع ... است ۲ < شماره طبیعی حتی «هر» (3) جمله مانند ، جمله اظهاری الف از ارزش حقیقت ،در زنده ما جهان فیزیکی ، واقعی دنیای ... درباره واقعیت الف اکسپرس جملات اظهاری ،خب اعداد؟ پریم واقعیت با یا هابیانیه واقعی چنین .احساسات و افکار ما یا ،کامپیوتری های‌مدل عنوان به چنین انتزاعی بیشتر یا ( □□□□□□ □□□□□ ) ندارند یا ،( هستند □□□□ ) دارند مطابقت.

بگو ،دهنده پیوند منطقی الف با □ و □ جملات اظهاری کردن ترکیب ما اگر حقیقت ... ، □ ارزش حقیقت ... :چیزها سه توسط مصمم است□ □ از ارزش حقیقت ... سپس ،∧ □ iff درست است□ □ که مشاهده ... توسط شده اسیر است از معنی . از معنی ... و □ از ارزش عنوان به دور عنوان به ،بنابراین .نادرست است □ □ صورت این‌غیر در درست؛ دو هر هستند □ □ □ و □ چه بدانید به نیاز □□ کندمی آن ،درست هستند □ و □ آیا بدانید به فقط نیازها آن ،نگران است و هارابط منطقی دیگر ... همه برای مورد ... همچنین است این .آنجا بیرون جهان درباره گفتن واقع در هستند هاارزش حقیقت ... دانستن با فقط فرمول الف از ارزش حقیقت ... محاسبه تواندمی ما چرا دلیل ... است آن در دهدمی رخ هاگزاره اتمی ... از

**۱.۲۸ تعریف** ۱. کجا ، اف و تی عناصر دو شامل هاارزش حقیقت از مجموعه 'نادرست' دهنده نشان ف و «درست» دهنده نشان تی.

۲. مقدار یک به $\varphi$ در اتم ای‌گزاره کدام هر از تکلیف یک است $\varphi$ فرمول الف از □□□ یا □□□□□□□ الف حقیقی.

**۱.۲۹ مثال** برای ارزیابی الف است □ به ف و □ به تی دهدمی اختصاص که نقشه

فرمول این برای هاارزیابی سه مانده باقی ... فهرست لطفا . □ چ پنجم □

ارزش حقیقت الف است آرگومان هر آرگومان؛ دو از تابعی عنوان به کنیم فکر آن معنای به توانیم‌می شود می نامیده ،میز الف در تابع این .کنیم‌می مشخص .ارزش حقیقت الف چنین دوباره است نتیجه ... و ،ستون اول ... در .۱.۵ شکل در دیدن تواندمی تو که ، □□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□ ... است ممکن همه فهرست ما ، $\varphi$ شده گذاری برچسب

| $\varphi$ | $\psi$ | $\varphi \wedge \psi$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

**۱.۵. شکل** ∧ . (∧ دهنده پیوند منطقی ... ،ربط حرف برای میز حقیقت :فارسی به ∧.)

| $\varphi$ | $\psi$ | $\varphi \wedge \psi$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

| $\varphi$ | $\psi$ | $\varphi \vee \psi$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

| $\varphi$ | $\psi$ | $\varphi \rightarrow \psi$ |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | F | T |

| $\varphi$ | $\neg\varphi$ |
|---|---|
| T | F |
| F | T |

$\frac{\text{تی}}{\text{تی}}$ $\frac{\perp}{\text{اف}}$

**شکل ۱.۶.** دور بنابراین گرفت قرار بحث مورد هارابط منطقی ... همه برای میزها حقیقت.

با مقابله به باشند داشته همچنین ما از □□□ □□ □□□ آنها فهرست ما واقع در . □□ از هاارزش حقیقت برابر $\psi$ و $\varphi$ برای حقیقت های‌ارزش از هاترکیب از شماره است ممکن ... بنابراین ، $\psi$ فرمول دیگری همه اگزوز واقعاً هاستون دو اول ... در $\psi$ و $\varphi$ مقدار جفت چهار که باشید داشته توجه .۴ = ۲ ۲ با است طبق $\varphi$ $\psi$ از نتیجه ... فهرست ما ،ستون سوم ... در .( اف اف و تی‌اف ، افـتی ، تی تی ) احتمالات آن تی است نتیجه ، تی ارزش‌دارند $\psi$ و $\varphi$ کجا ،خط اول ... در بنابراین . □ و $\varphi$ از هاارزش حقیقت به دارد $\psi$ یا $\varphi$ هاگزاره از یکی حداقل در که آنجایی از ف است نتیجه ... ،خطوط دیگر همه در .دوباره اف ارزش .

داشته توجه .منطق ای‌گزاره از هارابط منطقی همه برای میزها حقیقت ... کردن پیدا شما ۱.۶ شکل در و تی مبادله ما اگر ربط حرف از تصویر آینه است انفصال .برعکس $\vee$ عاون و ف به تی هانوبت که باشید صورت این غیر در ، اف به مساوی هستند هااستدلال دو هر iff ف گرددبرمی انفصال الف ،یعنی ، اف شکل این به کاملاً استلزام رفتار . گرداندبرمی را T (هستند T با برابر هاآرگومان از یکی حداقل در =) . □□□ □□□ □□□ □□□□□ آیا بررسی عنوان به از معنی ... از کن فکر شهودی .نیست را چیزی ما که آنجایی از ، اف تی باشند داشته ما زمانی چه مورد ... نه است این ،است واضح $\varphi$ ستون در ورودی دوم... بنابراین .است درست است که چیزی از نادرست است که کردن استنباط ... دادن انجام بنابراین اما ،حقیقت کندمی حفظ آشکارا T T ،دیگر طرف از .F با است برابر $\psi$ ... عنوان به مکان اول ... در شده حفظ باش به حقیقت خیر است آنجا زیرا ؛اف ف و تی ف موارد . است نادرست ضمنی دلالت ... از فرض

که باشد خوب شاید پس ، از (معنی ... =) معناشناسی ... با کننده ناراحت کمی احساس شما اگر □□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□ $\psi$ $\varphi$ فرمول مخفف عنوان به $\psi$ □□□ □□□□ $\varphi$ به طبیعی استنتاج و هستند متفاوت بسیار نحوی نظر از هستند هافرمول دو اینها ؛ □□□□ □□ $\vee$ □□□□□ $\varphi$ که چک تواندمی شما پنجم و چ برای میزها حقیقت ... از استفاده با اما .کندمی رفتار متفاوت آنها با نیز

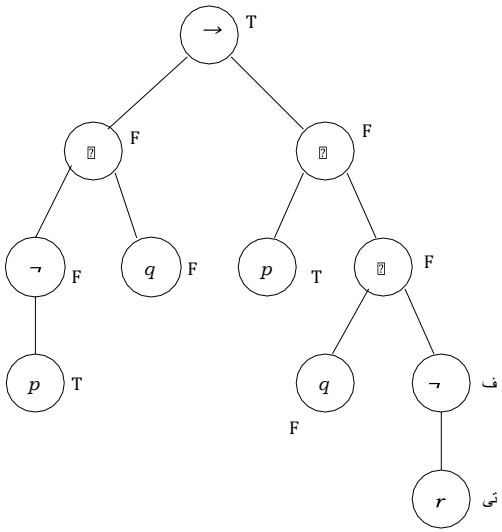
کندمی ارزیابی $\psi$ →

□□□□□□ □□□ □ $\vee$ هستند $\varphi$ $\psi$ و $\psi$ $\varphi$ که یعنی این .بنابراین دهدمی انجام $\varphi \vee \psi$ iff تی به
□□□□□ □ است شده داده توضیح مورد این در بیشتر ۱.۵ بخش در ؛ .

ساخت تواندمی ما ، □ □ □ ... □ ۲ □ □ ۱ □ هااتم ای‌گزاره ... شامل که $\varphi$ فرمول الف شده داده
هر ،خطوط بسیاری □ ۲ دارد میز حقیقت این که است هشدار .اصل در حداقل در ، $\varphi$ برای میز حقیقت الف
و ؛ $p_n$ □ ... □ ۲ □ ، $p1$ □□□□ مقادیر حقیقت از ترکیبی است ممکن الف بندی فهرست خط کدام
... محاسبه به ترتیب بدین است هدف ما .است غیرممکن کار این انجام □□□□ □□□ $n$ برای
ما بگذارید . □ از هاارزش کوچک متوسط طور به برای مورد $n$ ۲ اینها از کدام هر برای $\varphi$ از ارزش
ما بنابراین (۳ = □ ) هااتم ای‌گزاره سه شودمی شامل آن .۱.۳ شکل در $\varphi$ مثال ... بگیرید نظر در
.بررسی برای مورد $8 = 2^3$ باشند داشته

□ که در گذاری‌ارزش برای یعنی ،خاص مورد یکی برای رودمی پیش اوضاع چطور دادن نشان ما
$p$ آیا چه . تی به کردن ارزیابی □ و □ و ؛ ف به کندمی ارزیابی $p$ $q$
. □□□□□□ است آن که است معناشناسی ما از زیبایی ... ،خب به؟ کردن ارزیابی $\neg \wedge (q \vee r)$
های‌زیرفرمول ... از معنی ... بدانید ما اگر $\neg \wedge p$ و $q$
→ پیدا به میز حقیقت از خط مناسب ... بالا کن نگاه به باشند داشته فقط ما سپس ، $p \wedge (q \vee \neg r)$
با را محاسبه توانیمی ، بنابراین دو اینها از ضمنی دلالت یک است $\varphi$ برای ، $\varphi$ از ارزش ... کردن
از به کردن ارزیابی هابرگ آن چه بدانید ما .مد بالا به پایین از الف در $\varphi$ . دهیم انجام تجزیه درخت پیمایش
بینیمی ، باشد T □ از معنی ... زیرا .به شده ارزیابی □ و □ ، □ هااتم ... چه کردیم بیان ما که آنجایی
. است F اف و F ربط حرف و ف نمایندگی به شده فرض است □ حالا . اف به کندمی محاسبه $p$ که
راست زیردرخت مورد در . شودمی ارزیابی F به گره چپ زیردرخت ،بنابراین
ف از انفصال بنابراین ، F یعنی $q$ و ف به کندمی محاسبه $r$ بنابراین ، است T دهنده نشان $r$ ،
که □ از معنی ... با ربط حرف آن محاسبه و ، F ،نتیجه‌که گرفتن به باشند داشته ما . اف هنوز است ف و
... از معنی ... عنوان به ف دریافت ما ، اف است ف و تی از ربط حرف که آنجایی از . تی است
را F □ F $\varphi$ معنی ارزیابی برای ،نهایت در . زیردرخت درست
به بالا سمت به کردن تبلیغ هاارزش حقیقت ... چگونه دهدمی نشان ۱.۷ شکل . است T که . کنیمی محاسبه
در $r$ و $q$ ، $p$ از معانی ... شده داده $\varphi$ از ارزش حقیقت ... است ارزش حقیقت مرتبط که ریشه ... رسیدن
.بالا

شکل هافرمول پیچیده بیشتر برای میز حقیقت الف ساختن به چگونه واضح کاملاً باش الان باید آن
$(p \rightarrow \neg q) \rightarrow$ فرمول ... برای میز حقیقت الف شامل ۱.۸
برای هاارزش از ترکیباتی است ممکن همه فهرست هاستون دو اول ... ،دقیق بیشتر باش به .( □ $\vee$ ¬ )
ممکن ما ،هاستون چهار اینها از استفاده با □ و □ برای مربوطه مقادیر محاسبه ستون دو بعدی . $q$ و □
به را چهارم و اول های‌ستون ،کار این انجام برای □ و □ $p$ برای‌ستون .. $\neg$ محاسبه است
.اساس این بر $q$- $p$ ستون محاسبه و درستی جدول . گیریمی نظر در $\neg \vee$ به مربوط های‌داده عنوان
تی است $\neg$ □ برای ورود ... بنابراین ف است □ و تی است □ خط اول ... در ،مثال برای
... از استراحت ... بیرون کردن پر توانیمی ما ،مد این در . از معنی ... از تعریف توسط ف = ف
پنجم برای میز حقیقت ... بالا کن نگاه به نیاز اکنون ما فقط ،مشابه طور به کندمی کار ۶ ستون پنجم ستون
ورودی عنوان به ۳ و ۲ هاستون با




**شکل ۱.۷.** گذاری ارزش شده داده الف تحت فرمول منطقی الف از ارزیابی.

| $p$ | $q$ | ч$p$ | ч$q$ | $p \to$ ч$q$ | $q \vee$ ч$p$ | $(p \to$ ч$q) \to (q \vee$ ч$p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | F | T | T |
| T | F | F | T | T | F | F |
| F | T | T | F | T | T | T |
| F | F | T | T | T | T | T |

**شکل ۱.۸.** فرمول منطقی پیچیده بیشتر الف برای میز حقیقت الف از مثال یک

→ .۶ و ۵ هاستون به از میز حقیقت ... کردن اعمال از نتایج ۷ ستون ،نهایت در

## 1.4.2 القا ریاضی

دانش یک عنوان به ،جهانی بهداشت سازمان گاوس ریاضیدان آلمانی ... درباره حکایت کمی الف است اینجا معلم او که ای نتیجه با ،(کنید؟ تصور شما تواندمی) کلاس در توجه پرداخت نه داد انجام ،۸ سن در آموز ... با بالا آمد گاوس که آن دارد داستان (.۱۰۰ :یا ) .۱۰۰ به ۱ از اعداد طبیعی بالا همه جمع او شده ساخته ،خب آن؟ دادن انجام گاوس داد انجام چگونه معلم او خشمگین که ،ثانیه چند عرض در ۵۰۵۰ پاسخ درست که دانستمی او شاید

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + \square = \frac{\square \cdot (\square +}{2} \qquad (1.5)$$

۱)

محاسبه راحتی به توانستمی گاوس ،۱۰۰ = □ گرفتن ،بنابراین [۹] □□□□□ اعداد طبیعی همه برای کنید:

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + ۱۰۰ = \frac{۱۰۰ \cdot ۱۰۱}{2} = ۵۰۵۰ .$$

$n$ برای ،(1.5) در یکی ... عنوان به چنین ،معادلات کردن ثابت به ما دهدمی اجازه القا ریاضی می ارضا شماره طبیعی مقدار □□ که دهیم نشان دهدمی اجازه ما به ،ترکلی طور به . □□□□□□ طبیعی همه از درست است کردن فکر ما که □ ملک الف باشند داشته ما کنید فرض .اموال قطعی الف کند کردن دنبال ... بدانید ما که کنید فرض غیره و ،۵ از درست است ملک اینکه بگو به (5) □ بنویس ما .اعداد $M$: ملک مورد در نکته دو

1. **مورد پایه:** از اثبات الف باشند داشته ما یعنی ، □ ملک دارد ۱ شماره طبیعی □ (1).
2. **استقرایی مرحله:** اگر □ که شماره طبیعی الف است □ □□ □□□ □□□□ $M$ ( □ ملک باشند داشته به باشند داشته ما یعنی ؛(۱ + □ ) □ ملک دارد 1 + □ که □□□ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□ سپس ،( اثبات الف $M(n) \rightarrow M(n+1)$.

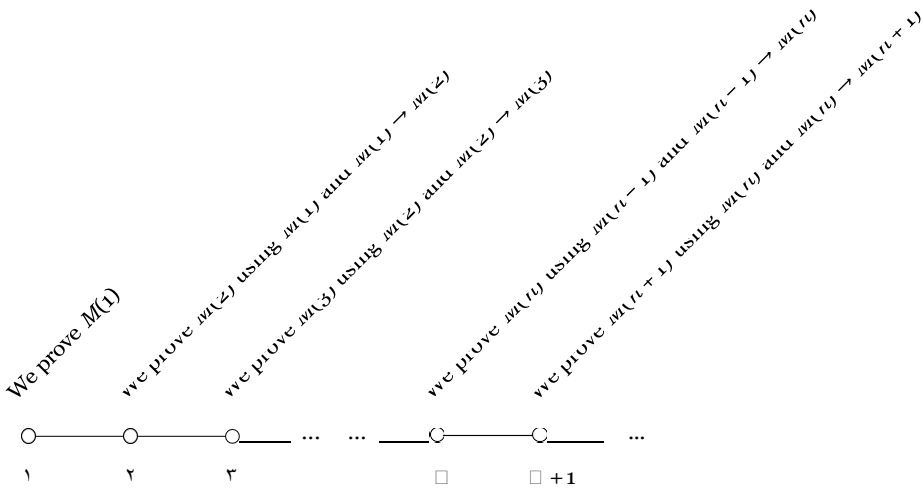
هر ،بالا اطلاعات از قطعات دو اینها از ها زمینه روی ،که گویدمی القا ریاضی از اصل **۱.۳۰ تعریف** فرضیه است گام استقرایی ... در ( □ ) □ از فرض ( □□□ ) □ ملک دارد □ شماره طبیعی شودمی نامیده □□□□□□□ .

سپس ،۱ است برابر □ اگر . □ شماره طبیعی □□ گرفتن ،خب حس؟ ساختن اصل این کندمی چرا ما ،صورت این غیر در .شوندمی انجام ما بنابراین و مورد پایه ... از استفاده با (1) □ ملک دارد □ ملک دارد ۱ + ۱ = ۲ که کردن استنباط به ،۱ = □ به شده اعمال ،قدم استقرایی ... استفاده تواندمی استفاده ما حالا .سوال پیر ملک دارد ۱ که دانیمی زیرا ،ه از استفاده با را کار این توانیمی ما .(2) رسیدن ما تا این تکرار ما و (3) □ ملک دارد ۳ که کردن استنباط به 2 = □ روی گام استقرایی همان از اصل از استفاده با درباره اعتراضات خیر باشند داشته باید ما ،بنابراین .(۱.۹ شکل ببینید) □ = □□ اعداد طبیعی برای القا ریاضی.

جمع ... ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۰ ۰ ۰ + که ادعا ما مثال گاوس به بازگشت □ اعداد طبیعی همه برای ۲ / (۱ + □ ) ۰ □ است برابر □ .

**۱.۳۱ قضیه** □□□□□ ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + + $n$ □.□□□□ □□□.□□ $n$ ( □ + ۱) / ۲ □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ $n$ .

[۹] صورت به جمع بنویس :این مانند کندمی کار که ،۱۰۰۰ + + ۲ + ۱ جمع ... کردن پیدا از راه دیگری است آنجا ۱۰۱ + + ۱۰۱ + ۱۰۱ شودمی که ،کنید جمع هم با را بعدی و قبلی های‌نسخه‌حالا .۱ + + ۹۹ + ۱۰۰ یعنی ،معکوس ۱۰۰) بر را عدد ،۵۰۵۰ جواب آوردن بدست برای اکنون ،کردیم جمع خودش با را جمع حاصل که آنجایی از .۱۰۱۰۰ شودمی که ،(برابر بسیار کنیمی بررسی بخش این در که ریاضی استقرای روش اما است؛ کرده استفاده روش این از احتمالاً گاوس .کنید تقسیم دو رود کار به متنوعی بسیار های‌موقعیت در تواندمی و است قدرتمندتر.




**شکل ۱.۹.** حقیقت دو فقط اثبات با .ریاضی استقرای اصل عملکرد ینحوه .(1) و □ ( □ ، □ پارامتر (شرط و قید بدون و) رسمی رابطه یک برای (۱ + □ ) □ ( □ به قادر هستند ما ، $k$ طبیعی عدد کدام هر برای ( □ ) □ کردن استنباط

بنویس ما اثبات ما ریز ساختار کردن آشکار منظور به .کنیمی استفاده ریاضی استقرای از ما : P سقف $\text{LHS}_n$ برای ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۰ ۰ ۰ + □ و $\text{RHS}_n$ برای □ ۰ ( □ + ۱) / ۲. بیان ... برای □ ≥ ۱. همه برای $\text{LHS}_n = \text{RHS}_n$ دادن نشان به نیاز ما ،بنابراین

اتفاقاً که ،(دستورجمع یکی فقط است آنجا) ۱ فقط است $\text{LHS}_1$ سپس ،۱ است برابر □ اگر **:مورد پایه** $\text{RHS}_1$ است $= 1 \cdot (1 + ۱) / ۲.$ با برابر

فرض این که بیاورید یاد به . □□□□□ $\text{LHS}_n = \text{RHS}$ که کنید فرض ما بگذارید **:مرحله القایی** دادن نشان به نیاز ما استدلال ما از نیرو رانندگی ... است آن فرضیه؛ القا ... شود می نامیده است برابر (۱ + □ ) + + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ بلندتر جمع ... که یعنی ، $\text{LHS}_{n+1} = \text{RHS}_{n+1}$ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ جمع حاصل.که است کلیدی نکته .۲ / (۱ + □ +.۱) (۱ + $n$) با است که ،وندجمع دو از (۱ + □ ) + ( □ .+ + ۴ + ۳ + ۲ + 1) جمع جز نیست چیزی (۱ + □ ) + □ + + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ که گویدمی دومی .فرضیه القا ما از جمع ... است یکی اولین آن در در است برابر برای است برابر جایگزین که داریم حق قطعاً ما و ،۲ / (۱ + □ ) □□□ $n$ با برابر محاسبه ما ،بنابراین .استدلال ما .

$$
\begin{aligned}
&\text{LHS}_{n+1} \\
&\quad = 1 + ۲ + ۳ + ۴ + \cdots + (\square + ۱) \\
&\quad = \text{LHS}_n + (\square + ۱) \quad \text{جمع ... بندی گروه تجدید}
\end{aligned}
$$

$= \mathrm{RHS}_n + (\square + ۱)$ فرضیه القا ما توسط

$= \frac{\square \cdot (\square + 1)}{2} + (\square + ۱)$

$= \frac{\square \cdot (\square + 1)}{۲} + \frac{۲ \cdot (n + ۱)}{۲}$ حساب

$= \frac{(n + 2) \cdot (n + 1)}{2}$ حساب

$= \frac{((n + 1) + 1) \cdot (n + 1)}{2}$ حساب

$= \mathrm{RHS}_{n+1}.$

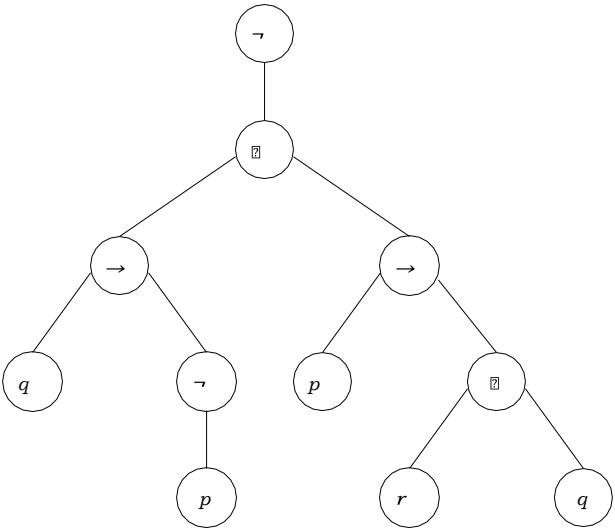
القا ریاضی کنند استفاده توانندمی ما ،قدم استقرایی ... و مورد پایه ... داد نشان موفقیت با ما که آنجایی از بالا قضیه در شده ذکر ملک دارند □ اعداد طبیعی همه که کردن استنباط به. 2

پایه ... که در نسخه الف از کردن فکر توانیمی ،مثال برای .دارد مختلفی انواع اصل این ،واقع در داشتن نگه هابیانیه برخی .۰ جمله از اعداد طبیعی همه بپوشانید سپس بود خواهد که ،۰ = □ است مورد یک با معامله به باشند داشته بود خواهد شما بنابراین .۳ از بزرگتر ،بگو ،اعداد طبیعی کاملا برای فقط استفاده .(مثال یک چنین برای تمرینات ... ببینید) گام استقرایی ... از نسخه ... داشتن نگه اما ،۴ مورد پایه ... مثلاً) تعاریف استقرایی کردن شامل که ( □ ) □ خواص روی شودمی موفق معمولاً القا ریاضی از خواص درست باش است ممکن آنجا کندمی پیشنهاد ۲ صفحه روی (3) جمله .(0 □ با □ از تعریف $M(\square)$ کردن کار کرد نخواهد القا ریاضی که برای.

$\geq$

فرضیه القا ... که در القا ریاضی از نوع الف است آنجا .□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□. ( □ (2) □ $M(1)$ ربط حرف اما ،( □ ) نیست $M$ فقط (۱ + □ ) □ کردن اثبات برای داشته ندارد آنجا ،القا □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ ( □□□ که ،نوع آن در

قدم استقرایی ... در شده انجام باش توانندمی چیز همه – همه در مورد پایه صریح یک باش به باشند ضمنی طور به است پایه مورد ... که است پاسخ مورد؟ پایه الف بدون کار این توانندمی چگونه □ (2) □ (1) است مثال القایی مرحله :۳ = □ مورد ... بگیرید نظر در قدم استقرایی ... در شامل □ (3) □ (4). حالا $n$ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □




**شکل ۱.۱۰.** ارتفاع با درخت کردن تجزیه الف ۵ .

فایل ،هابرنامه .داریم سروکار ،داده ساختارهای ،نوعی از متناهی ساختارهای با اغلب ما ،کامپیوتر علوم در ،مثال برای .اموال قطعی الف دارد ساختار الف چنین از مثال □□ که دادن نشان به نیاز ما اغلب غیره و ها خاص الف در هابراکت '(' از شماره ... که ملک ... باشند داشته ۱.۲۷ تعریف از هافرمول فرم خوش ... به اعداد طبیعی از دامنه ... روی القا ریاضی استفاده توانندمی ما ها براکت '(' از شماره آن است برابر فرمول .طبیعی اعداد به هافرمول فرم خوش اتصال به نیاز نحوی به ما ،شدن موفق به سفارش در این کردن ثابت

**تعریف ۱.۳۲** فرمول فرم خوش الف شده داده $\varphi$ ، ما تعریف به آن کردن □□□□□□ به باشد ۱ به درخت کردن تجزیه آن از مسیر ترین‌طولانی ... از طول ... علاوه

هاآن ارتفاع .بگیرید نظر در را ۱.۱۰ و ۱.۴ ،۱.۳ های‌شکل در فرم‌خوش های‌فرمول ،مثال برای □ به به به به از رودمی مسیر ترین‌طولانی ،۱.۳ شکل در .است ۵ و ۶ ،۵ ترتیب به است ۱ هااتم ارتفاع که باشید داشته توجه .$\forall q_5 = 1$ است $\bigwedge^{6}$ ارتفاع‌ینابراین ،۴ طول از مسیر الف ، همه درباره هابیانیه دادن نشان توانندمی ما ،ارتفاع متناهی دارد فرمول فرم خوش هر که آنجایی از .$1 = 0 +$ شود می نامیده اغلب بیشترین است ترفند این .ارتفاع آنها روی القا ریاضی توسط هافرمول فرم خوش ... از مفهوم ... از استفاده با .علم کامپیوتر در تکنیک استدلال مهم یک ، □□□□ □□□□□□□ مسیر القای از مورد ویژه الف فقط است القا ساختاری که شدن متوجه ما ،درخت کردن تجزیه الف از ارتفاع هاارزش .

**۱.۳۳ قضیه** □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□.

بگذارید . □□ هافرمول فرم خوش از ارتفاع ... روی القا هاارزش سیر توسط دهید ادامه ما : P سقف ما .پرانتز داخل درست و چپ از شماره همان ... باشند داشته □ ارتفاع از هافرمول «همه» معنی ( □ ) □ $n$ ارتفاع با $\varphi$ فرمول .( $n$ ) کنید ثابت را $M$ کنید سعی و □ < □ کدام هر برای ( □ ) □ کنید فرض □□ □□ □□□ □□□□□□ .

- **مورد پایه:** سپس □ = ۱. کنید این یعنی که $\varphi$ فقط است فرض خوش فرم ما درخت کردن تجزیه ... از ریشه ... بنابراین و 1 < □ سپس **:هاارزش مسیر استقراییِ مرحله** باش باید $\varphi$ از درخت کردن تجزیه ... از ریشه ... بنابراین و □ > 1 سپس **:هاارزش مسیر استقراییِ مرحله** هستند موارد دیگر نفر سه ... ، → است آن که کنید فرض ما فرم خوش است $\varphi$ برای ، ∧ یا پنجم ، → ، چ $\varphi_2$ و $\varphi_1$ هافرمول فرم خوش برخی برای ( $\varphi_1 \to \varphi_2$ ) است برابر $\varphi$ سپس راه مشابه الف در کرد استدلال است آن .(هازیردرخت دو ریشه ... از هابازنمایی خطی ،راست ترتیب به ،چپ ... فقط هستند آنها ،دوره از) بنابراین ،استقراء فرضیه ... از استفاده با . □ از کوچکتر کاملاً هستند $\varphi_2$ و $\varphi_1$ ارتفاعات ... که واضح $\varphi_2$ برای درست است همان ... اینکه و ها براکت درست و چپ از شماره همان ... دارد $\varphi_1$ که گیری‌نتیجه ما و ')' تکرار تعداد ،بنابراین .'(' یک و ')' یک ،پرانتز داخل بیشتر دو فقط شد اضافه ما ( $\varphi_1$ $\varphi_2$ ) در اما . است □□□□□ $\varphi$ در '(' → 2

با مستقیماً بالا در ... کردن ثابت نه توانستمی ما چرا دهدمی نشان ( □ ) □ ( □ → □ ) فرمول داشته هازیردرخت دو آن ،۴ ارتفاع دارد فرمول این که حالی در .هافرمول ارتفاع روی ریاضی استقرای کرده کار باشند داشته بود خواهد ۳ ارتفاع برای فرضیه القا یک ،بنابراین .ترتیب به ،۳ و ۱ ارتفاعات باشند درخت زیر چپ ... برای خورده شکست اما راست زیردرخت ... برای

## منطق ای‌گزاره از صحت 1.4.3

،استدلال از سختگیرانه موضوعات دادن توسعه به ما برای است ممکن آن ساختن قوانین کسر طبیعی $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ هاگزاره دیگر قطعی کردن فرض $\psi$ گیری‌نتیجه الف در رسیدن ما که از دوره ... در انجام .معتبر است $\psi$ □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ متوالی ... که گفت ما ،مورد که در . □ $\varphi$ □ ... □ حفظ همه هادنباله معتبر که حس ... در □□□□ همه هستند قوانین اینها که شواهد هر باشند داشته ما دهید معناشناسی؟ درستی جدول ما توسط شده محاسبه حقیقت کردن

-ارزش الف است آنجا که تصور قابل آن است ، $\psi$ ► □ $\varphi$ □ .، □ $\varphi_1$ از اثبات الف شده داده هستند □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ هاگزاره همه اگرچه نادرست است بالا $\psi$ که در ایتیشن ما بگذارید .بنابراین است این چرا که دهیمی نشان ما بخش این در و نیست مورد این ،خوشبختانه است؟ درست متوالی ... که شده تأسیس دارد انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی ما در اثبات برخی که کنید فرض همه که در هاارزیابی همه برای :دادن نشان به نیاز ما .معتبر است $\psi$ ► □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ همچنین و شودمی ارزیابی T به $\psi$ ، شود ارزیابی T به □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ هاگزاره.

به کردن ارزیابی □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ همه که در هاارزیابی همه برای ،اگر **۱.۳۴ تعریف**
که گوییمی ما ،همچنین و تی کندمی ارزیابی $\psi$ ، تی

$$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square} \blacktriangleright \psi$$

رابطه □□□□□□ □□□□□□ ... ▶ بگیرید تماس و داردمی نگه

مفهوم این از هامثال برخی در کن نگاه ما بگذارید

1. و □ به هاارزش حقیقت از تکالیف همه کردن بازرسی به باشند داشته ما ،خب دارید؟ نگه □ □ □ ▶ آیا به نیاز □□ □ برای تی کندمی محاسبه تکلیف یک چنین که زمان هر اینها از چهار هستند آنجا ؛ □□□□ اگر فقط تی کندمی محاسبه $q$ □ اما .خب عنوان به درست است □ که مطمئن ساختن مورد ... واقع در است □ ▶ □ □ بنابراین ،درست هستند □ و □
2. که برای تکالیف سه هستند آنجا ؟ □ ▶ □ □ رابطه ... درباره چه اگر ،حال این با اینها از همه برای درست باش به باشند داشته □ بنابراین ، تی کندمی محاسبه $q$ □ سپس ، □ به ف و □ به تی دهیمی اختصاص □ □ ▶ $p$ نیست برقرار. ،بنابراین .نادرست است □ اما ، تی کندمی محاسبه $q$ □
3. فقط نگران باش به باشند داشته ما که اطلاعیه ؟ □ ▶ □ □□ به بالا ... کردن اصلاح ما اگر چه نوبت در که ،نادرست باش به □ نیروها این . تی به کردن ارزیابی □ □ □ که در هاارزیابی درباره مورد. است □ ▶ □ □□ رو این از .است درست باش به □ نیروها
4. ▶ از حق روی گزاره اتمی خیر که واقعیت ... وجود با ،داردمی نگه □ ▶ □ که باشید داشته توجه از چپ ... روی دهدمی رخ ▶ .

از □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ باشد اگر :دهید نشان به دارد استدلال صحت الف که شدن متوجه ما بالا بحث ... ▶ $\psi$ معتبر باشد ،آنگاه $\varphi$ ۱ است □ $\varphi$ ۲ □ ... □ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ نگه می دارد.

**۱.۳۵ قضیه (صداقت)** □□□□□□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □ ... □ $\varphi$ □ □ $\psi$ □□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □ ... □ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ □□□ □□□□□□□ □□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □ ... □ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ □□□ □□ □□□□.

از $\psi$ برای اثباتی که دانیمی ،است معتبر $\psi$ □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ است □ که آنجایی از : P سقف صاف و نرم خوشگل الف دادن انجام الان ما . □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ محل ... .دارد وجود ... □□□ □□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ از استفاده با ما ،یعنی ،چیز می شامل که است خطوطی تعداد فقط اثبات یک طول! □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ نشان به قصد ما .دادن نشان به معنی ما است آن چه درباره .باشیم واضح کاملاً دهید اجازه بنابراین .شود دادن ... ادعای $M(\square)$:

□□□□ □□□ □□□□□□□□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ≥ □ ... □ $\varphi$ □ $\psi$ ( n0 ) □□ □□□□□□ □□□ k □□
□□□□□ □ □□□□□ □□□ □□ □□ $\varphi 1$ باشد □ $\varphi$ ۲ □ ... □ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ □□□ □□□□□□.

کندمی ایجاب ایده این . □ عدد طبیعی ... روی القا هاارزش سیر توسط

اثبات الف دارد ( □ → □ ) → □ ▶ □ → □ ∧ □ متوالی .هرچند ،کار برخی

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ∧ □ → □ |
| ۲ | فرض | □ |
| ۳ | فرض | □ |
| ۴ | ∧ من ۲ □ ۳ | □ ∧ □ |
| ۵ | → ه ۱ □ ۴ | □ |
| ۶ | → من ۳ – ۵ | □ → □ |
| ۷ | → من ۲ – ۶ | □ → ( □ → □ ) |

... عنوان به اثبات الف نداریم دیگر ،کنیم حذف را خطوط آخرین از تا چند یا خط آخرین اگر اما
... برداشتن توسط ،هرچند ، کامل اثبات الف دریافت ما .شده بسته دریافت نه کندمی جعبه ترین‌بیرونی
فرض الف عنوان به جعبه ترین‌بیرونی از فرض ... نویسی دوباره و خط آخرین:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ∧ □ → □ |
| ۲ | فرض | □ |
| ۳ | فرض | □ |
| ۴ | ∧ من ۲ □ ۳ | □ ∧ □ |
| ۵ | → ه ۱ □ ۴ | □ |
| ۶ | → من ۳ – ۵ | □ → □ |

که کندمی تضمین سپس فرضیه القا . □ → □ ▶ □ □□ → □ ∧ □ متوالی ... از اثبات الف است این
□ ∧ □ → □ ∧ □ → □□ □ ▶ □ → □ اینکه دلیل همچنین تواندمی ما سپس اما .دارد می نگه
□ ▶ □ → ( $q \to r$ ) چرا؟ - است برقرار نیز
کدام هر برای (' □ ) □ کنید فرض ما .القای توسط اثبات ما با دهید ادامه بیایید
□ < □ کردن ثابت به کنید سعی ما و □ ( □ ).

شکل به باید پس ،(۱ = $k$ ) باشد ۱ اثبات طول اگر .□□□□ □□□□: □□□□□ □□ □□□.
باشد زیر

φ۱ قضیه

و ۱ $\varphi$ و 1= □ زمانی چه مورد ... است این .خط یکی از بیشتر کردن شامل قوانین دیگر همه که آنجایی از
،دوره از . ▶ $\varphi\varphi$ دنباله با معامله هستیم ما یعنی , $\varphi$ مساوی $\psi$
ادعا عنوان به داردمی نگه $\varphi$ ▶ $\varphi$ ،بنابراین . □□ کندمی بنابراین تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ که آنجایی از
.کرد

□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□: $\varphi_1$ بعدی ی‌قضیه اثبات که کنیم فرض
اعداد همه برای کنیم اثبات خواهیم‌می که ای‌گزاره و □□□ $k$ طول دارای $\psi$ ▶ □ $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □
: دارد را زیر ساختار ما اثبات . است درست $k$ از کوچکتر

| | |
|---|---|
| فرض $\varphi_1$ | 1 |
| فرض $\varphi_2$ | 2 |
| : | |
| فرض $\varphi_k$ □ | |
| : | |
| توجیه $\psi$ □ | |

نقطه آن بین است؟ دادن رخ حال در اتفاقی چه ،اینکه اول .دانیم‌نمی ما که دارد وجود چیز دو حاضر حال در قطعیت عدم اول خط؟ آخرین ... از توجیه است چه یعنی ،شده اعمال قاعده آخرین ... بود چه ،دوم ها؟ کارها همه ریشه ،دانش کمبود دوم .قدرت آن دهدمی نشان القا ریاضی کجا است این نگرانی؛ خیر از است به نیاز ما بنابراین ،آخرین شده اعمال بود قاعده که دانستن از ندارد وجود راهی وجه هیچ به ،کلیت این در .است .خود نوبه به قوانینی چنین همه بگیرید نظر در

1. و $\psi_1 \wedge \psi_2$ فرم ... از است $\psi$ که بدانید ما سپس .من $\wedge$ است قاعده آخرین این که کنید فرض ما بگذارید کنید فرض . دارند خود های‌نتیجه عنوان به را $\psi_2$ و $\psi_1$ ترتیب به که بالا بیشتر خطوط دو به دارد اشاره □ خط در توجیه ... داشته وجود آنجا که دیدن ما ، □ از ترکوچک هستند $k_2$ □ و $k_1$ □ که آنجایی و . □□□□□ $k_1$ خطوط این با $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □ ▶ $\psi_1$ و $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □ ▶ $\psi_2$ های‌دنباله ... از هااثبات باشد گرفتن فقط – □ □□ □□□□ طول
$\varphi_1$ □ $\varphi_2$ که گیری‌نتیجه ما ،استقرا فرضیه از استفاده با .ما اصلی اثبات خطوط اولین $k_2$ و $k_1$ ترتیب به که‌کردن دلالت روابط دو اینها اما .داردمی نگه $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □ ▶ $\psi_1$ و $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □ ▶ $\psi_2$ □
چرا؟ – خب عنوان به داردمی نگه $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ □ ▶ $\psi_1 \wedge \psi_2$
2. عنوان به شده داده یا فرض ،باشیم کرده ثابت باید پس ،باشد شده داده نشان $\vee$ e قاعده از استفاده با $\psi$ اگر از به شده داده ارجاع بود که ، □ > $k'$ با □ خط برخی در $\eta_2$ پنجم $\eta_1$ فرمول برخی فرض الف ،بنابراین . □ خط از توجیه ... در ای وی طریق
توسط آمده دست به ،$\vee$ اثبات آن چارچوب در $\eta_1$ $\eta_2$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_k$ ، □□□□□ $\varphi_1$ دنباله □□
بدست ما راه مشابه الف در محل به □ خط در باز هستند که هاجعبه از فرضیات همه چرخاندن □ $\varphi_k$ □ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ و $\psi$ ▶ $\eta_1$ □ □ $\varphi_k$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ های‌دنباله ... از هااثبات آوردن
.ای وی از تحلیل مورد ... از $\psi$ ▶ $\eta_2$
▶ □ $\varphi_k$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ روابط ... که گیری‌نتیجه ما ،فرضیه القا ما توسط
نگه $\psi$ ▶ $\eta_2$ □ $\varphi_k$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ و $\psi$ ▶ $\eta_1$ □ $\varphi_k$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ ، $\eta_2$ پنجم $\eta_1$
به داردمی نگه $\psi$ ▶ □ $\varphi_k$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ که نیرو سپس روابط سه اینها هم با اما .داشتن
چرا؟ - خب عنوان
3. در اثبات قاعده است ممکن کدام هر ها چک استدلال ... از استراحت ... که الان توسط زدن حدس تواندمی شما کسر طبیعی ما که تأیید به پایین هاجوش نهایت در و نوبت

... ترک ما .کنندمی ارزیابی آنها به مربوط درستی جداول که کنندمی رفتار روشی همان به معنایی نظر از قوانین ورزش یک عنوان به جزئیات. 2

شده داده هاانجمن اثبات یک از □□□□ □□□ ... از اطمینان در مفید است منطق ای‌گزاره از صحت شما که اما ،است معتبر $\psi$ ▶ $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_2$ که کردن ثابت به کنید سعی شما بگو بیایید متوالی پیدا باش تواندمی اثبات چنین نه که مطمئن .باش تو توانستمی چگونه .شدن موفق کرد نخواهد هاتلاش بهترین است آنجا هرچند حتی اثبات یک کردن پیدا تواند؟ نمی شما که باش فقط است ممکن آن ،همه از بعد شد؟ □□ $\varphi$ که در ارزیابی الف کردن پیدا به است کافی آن .یکی

$\varphi_1 \square$ ندارند ما ، ▶ از تعریف توسط ،سپس . اف به کندمی ارزیابی $\psi$ که حالی در تی به کردن ارزیابی $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_2$ ▶ $\psi$ که یعنی این ،صحت از استفاده با . □ ▶ $\varphi_2 \square \ldots \square \varphi_2$ این کرد خواهد تمرین شما .اثبات الف باشند داشته نه کندمی متوالی این ،بنابراین .معتبر باش تواندنمی تمرینات ... در روش

## منطق ای‌گزاره از بودن کامل 1.4.4

: □□□□ هستند منطق ای‌گزاره قوانین کسر طبیعی ... که شما کردن متقاعد به امید ما ،زیربخش این در کسر طبیعی الف دارد وجود آنجا سپس ،داردمی نگه $\psi$ ▶ $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ که زمان هر $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ ▶ متوالی ... برای اثبات □ .
آوردن دست به سپس ما ،زیربخش قبلی ... از نتیجه صحت ... با ترکیبی

. دارد می نگه $\psi$ ▶ $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ iff $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ ▶ $\psi$ معتبر است

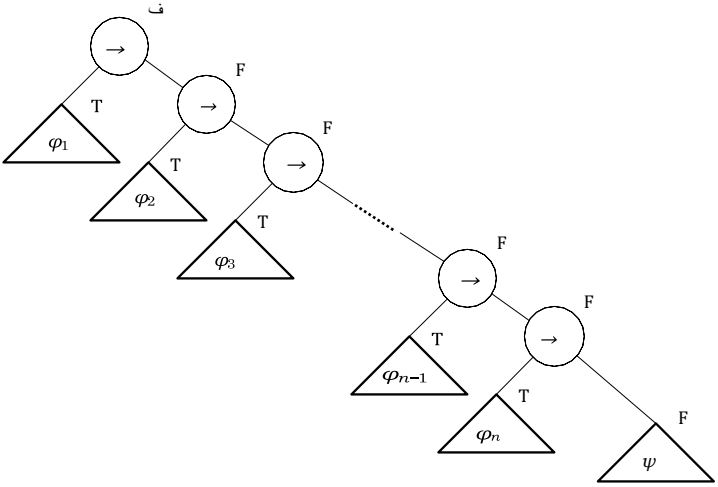
دادن نشان اغلب .استفاده دادن ترجیح شما روش که خصوص در آزادی قطعی الف شما دهدمی این ترآسان یا بهتر کلی طور به دو این از کدام‌هیچ اگرچه) است ترآسان بسیار رابطه دو این از یکی □□□□□□ آن اساس بر که □□□ □□□□□ □□□□□□ شامل اول روش .(نیستند الف کردن محاسبه به شما نیروها معمولاً روش دوم .بر مبتنی است پارادایم □□□□□ □□□□□ به مقاوم هستند هاروش دو هر هااتم ای‌گزاره دهدمی رخ از اندازه ... در نمایی است که میز حقیقت می متفاوتی پاسخ روش دو این تحت درمان به اغلب هافرمول از هایی‌نمونه خاص اما عمومی در درمان دهند.

برقرار $\psi$ ▶ $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ اگر که گفتن استدلال یک با نگران است بخش این از باقیمانده $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ ▶ $\psi$ اینکه فرض با .است معتبر $\varphi_1$ باشد $\square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\square}$ آنگاه ،است مراحل سه در حاصل درآمد استدلال ... ،داردمی نگه $\psi$ ▶ :

می نگه $\varphi_1 \to (\varphi_2 \to (\varphi_3 \to (\ldots(\varphi_{\square} \to \psi)\ldots)))$ ▶ که دادن نشان ما :۱ قدم دارد.

معتبر $\varphi_1 \to (\varphi_2 \to (\varphi_3 \to (\ldots(\varphi_{\square} \to \psi)\ldots)))$ ▶ که دهیممی نشان ما :۲ مرحله است معتبر $\psi$ ▶ $\varphi_{\square} \square \ldots \square \varphi_2$ ، $\varphi 1$ که دهیممی نشان □ نهایت در :۳ مرحله .است

.را دومی در شده انجام است کار واقعی ... همه آسان؛ کاملاً هستند مراحل سوم و اول




**شکل ۱.۱۱.** تجزیه های‌درخت ما .شود ارزیابی F به تواندمی تجزیه درخت این که راهی تنها ما به اینجا در آنها داخلی ساختار ،مثلث عنوان به □ $\varphi$ . دهیم‌می نشان ... ، $\varphi$ ۲ ، $\varphi$ ۱ برای را نیست مربوط.

**۱ قدم:**

آن اگر □□□□□□□□□□ الف شود می نامیده است $\varphi$ منطق ای‌گزاره از فرمول الف **۱.۳۶ تعریف** یعنی ،هاگذاری‌ارزش آن همه تحت تی به کندمی ارزیابی را iff ▶ □□ .

فرض کنید که $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □...□ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ ،است برقرار کنید که تأیید کنیم‌می $\varphi$ ۱ → ( $\varphi$ ۲ → ( ... ( $\varphi$ ۳ → ( $\varphi$ □ → $\psi$ ) ... ))) که آنجایی از مکررات تکرار الف واقع در است فرمول دومی ... به کردن ارزیابی □ $\varphi$ ،. . .،۲ $\varphi$ ، ۱ $\varphi$ همه اگر فقط ف به کردن ارزیابی تواندمی آن ،دلالت تو در تو است یک تی
که .است تضاد در واقعیت با این اما .ببینید ۱.۱۱ شکل در را آن تجزیه درخت ؛ شودمی ارزیابی F به □ $\psi$
$\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □...□ $\varphi$ □ ▶ $\psi$ ،بنابراین .دارد می نگه ▶ $\varphi$ ۱ ( $\varphi$ ۲ ( $\varphi$ ۳ ( ... ( $\varphi$ □ $\psi$ ) ... ))) دارد می نگه.

**۲ قدم:**

**قضیه ۱.۳۷** □□□ ▶ $\eta$ □□□ □□□□□□□□ □□□ □□□ $\eta$ □□□ □□□□□. □□ □□□□ □□□□□□ □□□ $\eta$ □□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ $\eta$ □□ □□□□ □□□.

شامل $\eta$ که .شده داده ▶ $\eta$ که کنید فرض .یکی سخت ... است گام این
تی به کندمی ارزیابی $\eta$ که بدانید ما □ □ □...□ ۲ □ □ ۱ □ هااتم ای‌گزاره متمایز □
؟ توانیم‌می آیا چگونه (. $\eta$ از ارزیابی الف هالیست خط کدام هر) .میز حقیقت آن در خطوط □ ۲ همه برای به کاملاً شده انجام باشد تواندمی این موارد برخی در ؟ □ برای اثبات الف ساخت به اطلاعات این استفاده باشند داشته نحوی به ما اینجا اما . $\eta$ از ساختار بتن ... در کن نگاه خوب خیلی الف گرفتن توسط راحتی هر 'رمزگذاری' به است بینش کلید .اثبات الف چنین ساختن از راه □□□□□□□□ الف با بالا بیا به $\eta$ از میز حقیقت ... در خط کدام

. کنید جمع $\eta$ اثبات در را آنها و هادنباله □ ۲ اینها برای هااثبات ساخت ما سپس متوالی الف عنوان به

**۱.۳۸ گزاره** □□□□□□□ $\varphi$ □□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □ ۱ □□ ۲ □...□ □ □ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □ □□□ □□ □□ □□□□□ □□ $\varphi$ □□ □□□□□ □□□. □□□□ □□□ ۱ ≤ □≤ ۹$n$ □□□ □□□□ $p$ ^ $i$ □□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□ $l$ □□□□ □□ □□□ □□ $_i$T □□□□ □ □□ □□□ □□□ □□□□ $p$ ^ $i$ □□ $_i$□□□ . □□ □□□□□

1. □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... □□ ^ □ ▶ $\varphi$ □□□ □□□□ □□□□□ □□□ ... □□□□ □□□□ $\varphi$ □□ □□ □ □□□ تی
2. □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... □□ ^ □ ▶ چ $\varphi$ □□□ □□□□ □□□□□ □□□ ... □□□□ □□□□ $\varphi$ □□ □□ □ □□□ ف

روی القا ریاضی ،یعنی ، $\varphi$ فرمول ... روی القا ساختاری توسط شده انجام است اثبات این : P سقف از درخت کردن تجزیه ... از ارتفاع ... □□ .

1. اثبات اینها .۹$p$ ▶ ۹ و ▶ $p$ که دهیم نشان باید ، □□□□ $p$ ای‌گزاره اتم یک $\varphi$ اگر دارند خطی‌تک های.
2. $\varphi$ که کنید فرض ،اول .بگیرید نظر در به موارد دو باشند داشته دوباره ما $\varphi$ ۱ چ فرم ... از است $\varphi$ اگر اتمی همان ... دارد $\varphi$ ۱ که باشید داشته توجه . اف به کندمی ارزیابی $\varphi$ ۱ مورد این در . تی به کندمی ارزیابی که گیری‌نتیجه به $\varphi$ ۱ روی فرضیه القا ... استفاده است ممکن ما . □□ عنوان به هاگزاره □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... □□ ^ □ ▶ چ $\varphi$ ۱ ؛ اما چ $\varphi$ ۱ فقط است $\varphi$ ۱ فقط هستند ما بنابراین ، $\varphi$ شده انجام. □ ^ □ □□ ... □□ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... دریافت ما و تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ ۱ سپس ، اف به کندمی ارزیابی $\varphi$ اگر ،دوم □ ^ □ □□ ... □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... از اثبات ... شود تمدید است ممکن ما ، من قاعده ... از استفاده با .القای توسط $\varphi$ ۱ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... یک به $p$ ^ 1 ازای به $\varphi$ ۱ ▶ □ ^ □ □□ چ چ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ^ ۱ □ □̂ ۲ □... اما ؛ ۱ □ چ □ □ فقط ۱ □ □ $\varphi$ ۹ □□□ است تمام ما کار دوباره بنابراین ،.

کجا ، $\varphi$ ۱ ∘ $\varphi$ ۲ است برابر $\varphi$ :هازیرفرمول دو با معامله همه موارد مانده باقی

$\varphi$ از باشند ای‌گزاره های‌اتم □ □ ... □ ۱ $q$ کنید فرض موارد این تمام در . باشد V یا Λ ، ∘ → ۱ □□□ □ } باشند داشته قطعاً آنگاه . باشند φ۲ ای‌گزاره های‌اتم □ □□ □ ... □ ۱ $r$ و ۱ □...□ $q_l$}∪ { $r$ ۱ □...□ $rk_k$} = { $p$ ۱ □...□ □ □ } که زمان هر ،بنابراین . $\hat{q}$ ۱ باشد □ ... $q$ ^ $l$ ▶ $\psi$ ۱ و $\hat{r}$ ۱ □... □□ ▶ □ $\psi$ ۲ هستند معتبر بنابراین است □ ۱ □Λ.. □ □ ^ □ از استفاده با $\psi$ ۱ $\psi$ ۲

ترکیب دهدمی نشان که داریم شواهدی ما فقط و فرضیه القا ما استفاده تواندمی ما ،راه این در .۸ن قاعده ... ،مورد به بسته □ $\varphi$ ۹ یا $\varphi$ برای را مطلوب نتیجه دهندمی امکان ما به ،گیریمی نتیجه که عطفی های .کنیم اثبات

3. می ارزیابی $\varphi$ ۱ که بدان ما سپس ، F به کندمی ارزیابی $\varphi$ اگر .$\varphi$ ۱ → $\varphi$ ۲ باش $\varphi$ بگذارید ،طبعی شوخ به کند
   □ $q$ ^ $l$ ▶ $\varphi$ ۱ ... □ $\hat{q}$ ۱ باشند داشته ما ،فرضیه القا ما از استفاده با . اف به $\varphi$ ۲ و تی به ما .کند می دنبال $\varphi$ ۲ چ $\varphi$ ۱ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ۱ □̂ بنابراین ، $\varphi$ ۲ چ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ۱ □̂ و $\hat{r}$ ۱ دادن نشان به نیاز
   ، $\varphi$ ۲ چ $\varphi$ ۱ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ۱ □̂ از استفاده با اما ؛( $\varphi$ ۱) → $\varphi$ ۲) چ ▶ □ ^ □ □□ ... □ ۱ □̂

به مبالغ این

کنید ترک تمرین عنوان به ما که ، $(\varphi_1 \to \varphi_2)$ چ ► $\varphi_2$ چ $\Lambda$ $\varphi_1$ متوالی ... کردن اثبات.

و ف به کندمی ارزیابی $\varphi_1$ اگر ،اول موارد سه باشند داشته ما سپس ، تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ اگر

و $\varphi_1$ چ ► $q_i$ ^ □ ... □ $\hat{q}_1$ که ،فرضیه القا ما توسط ،کردن دریافت ما سپس ، اف به $\varphi_2$

کند می دنبال $\varphi_2$ چ $\Lambda$ $\varphi_1$ چ ► □ ^ □ □ ... □ $\hat{r}_1$ بنابراین ، $\varphi_2$ چ ► □ ^ □ □ ... □ $\hat{\square}_1$

به فقط نیاز ما ،دوباره

$\varphi_1$ اگر ،دوم .کردن ورزش یک عنوان به ترک ما که ، $\varphi_1 \to \varphi_2$ ► $\varphi_2$ چ $\Lambda$ $\varphi_1$ چ متوالی ... دادن نشان

به رسیدن به فرضیه القا ما استفاده ما ، تی به $\varphi_2$ و ف به کندمی ارزیابی

ما که ، $\varphi_2 \to \varphi_1$ ▶ $\varphi_2 \wedge \varphi_1$ چ کردن ثابت به باشند داشته و $\varphi_2 \wedge \varphi_1$ چ ▶ □ ^ □ □ ... □ ̂ ۱ □ ... □ □ در رسیدن ما ، تی به کردن ارزیابی $\varphi_2$ و $\varphi_1$ اگر ،سوم .کردن ورزش یک عنوان به ترک که، $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$ ▶ □ ^ □ □ □

... به جذاب توسط .□□□□ □□□□ □□ $p$ $q$ $p$ خواهیممی ما ،نهایت در
در محل ... از شر از شدن خلاص دریافت به نیاز نحوی به ما ،بنابراین بالا هادنباله از هااثبات چهار

مستثنی ... از قانون روی کردن تکیه ما کجا مکان ... است این هادنباله چهار اینها از طرفین دست چپ ... (□ و □ اینجا) هااتم ای‌گزاره همه برای LEM∨ استفاده ما . □ هر برای ، □ هاایالت که وسط شده همه فراخواندن تواندمی ما راه که .ه از استفاده با توسط ،موارد چهار همه کنید فرض جداگانه ما سپس و همه از شدم خلاص باشند داشته ما اینکه تا بارها و بارها ای قاعده از استفاده و بالا های‌دنباله از هااثبات چهار شماتیک صورت به فازها چهار اینها از ترکیبی ... بیرون طلسم ما . ما محل:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | □ چ پنجم □ | | | | | | | لم |
| ۲ | | | | | | | | |
| ۳ | $p$ | | | ass | ч$p$ | | | ass |
| ۴ | $q \vee$ ч$q$ | | | LEM | $q \vee$ ч$q$ | | | LEM |
| ۵ | $q$ | ass | ч$q$ | ass | $q$ | ass | ч$q$ | ass |
| ۶ | . . | | . . | | . . | | . . | |
| ۷ | | | | | | | | |
| ۸ | $p \wedge q \to p$ | | $p \wedge q \to p$ | | $p \wedge q \to p$ | | $p \wedge q \to p$ | |
| ۹ | $p \wedge q \to p$ | | | ∨e | $p \wedge q \to p$ | | | ای وی ∨e |

متوجه همچنین شما ،کندمی کار مثال خاص این چگونه کردن درک شما عنوان به زودی به که همانطور نظر به آن ،دوره . کرد خواهد کار نیز □□□□ □□□□ □□□ $n$ با دلخواه توتولوژی یک برای این که شد خواهد یاد به اما .طولانی این به است که اثبات الف از استفاده □□ □ □ کردن ثابت به مسخره رسدمی $\eta$ توتولوژی هر برای اثبات a های‌سازه که روش □□□□□□□ الف دهدمی نشان این که باشید داشته است آن پیچیده چگونه ماده خیر ،.

□□□ □: □ □ □ □ □ □ □ برای اثباتی باید □ $\varphi 1$ □□□□ □□□□ □□□ ، $\varphi$ ۲ به □ $\varphi$ □ ...□ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ کردن معرفی توسط اثبات آن دادن افزایش و ۲ گام توسط شده داده ((( و $\varphi$ ۲ با دارد ادامه ، $\varphi$ ۱ با شروع) محل اینها از کدام هر روی بار $n$ ه → کردن اعمال سپس محل عنوان $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ دنباله ... برای اثبات الف ما دهدمی که $\psi$ گیری‌نتیجه ... در رسیدن ما ،بنابراین .(غیره □...□ $\varphi$ □ ► $\psi$ .

**۱.۳۹ فرعی نتیجه (بودن کامل و صداقت)** □□□□□□□ □□□□□□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □...□ $\varphi$ $n$ ,$\psi$ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□. □□□ $\varphi$ 1 □ $\varphi$ ۲ □...□ $\varphi$ □ ► $\psi$ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ $\varphi$ ۱ □ $\varphi$ ۲ □...□ $\varphi$ □ ► $\psi$ □□□ □□□□□.

## هافرم عادی 1.5

درستی جدول ... برای کامل و .است صحیح ،ای‌گزاره منطق برای ما اثبات سیستم که دادیم نشان ،قبل بخش در ۱.۶. شکل در هافرمول از معناشناسی

نشان به این کردن اعمال ما ،تمرینات ... در معناشناسی درستی جدول .بود خواهد حقیقی واقعیت یک ، آن می $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_2$ که دادن نشان سادگی به :اثبات الف باشند داشته نه کندمی متوالی الف که دادن $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_2$ متوالی ... که بر دارد دلالت صحت سپس ؛ $\psi$ مستلزم معنایی نظر از نه کند هادنباله معتبر (معنایی نظر از) چه ماده خیر : بود قدرتمندتر بسیار گزاره یک شامل بودن کامل .ندارد اثباتی $\psi$ اجازه مکاتبات تنگ این کسر طبیعی از سیستم اثبات ... در هااثبات باشد داشته نحوی همه آنها ،هستند آنجا از مفهوم ... با کردن کار بین سوئیچ آزادانه به ما دهدمی

( $\blacktriangleright$ ) مستلزم معنایی از که وقتی ( $\blacktriangleright$ ) هااثبات

فقط است از موارد از اعتبار ... بگیرید تصمیم به کسر طبیعی از استفاده با $\blacktriangleright$ هادنباله برای هااثبات مانند درخت مفهوم ،غیرخطی الف طرح ما ۱.۲.۶ ورزش در .احتمالات بسیاری از یکی فقط است کلمه واقعی معنای به ۱.۳۴ تعریف کردن اعمال توسط $\blacktriangleright$ از مثال یک بررسی ،ترتیب همین به تحقیق الان ما .دارد می نگه $\psi \blacktriangleright \varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_{\text{باشد}}$ چه گیری تصمیم از هاراه بسیاری از یکی گیری تصمیم برای هاجایگزین مختلف کردن

-نحو هافرمول اینها کننده دگرگون روی بر مبتنی هستند که $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi \blacktriangleright \psi$

،کنیم حل را موضوع آنها اساس بر توانیممی که «معادل» موارد به تیکی نظر از توسط معنی ما دقیقاً کن مشخص رو چی اول ما که کندمی ایجاب این .معنی به الگوریتمی یا نحوی خالص هافرمول معادل

## 1.5.1 اعتبار و بخشی رضایت ،بودن معادل معنایی

است پیشنهاد این .باشند داشته یکسانی «معنی» که هستند یکدیگر معادل صورتی در $\psi$ و $\varphi$ فرمول دو همه میز؛ حقیقت همان ... باشند داشته □ و □ □ ،مثال برای .شده تصفیه باش به نیازها و مبهم به نه است میزها حقیقت از «تصادف» .نتیجه همان ... بازگشت □ و □ برای ف و ت از هاترکیب چهار □ و □ □ هافرمول ... درباره چه برای ،ذهن در باشند داشته ما چه برای خوب کافی اندازه .دارند متفاوتی اتمی خواص و دارند کمی اشتراکات آنها ، □□□ □ □ □ □ □ □ □ خطوط چهار است □ □ برای میز حقیقت ... ،این بر علاوه هارابط متفاوت هافرمول دو فقط از از است متشکل $r$ □ برای یکی ... که حالی در ،طولانی معادل کنید تعریف ما که کندمی پیشنهاد این .است درست همیشه هستند هافرمول دو هر ،حال این با .خطوط اینها سپس ،برعکس رذیلت و $\psi$ مستلزم معنایی نظر از $\varphi$ اگر : $\blacktriangleright$ طریق از $\psi$ و $\varphi$ هافرمول از سازی درستی جدول ما عنوان به دور عنوان به همان ... باش باید هافرمول .نگران است معناشناسی

**۱.۴۰ تعریف** □□ □□□ $\psi$ و $\varphi$ :گوییممی .باشند ایگزاره منطق از هاییفرمول $\psi$ و $\varphi$ کنید فرض $\varphi \equiv$ بنویس ما صورت آن در .دارید نگه $\varphi \blacktriangleright \psi$ و $\psi \blacktriangleright \varphi$ اگر هستند □□□□□ □□□□□ $\varphi$ .است برقرار $\varphi \blacktriangleright$ اگر □□□ □□□□ □□□□□ $\varphi$ بگیرید تماس ما ،این بر علاوه . □

$\varphi$ توانستیممی که باشید داشته توجه $\equiv \psi$ □□ □□□ □□□□□ □□□□ $\wedge$

$\varphi \blacktriangleright (\psi) (\psi \rightarrow \varphi)$ که معنی این به

یکسان است سازی معادل معنایی ،بودن کامل و صحت دلیل به ،واقع در .رسدمی مفهوم همان به است؛ برقرار به □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□

هستند هافرمول معادل از هامثال .(۱.۲۵ تعریف)

□ → $q$ ≡ چ □ →

ч $pp$ → $q$ ≡ ч $p$ ∨ $q$

□ ∧ □ → □ ≡ □ پنجم □ چ

□ ∧ □ → □ ≡ □ → ( □ → ر ) . $(r)$

... بنابراین ،داردمی نگه $\eta$ ▶ اگر توتولوژی الف شود می نامیده است $\eta$ فرمول الف که بیاورید یاد به برای گیری‌تصمیم رویه هر که گویدمی لم کردن دنبال هافرمول معتبر ... دقیقاً هستند ها توتولوژی از اعتبار ... برای رویه تصمیم الف واقعیت در است هاتوتولوژی
.خب عنوان به هادنباله

**۱.۴۱ لم** □□□□ □□□ □□□□□□□□ $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_n$ □ $\psi$ □□ □□□□□□□ □□□□□

$\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_n$ ▶ $\psi$ □□□ □□□□□□ *iff* ▶ $\varphi_1$ → ( $\varphi_2$ → ( $\varphi_3$ → · · · → ( $\varphi_n$ → □ ))) □□□ □□ □□□□.

برقرار ((( $\varphi_n$ → $\psi$ ) → ( $\varphi_3$ → · · · → ( $\varphi_2$ → ( $\varphi_1$ ▶ که کنید فرض ،اول : P سقف درست باید $\psi$ پس ،هستند درست گذاری‌ارزش یک تحت همه $\varphi_n$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ اگر .است · · · → ( $\varphi_3$ → ( $\varphi_2$ → ( $\varphi_1$ ▶ ،صورت این غیر در .گذاری‌ارزش همان برای خب زیرا باشد → ( $\varphi_n$ → $\psi$ ))) بود نخواهد برقرار (کنید مقایسه ۱.۱۱ شکل با را این) .دوم ،اگر $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □...□ $\varphi_n$ ▶ $\psi$ که ایم‌داده نشان قبلاً ما ،داردمی نگه $\varphi_1$ → ( $\varphi_2$ → ( $\varphi_3$ → · · · → ( $\varphi_n$ → □ ))) .اثبات بودن کامل ما از ۱ گام در کندمی دنبال 2

و اتفاقات و اصلاً نیستند حاوی که آنهایی به تبدیل های‌فرمول به خواهم می ما ،اهداف فعلی ما برای شده انجام بودن است این.آسان هستند ها چک اعتبار که چنین هالایه هستند جدایی به م ح د و د توسط

1. یک از → موارد همه حذف برای $\psi$ ∨ $\varphi$ ч ≡ $\psi$ → $\varphi$ معادل از استفاده با و فرمول
2. بدون هنوز) □□□ □□□□ الف به → هر بدون فرمول الف گیردمی که الگوریتم یک کردن مشخص توسط → ) برای که است اعتبار بررسی آسان.

چنین بسیاری هستند آنجا ،دوباره .دانیم‌می «عادی» را فرمول های‌شکل کدام که کنیم مشخص باید ما ،طبیعتاً مهم مورد دو فقط مطالعه ما متن این در اما ،مفاهیم.

**۱.۴۲ تعریف** الف □□□ □□□□□□ □ یا □ اتم یک یا است □ اتم یک از نفی ...
حرف الف است آن اگر (CNF) □□□□ □□□□□ □□□ در است □□ فرمول الف . □ ч
:الفبا حروف از انفصال الف است □□ بند کدام هر کجا ،بندها از ربط

□ ::= □ | چ □

□□ ::= □ | □□ پنجم □ (۱.۶)

□□ ::= □□ | □□ ∧ □□.

هستند فرم عادی ربط حرف در هافرمول از هامثال

$(i)$ (چ $q$) پنجم □ پنجم □ ) ∧ ( □ پنجم □ چ ) ∧ $q$ $(ii)$ ( $p$) پنجم □ ) ∧ ( □ چ پنجم □ ) ∧ ( □ پنجم □ چ ).

الف است کدام∨ ∨ ∨ و ∨ ∨ ∨ : □□ □ □ □ نوع از بندها سه هستند آنجا ،مورد اول ... در از چگونه که کنید توجه .(1.6) در بندها از قاعده اول ... توسط بند الف به شده داده ترویج اللفظی تحت ∨ $\eta$ ∨ ( $\psi$ ∧ $\varphi$ ) ( $\eta$ ∨ $\psi$ ) $\varphi$ که گفتن ، و کردیم استفاده ضمنی طور به پذیری‌شرکت قوانین □ ) ) فرمول پرافتزها برخی شده حذف ما که آنجایی از ∨ $\eta$ ∨ $\psi$ ∧ ( ∨ $\psi$ ∧ $\varphi$ ) ∧ $\varphi$ و □ ) □ ) □ ) □ ) نیست اللفظی تحت مقدار یک $p$ $q$ از CNF در نه است ( □ □ ) □ ) □ ) □ ∨ ∨ ∨

**۱.۴۴ تعریف** است $\varphi$ که بگو ما ،منطق ای‌گزاره در $\varphi$ فرمول الف شده داده
. تی به کندمی ارزیابی است که در ارزیابی الف دارد آن اگر □□□□□□□□□

اگر تی کندمی محاسبه آن که آنجایی از بخش رضایت است □ □ □ فرمول ... ،مثال برای است بخشی رضایت ،بنابراین .معتبر نه است □ □ □ ،است واضح . □ به تی دهیممی اختصاص آن برعکس اما هست نیز تحقق قابل ،تعریف به بنا معتبری فرمول هر زیرا ، است تری‌ضعیف مفهوم الف .است نفی ، آینه ،دیگر کدام هر از تصاویر آینه فقط هستند مفاهیم دو اینها ،حال این با . نیست صادق

**۱.۴۵ قضیه** □□□ □□□□ $\varphi$ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□.
□□□□□ $\varphi$ □□□□ □□□□ □□□ □□□ $\phi$ □□□□□ □□□□□.

$\varphi$ از دارد وجود گذاری‌ارزش یک ،تعریف طبق .است ارضاشدنی $\varphi$ که کنید فرض ،ابتدا : P سقف .گذاری ارزش همان که برای ف کندمی ارزیابی $\varphi$ که یعنی که اما ؛ تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ که در .معتبر باش تواندنمی $\varphi$ ،بنابراین

برابر $\varphi$ آن در که $\varphi$ .شود تعیین آن برای مقداری باید پس .نیست معتبر $\varphi$ که کنید فرض ،دوم هاارزیابی ... که باشید داشته توجه) .بخش رضایت بنابراین و است T با برابر $\varphi$ ،بنابراین . است F با 2 $\varphi$ از هاارزیابی ... دقیقاً هستند $\varphi$ از (.

فقط برای رویه تصمیم یک ارائه نیاز ما که گویدمی اساساً آن که آنجایی از مفید العاده‌فوق است نتیجه این است $\varphi$ هر آیا گیری تصمیم برای پ رویه الف باشند داشته ما که بگو بیایید ،مثال برای .مفاهیم اینها از یکی معتبر است $\varphi$ آیا پ پرسیدن توسط سادگی به بخشی رضایت برای رویه تصمیم یک آوردن بدست ما .معتبر طور به .بخش رضایت است $\varphi$ صورت این غیر در بخش‌رضایت نه است $\varphi$ ،است آن اگر .است ما .کند تبدیل اعتبار برای روشی به را اطمینان قابلیت برای گیری‌تصمیم رویه هر تواندمی ما ،مشابه .متن این در هارویه از انواع دو هر برخورد

زمانی چه ،یعنی آسان؛ واقعاً است CNF در فرمول معادل یک محاسبات که در سناریو یکی است آنجا ،مثال برای . □□ برای میز حقیقت پر الف پایین نوشتن از کار ... شده انجام قبلاً دارد دیگری کسی ... (40 صفحه) ۱.۸ شکل در ( □ چ پنجم □ ) → ( چ → □ ) جدول حقیقت ... گرفتن → □ ) کجا خط کدام هر برای

که آنجایی از الفبا حروف از انفصال الف ساخت الان ما ف کندمی محاسبه ( □ چ پنجم □ ) → ( چ
پیوستگی که . ۱ $\psi$ پیوستگی یکی فقط باشند داشته ما ،خط چنین یکی فقط است آنجا
توجه □ و □ حروف شدن شامل ما کجا ،الفبا حروف از انفصال الف توسط آمده دست به الان است □ اینجا :خط که در حقیقت های‌ارزش ... از اضداد نحوی ... فقط هستند حروف ... که باشید داشته راحتی به است □□□□ □ ترتیب بدین است CNF در فرمول نتیجه در . اف است □ و تی است □ ) □ ) □ ) به معادل باش به و اف ان سی در باش به شده دیده.

نادرست باش اراده شده ساخته فرمول ... ،خب ؟ $\varphi$ فرمول هر برای کار همیشه این کندمی چرا در هاگسست ... همه که یعنی این .نادرست باش اراده □□ $\psi$ ربط حروف آن از یکی حداقل در iff مورگان د ... از استفاده با . اف باش باید □□ $\psi$ الف چنین

از ی‌رابطه که کنیم‌می استنباط ،$(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \cdots \wedge \varphi_n) \equiv \neg(\neg\varphi_1 \vee \neg\varphi_2 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n)$ قاعده باشند داشته فرمول شده ساخته ... و $\varphi$ ،بنابراین .است درست باش باید حروف آن از اضداد نحوی ... میز حقیقت همان ...

جدول حقیقت ... توسط شده داده است $\varphi$ که در ،مثال دیگری بگیرید نظر در:

| | | | $\varphi$ |
|---|---|---|---|
| تی | تی | تی | تی |
| تی | تی | ف | ف |
| تی | ف | تی | تی |
| تی | ف | ف | تی |
| ف | تی | تی | ف |
| ف | تی | ف | ف |
| ف | تی | ف | ف |
| ف | ف | ف | تی |

نحوی نظر از $\varphi$ چی ما بگو نه کندمی آن ; $\varphi$ از مشخصات الف فقط واقعاً است میز این که باشید داشته توجه که هانوشته چهار دارد میز حقیقت این که آنجا از .کند «رفتار» باید چگونه که گویدمی ما به اما ،است به شبیه میز که خاموش □□ $\psi$ ... خواندن ما .(۴ □□ 1) □□ $\psi$ ربط حروف چهار ساخت ما ، اف محاسبه خطوط آن در درست هستند که هااتم آن کردن نفی ما کجا ،هااتم همه از گسست. بندی فهرست توسط:

(۵ خط) □ چ پنجم □ چ پنجم □ $\overset{\text{دف}}{=}$ $\psi_2$ (۲ خط) □ پنجم □ چ پنجم □ $\overset{\text{دف}}{=}$ چ $\psi_1$

□. چ پنجم □ پنجم □ = $\psi_4$ غیره و □ پنجم □ چ پنجم □ = $\psi_3$

بنابراین است اف ان سی در $\varphi$ نتیجه در

( چ □ پنجم □ چ پنجم □ ) ∧ ( □ پنجم □ چ پنجم □ ) ∧ ( □ چ پنجم □ چ پنجم □ )
( □ چ پنجم □ پنجم □ ) ∧ ( □ چ پنجم □ پنجم □ ) .

،باشیم داشته را $\varphi$ ساختار اگر ... بدانید دادن انجام اما ،دفع ما در میز حقیقت پر الف باشند داشته نکن ما اگر یک که باشد شده مشخص باید اکنون .کنیم محاسبه CNF در □□ $\varphi$ از ای‌نسخه خواهیم‌می آنگاه عنوان به چیز همان ... زیاد خوشگل هستند CNF در معادل فرمول یک و $\varphi$ از کامل درستی جدول باش است ممکن اف ان سی در فرمول ... اگرچه – هستند نگران اعتبار درباره سوالات عنوان به دور جور و جمع بیشتر زیاد.

## 1.5.2 اعتبار و هافرم عادی ربط حرف

و سریع الف برای دهندمی اجازه آنها که در هافرم عادی ربط حرف از مزایا ... شده دیده قبلاً باشند داشته ما یک به شده تبدیل باش توانندمی فرمول هر آیا که کندمی تعجب آیا یکی ،بنابراین .اعتبار از آزمون نحوی آسان باشید داشته توجه .که فقط به دستیابی الگوریتم یک دادن توسعه الان ما .CNF در فرمول □□□□□ می کاهش ما .معتبر است هافرمول معادل آن از هر iff معتبر است فرمول الف ،۱.۴۰ تعریف توسط ،که چنین $\varphi$ $\psi$ معادل یک محاسبات از مشکل ... به معتبر است $\varphi$ □□ آیا کننده تعیین از مشکل ... دهیم معتبر است $\psi$ آیا ،۱.۴۳ لِما طریق از ،کردن بررسی و اف ان سی در است $\psi$ که.

≡

تحقق آن و احتمالات کنیممی بیان آن مورد در کلی نکته چند ،کنیم ترسیم را روشی چنین اینکه از قبل فرم عادی چنین محاسبات از هاراه کارآمد کمتر یا باش بیشتر توانستمی آنجا ،همه از اول هامحدودیت پذیری و $\varphi \equiv$ .باشد داشته وجود زیادی صحیح هایخروجی است ممکن، $\psi_1$ برای ،این از بیشتر حتی اما ها $\psi_1$ اگر حتی ، $\psi_2$ عنوان به همان ... است $\psi_1$ که کردن دلالت کلی طور به نه دهید انجام $\varphi \equiv \psi_2$ در هستند $\psi_2$ و

کنید متقاعد سپس ؛( $q$ پنجم □ ) $\wedge$ □ $\overset{\text{ف}}{2}\overset{\text{ث}}{=}$ $\psi$ و □ $\overset{\text{ف}}{1}\overset{\text{ث}}{=}$ $\psi$ ، □ $\overset{\text{ف}}{=}\overset{\text{ث}}{=}$ $\varphi$ گرفتن ،مثال برای .اف ان سی سی الف از محاسبه ... ،هافرم نرمال ربط حرف معادل از ابهام این داشتن .دارد می نگه $\psi_2$ $\varphi$ که خودت حروف از شماره ... باش مثال برای توانستمی «هزینه» آن در که) «هزینه» حداقل با $\varphi$ برای اف ان در که موضوعی ،شودمی تبدیل مهم بسیار عملی مسئله یک به ( $\varphi$ تجزیه درخت از ارتفاع ... یا ،ربط □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ یک بیان به ما ،حاضر حال در .است شده پرداخته آن به 6 فصل ورودی شده داده الف برای اف ان سی خروجی همان ... کندمی محاسبه همیشه که الگوریتمی .□□□□ □□ .

الزامات کردن دنبال ... کردن برآورده باید ، اف ان سی شود می نامیده ،الگوریتم این:

(1) ورودی؛ عنوان به منطق ایگزاره از هافرمول همه برای یابدمی خاتمه اف ان سی
(2) و فرمول؛ معادل یک هاخروجی اف ان سی ،ورودی چنین کدام هر برای
(3) CNF. در است اف ان سی توسط شده محاسبه خروجی همه

سپس ،(1) توسط اجباری است که ،ورودی یافتن پایان با ایگزاره منطق $\varphi$ فرمول با CNF فراخوان اگر است $\psi$ که هاتضمین (3) ،بنابراین . $\psi$ خروجی ... برای داردمی نگه $\varphi$ $\psi$ که کندمی تضمین (2) است دومی ... بررسی و معتبر؛ است $\psi$ iff معتبر است $\varphi$ بنابراین . □□ از اف ان سی معادل یک . □ از طول ... به نسبی آسان

بی یعنی ،همه برای .کند عمل درستی به باید استراتژی این کند؟ اتخاذ باید استراتژی نوع چه CNF می محاسبه که رویه الف بنویس به کندمی پیشنهاد شدت به این .منطق ایگزاره از هافرمول ،بسیاری نهایت ، $\varphi_2$ باشد $\varphi 1$ شکل به $\varphi$ اگر ،مثال برای . $\varphi$ فرمول روی ساختاری استقرای توسط اف ان سی الف کند بر -کجا ،( □□ = ۱ □ ۲) □□ $\varphi$ برای □□ $\eta$ هافرم عادی ربط حرف محاسبه سادگی به است ممکن □□□ □□□□□ $\varphi$ به معادل است که فرم عادی ربط حرف الف است $\eta_1 \wedge \eta_2$ سر توسط اثبات استفاده به کندمی پیشنهاد همچنین استراتژی این .(□□ = ۱ □ ۲) □□ $\varphi$ □≡ $\eta$ □□ ساختاری

الف به توجه با .کندمی برآورده را بالا در شده ذکر (1-3) الزامات CNF اینکه اثبات برای $\varphi$ روی استقراء می ترجمه ما ،ابتدا در . □□□ □□□□□□ برخی دادن انجام اول ما ،ورودی عنوان به $\varphi$ فرمول $\psi$ به □□ $\eta$ $\psi$ ... از هازیرفرمول همه کردن جایگزین توسط $\varphi$ در پیامدها همه دور کنیم باشید داشته توجه . رایگان ال پی ام آی شود می نامیده رویه الف توسط شده انجام است این. کنیتبدیل $\eta \rightarrow$ یا $\psi$ در پیامدهایی باش است ممکن آنجا برای ،بازگشتی باش به دارد رویه این که

.خب عنوان به $\eta$

،همه از مهمتر .خروجی فرمول به هانفی برابر دو کردن معرفی است ممکن رایگان ال پی ام آی از برنامه □ فرمول ... ،مثال برای .حاضر باش هنوز است ممکن است اتمی غیر هایفرمول آنها دامنه که هاییفی تواندمی یکی آیا است سوال ... ،اساساً .دامنه آن عنوان به □ $\wedge$ با نفی الف دارد چنین ( □ $\wedge$ □ ) چ $\wedge$ که آنجایی از . □□ برای اف ان سی الف از $\varphi$ چ برای اف ان سی الف محاسبه کارآمد طور به $\varphi$ چ کردن ترجمه توسط سوال ... زدن دور ما ،پاسخ ... بدانید به نیست انگار □□□

در باش به گفت هستند هااتم کردن نفی فقط که هایی‌فرمول هااتم از هانفی فقط شامل که فرمول معادل یک به کلید .داد خواهیم شرح جزئیات با را ، NNF ،ای‌رویه چنین بعداً ما .(NNF) □□□ □□□□ □□□
پیش مرحله ،بنابراین دوم .قوانین مورگان د ... در گویدمی دروغ هافرمول پیامد از عاری برای آن مشخصات معادل یک آوردن بدست به رایگان .کندمی فراخوانی IMPL دلالت بدون خروجی با را NNF ،پردازش اف ان ان در فرمول.

ان ان بگیرید تماس از نتیجه ... است که $\varphi'$ فرمول الف آوردن بدست ما ،پردازش‌پیش این همه از بعد تبدیل فقط هاالگوریتم دو هر که آنجایی از $\varphi' \equiv \varphi$ که باشید داشته توجه .(($\varphi$)-رایگان ال پی ام آی ) اف $\varphi'$ در هااتم فقط که آنجایی از و وقوع خیر شامل $\varphi'$ که آنجایی از .که آنهایی معادل به هافرمول کنندمی یک توسط اف ان سی برنامه است ممکن ما ،شده نفی هستند
هاگسست و ربط حروف ،الفبا حروف :موارد □□ فقط از تحلیل

- □□ . هاخروجی اف ان سی بنابراین و اف ان سی در تعریف توسط است آن ،اللفظی تحت الف است $\varphi$ اگر
- ... دریافت به □□ $\varphi$ کدام هر روی بازگشتی صورت به اف ان سی بگیرید تماس ما ، $\varphi_2 \wedge \varphi_1$ است برابر $\varphi$ اگر

خروجی مربوطه
□□ . ورودی برای خروجی عنوان به $\eta_2 \wedge \eta_1$ اف ان سی ... بازگشت و $\eta$ □□

- برای □□ $\varphi$ کدام هر روی بازگشتی صورت به اف ان سی بگیرید تماس دوباره ما ، $\varphi_2$ پنجم $\varphi_1$ است برابر $\varphi$ اگر مربوطه ... آوردن بدست
در □□ مطمئناً فرمول که که آنجایی از $\eta_2$ پنجم $\eta_1$ بازگشت سادگی به نه باید ما زمان این اما ؛ □□ $\eta$ خروجی الفبا حروف باش به افتادن اتفاق $\eta_2$ و $\eta_1$ اینکه مگر ،اف ان سی

توزیع ... به توسل است ممکن ما ،خب مورد؟ آخرین ... در برنامه ... کامل ما تواندمی چگونه بنابراین تبدیل هافصل از ربط حرف یک به ربط حروف از انفصال هر کردن ترجمه به ما دادن حق که ،قوانین پذیری تولید هاگسست آن که قطعی ساختن به نیاز ما ،اف ان سی الف به منجر این اینکه برای ،حال این با .شودمی روی بر مبتنی پذیری‌توزیع از استفاده با برای استراتژی الف کردن اعمال ما الفبا حروف شامل فقط شده دادن انجام که DISTR شود می نامیده الگوریتم مستقل یک در نتایج این . $\varphi_2$ $\varphi_1$ در تطبیقی الگوهای عنوان به ( $\eta_2$ ، $\eta 1$ ) جفت ... با بگیرید تماس DISTR با سادگی به ما ،بنابراین ما برای کار که همه آن نتیجه ارسال و ورودی.

و اف ان ان ، رایگان ال پی ام آی برای کد شده نوشته باشند داشته قبلاً ما که کنید فرض : اف ان سی برای کد شبه بنویس الان است ممکن ما ، کننده توزیع

**تابع** اف ان سی ( $\varphi$ ):
/* NNF در و پیامد بدون $\varphi$ :شرط پیش */
/* $\varphi$ برای اف ان سی معادل یک کندمی محاسبه ( $\varphi$ ) اف ان سی :شرطپس */
**تابع مورد شروع**
$\varphi$ **بازگشت** : اللفظی تحت الف است $\varphi$
( □$\varphi$ ) اف ان سی $\wedge$ ( $\varphi_1$ ) اف ان سی **بازگشت** : $\varphi_2 \wedge \varphi_1$ است $\varphi$
(($\varphi_2$ ) اف ان سی □ ( $\varphi_1$ ) (اف ان سی ) توزیع **بازگشت** : $\varphi_2$ پنجم $\varphi_1$ است $\varphi$
**پایان مورد پایان**
**تابع**

$\varphi$ از عادی اشکال ربط حرف شده محاسبه ... با شده انجام است توزیع از گرفتن تماس ... چگونه که کنید توجه آیا روی تحلیل مورد الف کندمی و پارامترها ورودی عنوان به $\eta_2$ و است $\eta 1$ دارای روتین توزیع . $\varphi_2$ و $_1$ است هافرمول ورودی آن از کدام هیچ اگر دادن انجام توزیع باید چه ربط حروف هستند هاورودی اینها هستند که $\eta_2$ و $\eta_1$ هاورودی برای توزیع گرفتن تماس هستند ما که آنجایی از ،خب ربط؟ حرف الف چنین الفبا حروف از هاگسست یا ،الفبا حروف هستند $\eta_2$ و $\eta_1$ که معنی تواندمی فقط این ،اف ان سی در است CNF در $\eta_1 \eta_2$ ،بنابراین.

یک که آنجایی از ربط حرف الف است $\eta_2$ و $\eta_1$ هافرمول ... از یکی حداقل در ،صورت این غیر در تبدیل به خواهم می ما ربط حرف کدام که بگیریم تصمیم باید ،است کافی مسئله سازی‌ساده برای ربط حرف قطعی ما CNF الگوریتم که معتقدیم ما ترتیب این به که ربط حروف هستند هافرمول □□ □□ اگر کردن که گویدمی قانون توزیعی ... سپس . $\eta_{11} \wedge \eta_{12}$ فرم ... از است $\eta_1$ که کنید فرض بنابراین .است

$\eta_1$ پنجم $\eta_2 \equiv$

$\eta_2$ و $\eta_{12}$ ، $\eta_{11}$ هافرمول کننده شرکت همه که آنجایی از .( $\eta_2$ پنجم $\eta_{12}$ ) $\wedge$ ( $\eta_2$ پنجم $\eta_{11}$ ) هستند

( $\eta_2$ □ $\eta_{12}$ ) و ( $\eta_2$ ، $\eta 11$ ) هاجفت برای دوباره توزیع بگیرید تماس است ممکن ما ،اف ان سی در و

کننده توزیع تابع نوشتن برای بینش کلید ... است این ربط حرف آنها فرم سادگی به سپس

سپس است توزیع از بگیرید تماس بازگشتی آن ساختار و است متقارن ربط حرف یک $\eta 2$ که موردی $\eta_2$ کجا ،( $\eta_1$ پنجم $\eta_{22}$ ) $\wedge$ ( $\eta_1$ پنجم $\eta_{21}$ ) $\equiv$ $\eta_2$ پنجم $\eta_1$ سازی معادل ... توسط شده دیکته $= \eta$ □□ $\wedge \eta_{22}$ :

**تابع** توزیع ( $\eta_1$ □ $\eta_2$ ):

/* اف ان سی در هستند $\eta_2$ و $\eta_1$ :شرط پیش */

/* $\eta_2$ پنجم $\eta_1$ برای اف ان سی الف کندمی محاسبه ( $\eta_1$ □ $\eta_2$ ) توزیع :شرطپس */

**تابع مورد شروع**

( $\eta_{12}$ □ $\eta_2$ ) توزیع $\wedge$ ( $\eta_{11}$ □ $\eta_2$ ) توزیع **بازگشت** : $\eta_{11} \wedge \eta_{12}$ است $\eta_1$

در ( $\eta_{22}$ □ $\eta_1$ ) توزیع $\wedge$ ( $\eta_{21}$ □ $\eta_1$ ) توزیع **بازگشت** : $\eta_{21} \wedge \eta_{22}$ است $\eta_2$

$\eta_2$ پنجم **برگردان** را $\eta 1$ :(ربط حرف بدون =) صورت این غیر

**پایان مورد پایان**

**تابع**

و اول حالت ،باشد $\eta_1$ اگر ،این بر علاوه .اندگرفته نظر در را احتمالات تمام بند سه این چگونه که کنید توجه اراده کد این که درک ما سپس است این .هستند ربط حرف دو هر $\eta 2$ و .دارند همپوشانی هم با دوم می اعمال بند اول ... ،بنابراین بند پایین ... به بالا ... از پرونده بیانیه الف از بندها ... کردن بازرسی شد.

... نوشتن از وظیفه با ما هابرگ این ، کننده توزیع و اف ان سی هاروال ... شده مشخص داشتن _طراحی ... نماینده ما . اف ان ان و رایگان توابع

دلالت هرگونه از عاری کردن تبدیل به دارد اف ان ان تابع تمرینات ... به رایگان ال پی ام آی از
فرم عادی نفی در یکی معادل یک به فرمول.
هستند اف ان ان در هافرمول از هامثال چهار

□ ч □
چ □ ∧ ( □ ∧ □ ) چ □ ∧ ( □ → □ ) □

→ که آنجایی از مهربان آخرین ... از فرمول الف با معامله به باشند داشته کرد نخواهد ما اگرچه
و □ чч هستند اف ان ان در نه هستند که هافرمول از هامثال .دهد رخ شد نخواهد
чp q∧). ( ص q )

فرمول ساختار روی بر موردی تحلیل با بازگشتی صورت به کنیممی ریزیبرنامه را NNF ما ،دوباره
به سفارش در بندها اینها :دهندمی ارائه زیر موارد از مورد دو برای حلیراه ،آخر مثال دو . φ ورودی
صدا الف است این . □□ از اف ان ان یک محاسبه سادگی به ما ، φ چ چ از اف ان ان الف محاسبه
( φ ۱ ) چ با است برابر φ اگر .است معادل معنایی نظر از هستند φ □ چ و φ که آنجایی از استراتژی
دستور الف عنوان به φ ۲ چ پنجم φ ۱ چ ≡ ( φ ۲ ∧ φ ۱ ) چ قاعده مورگان د ... استفاده ما ،( φ ۲ ∧
،دوگانه طور به .مورد که در بازگشتی صورت به خودش بگیرید تماس باید اف ان ان چگونه برای پخت
( φ1φ2 ) قاعده مورگان د دیگر ... به تجدیدنظرخواهی ( φ ۲ پنجم φ ۱ ) چ بودن φ از مورد ...
اف ان ان دهید اجازه سادگی به ما ،انفصال یا ربط حرف الف است φ اگر ،чφ ∧ ч ≡ чφ1φ2 ∨ ч
.اف ان ان در حروف همه ،است واضح هازیرفرمول آن به کنترل عبور
ترتیب بدین است اف ان ان برای کد نتیجه در

اف ان ان ( φ ): **تابع**

/* رایگان ضمنی دلالت است φ :شرط پیش */

/* برای NNF φ .کندمی محاسبه را NNF ( φ ) a :شرطپس */

**تابع مورد شروع**

φ **بازگشت** :اللفظی تحت الف است φ

( φ ۱ ) اف ان ان **بازگشت** : φ ۱ چ چ است φ

( φ□ ) اف ان ان ∧ ( φ ۱ ) اف ان ان **بازگشت** : φ ۱ ∧ φ ۲ است φ

( φ□ ) اف ان ان پنجم ( φ ۱ ) اف ان ان **بازگشت** : φ ۲ پنجم φ ۱ است φ

چ ) اف ان ان پنجم ( φ ۱ چ ) اف ان ان **بازگشت** :( φ ۱ ∧ φ ۲ ) چ است φ
φ ۲ )

چ ) اف ان ان ∧ ( φ ۱ چ ) اف ان ان **بازگشت** :( φ ۲ پنجم φ ۱ ) چ است φ
φ ۲ )

**مورد پایان**

**تابع پایان**

هاگزاره از φ فرمول هر به توجه با .هستند جامع ،الگوریتم شرطپیش دلیل به موارد این که باشید داشته توجه
به تبدیل را آن حالا است ممکن ما ،منطق

،تمرینات ... در .((( $\varphi$ ) (کنید ارسال رایگان ) (اف ان ان ) اف ان سی گرفتن تماس توسط اف ان سی معادل دهید نشان که شودمی خواسته شما از

- ،هاشرطپیش آنها جلسه ورودی روی دادن خاتمه هاالگوریتم چهار همه
- و اف ان سی در است ((( $\varphi$ ) رایگان ال پی ام_آی ) (اف ان ان ) اف ان سی از نتیجه ...
- □□ . به معادل معنایی نظر از است نتیجه که

۴ فصل در موجود های‌برنامه درستی ... کردن اثبات رسماً از مسئله مهم ... به بازگشت اراده ما توسط شروع ما . دهیم توضیح ملموس مثال چند با را بالا در شده کنگذاری های‌برنامه دهید اجازه حال دهیمی نشان ما ((( $q$ ـ □ □ □ ∧ □ ч ) رایگان ال پی ام آی ) (اف ان ان ) اف ان سی محاسبات کد ... داشتن انتظار بود خواهد شما چگونه با این کرد مقایسه باید شما و محاسبه این از جزئیات تمام تقریباً محاسبه ما ،اول .کردن رفتار به بالا IMPL رایگان ( $\varphi$ ):

( $\varphi$ ) رایگان ال پی ام آی = ч IMPL رایگان ( □ ∧ □ ( □ → □ )) رایگان ال پی ام آی پنجم ( □ چ ) رایگان
= ч (( IMPL رایگان_ال چ □ ) ∧ ( □ رایگان ال پی_ام آی ) پنجم (( □ رایگان ال پی ام آی ) □
∧ ( □ → □ ))
= چ (( □ ) رایگان ال پی ام آی پنجم ( □ رایگان ال پی_ام آی ∧ ( □ چ )) □ ∧ ( □ → □ ))
= چ ( چ □ ∧ □ ) رایگان ال پی ام آی پنجم ( □ ∧ □ ( □ → □ ))
= چ ( چ □ ∧ □ ) پنجم ( □ رایگان ال پی ام_آی )) رایگان ال پی ام آی ∧ ( □ → □ ))
= چ ( چ □ ∧ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) رایگان ال پی ام آی ( □ → □ ))
= چ ( چ □ ∧ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) رایگان ال پی ام آی_ چ ) ∧ □ ) پنجم ( □ رایگان ال پی ام آی ) پنجم
□ )))
= چ ( چ □ ∧ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) رایگان ال پی ام آی ) پنجم □ چ ) ∧ □ ))) .
= چ ( چ □ ∧ □ ) پنجم ( □ ∧ □ ) پنجم □ چ )) .

( $\varphi$ رایگان ال پی ام آی ) اف ان ان محاسبه ما ،دوم:

( $\varphi$ رایگان ال پی ام_آی ) اف ان ان = ( □ ∧ □ ( چ ) چ ) اف ان ان پنجم (( □ چ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم
□ ))
= ( □ ∨ □ ( ч $r$ ) ∧ □ ) اف ان ان پنجم (( □ چ ) (اف ان ان ) پنجم □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم (( □ چ ) (اف ان ان ) پنجم □ )
□ ))
= ( □ پنجم □ چ ) ∧ □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □ ∧ □ ) اف ان ان پنجم (( □ چ ) (اف ان ان ) پنجم □ چ )
□ ))
= ( □ پنجم □ چ ) ∧ □ ) اف ان ان پنجم (( □ چچ ) (اف ان ان ) پنجم (( □ چ ) (اف ان ان ) □
∧ ( □ پنجم □ چ ))
= ( □ پنجم □ چ ) ∧ □ ) اف ان ان پنجم (( □ چ ) (اف ان ان ) پنجم □ ) اف ان ان پنجم ( چ پنجم □ ) □

= ( □ پنجم ( چ پنجم ) ∧ □ ( چ □ پنجم ( اف ان ان) □ )))

= ( □ پنجم ( چ پنجم ) ∧ □ ( چ □ پنجم □ )) .

با خاموش آن پایان ما ،سوم

پنجم □ چ ) ∧ □ ) پنجم ( چ پنجم □ )) اف ان سی = (( □ رایگان ال پی ام آی ) (اف ان ان ) اف ان سی □ )))

□ چ ) ∧ □ ) اف ان سی □ ( □ چ پنجم □ ) (اف ان سی ) توزیع = (( □ پنجم

(( □ پنجم □ چ ) ∧ □ ) اف ان سی □□ چ پنجم □ ) توزیع =

(( □ پنجم □ چ ) ∧ □ □□ چ پنجم □ ) توزیع =

□ چ □□ چ پنجم □ ) توزیع ∧ ( □ □□ چ پنجم □ ) توزیع = ( □ پنجم

پنجم □ چ □□ چ پنجم □ ) توزیع ∧ ( □ پنجم □ چ پنجم □ ) = □ )

□ پنجم □ چ پنجم □ چ پنجم □ ) ∧ ( □ پنجم □ چ پنجم □ ) = ) .

با ... از نتیجه ... ترتیب بدین است ( □ ∨ □ ) ∨ ( □ ∧ □ ∨ □ ∨ □ ) فرمول
. $\varphi$ به معادل و فرم عادی ربط حرف در است و (( □ رایگان ال پی ام آی ) (اف ان ان ) بگیرید تماس CNF
به □ کنید انتخاب) معتبر نه اما (درست باش به □ کنید انتخاب) بخش رضایت است آن که باشید داشته توجه
که کردن مشاهده □ □ است عطفی نرمال ترساده شکل معادل همچنین ؛(باشد درست $q$ و باشد نادرست
خروجی اجرای برای جداگانه سازیبهینه یک به بنابراین هاسازیبهینه چنین دادن انجام نه کندمی الگوریتم ما
چنین برای دادن اجازه به توابع ما از کد ... تغییر است ممکن ،جایگزین روش یک عنوان به .است نیاز
.تولید ضد باش به کردن ثابت توانستمی که سربار محاسباتی الف '،کن پرواز ... روشن هاسازیبهینه
□ □ ) اف ان سی هازیرفراخوانی ... در مراحل محاسبه چندین شده حذف ما که شدن متوجه باید شما
ورودی ... زمان از نتیجه الف عنوان به ورودی آنها بازگشت آنها .(( □ □ ) □ ∨ □ ) اف ان سی و (
.فرم عادی ربط حرف در قبلاً است

ما .(( □ → □□ ∧ □□ ) → □□ ) → □ ≡ $\varphi$ بگیرید نظر در ،مثال دوم الف که همانطور
محاسبه

□ → □□ ∧ □□ ) → □□ ) رایگان ال پی ام آی پنجم ( □ رایگان IMPL ) چ =( $\varphi$ ) رایگان ال پی ام آی
))

(( □ → □□ ∧ □□ ) → □□ ) رایگان ال پی ام آی پنجم □ چ =

□ → □□ ∧ □□ ) رایگان ال پی ام آی پنجم ( □□ رایگان ال پی ام آی ) چ ) پنجم □ چ =
))

(( □ → □□ ∧ □□ ) رایگان ال پی ام آی پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =

ال پی ام آی پنجم (( □□ ∧ □□ ) رایگان ال پی ام آی ) چ ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =
(( □ رایگان

(( □□ رایگان ال پی ام آی ) ∧ ( □ رایگان IMPL ) ∨ ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =

(( □ رایگان ال پی ام آی پنجم

ال پی ام آی ) پنجم (( □□ رایگان ال پی ام آی ) ∧ □ ) چ ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =
((( □ رایگان

(( □ رایگان ال پی ام آی ) پنجم (( □ ∧ □ ) چ ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =

( □ پنجم (( □□ ∧ □ ) چ ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ =

( □□ ∧ □□ ) چ پنجم □□ چ ) پنجم □ چ ) اف ان ان =( $\varphi$ رایگان ال پی ام آی ) اف ان ان
(( □ پنجم

= ( □□ ∧ □□ ) چ پنجم □□ چ ) اف ان ان پنجم ( □ چ (اف ان ان )
( □ پنجم ( □□

= □ پنجم ( □□ ∧ □□ ) چ پنجم □□ چ ) اف ان ان پنجم □ چ
)

= ( □□ ∧ □ ) چ ) اف ان ان پنجم ( چ ) (اف ان ان ) پنجم □ چ
(( □ پنجم

= □ پنجم ( □□ ∧ □ ) چ ) اف ان ان پنجم □□ چ ) پنجم □ چ
))

= پنجم (( □□ ∧ □ ) چ ) (اف ان ان ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ
(( □ اف ان ان

= (( □□ چ پنجم □□ چ ) (اف ان ان ) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ
( □ اف ان ان پنجم

= ( ( چ ) اف ان ان پنجم ( چ ) NNF )) پنجم □□ چ ) وی □ چ
(( □ اف ان ان پنجم

= پنجم ( ( چ ) اف ان ان پنجم □□ چ )) پنجم □□ چ ) پنجم $r$ ч
(( □ اف ان ان

= □ اف ان ان پنجم ( چ پنجم □□ چ )) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ
))

= (( □ پنجم ( چ پنجم □□ چ )) پنجم □□ چ ) پنجم □ چ

. $r$ ч با منطبق الف دارد □ عنوان به معتبر و اف ان سی در قبلاً است دومی ... کجا

### بخشی رضایت و بندها شاخ 1.5.3

منطق ای‌گزاره الف کننده دگرگون برای پرداخت ما قیمت محاسباتی ... روی داد نظر قبلاً باشند داشته ما آن اما ،اعتبار برای چک نحوی آسان یک دارد هافرمول از آخر کلاس .اف ان سی معادل یک به فرمول دارند وجود مهمی های‌زیرکلاس عملاً ،خوشبختانه .است دشوار بسیار کلی طور به ارضاپذیری زیرا آزمون ،هانمونه این از یکی .آنها ارضای میزان تعیین برای کارآمد های‌روش دارند بیشتر خیلی که هایی‌فرمول از ،هورن .آ ،دان‌منطق خانوادگی نام از «هورن» نام ؛ □□□ □□□□ □□□□□□□□ دسته . بخشی‌رضایت آنها بررسی برای الگوریتم یک دادن و آنها کردن تعریف زودی به ما .است شده گرفته رضایت وضعیت یک دهنده نشان ('top') و ("پایین") منطقی های‌ثابت که باشید داشته یاد به مکررات تکرار الف ،ترتیب به ،فرمول نیست بخش

باش بتواند اگر است ای‌گزاره منطق از □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ یک **۱.۴۶ تعریف** زبان دستور این در □ از مثال یک عنوان به شده تولید:

□ ::= ⊥ | تی | □

□□□ ::= □ | □

$\wedge AC ::= A \rightarrow P$

$$::= \square\square \quad | \quad \square\square \wedge \square\square. \tag{1.7}$$

□□□ □□□ الف □□ از مثال کدام هر بگیرید تماس ما

الف است □□□ فرض که دلالت یک است بند شاخ الف بندها شاخ از ربط حروف هستند هافرمول شاخ شاخ از هامثال . □ نوع از همچنین است گیری‌نتیجه کسی چه مال و □ نوع از هاگزاره از ربط حرف هستند هافرمول

( □ ∧ □ ∧ □□ → □ ) ∧ ( □ ∧ □ → □ ) ∧ (
□ ∧ □□ → □□ ) ( $p$ ∧ $q$ ∧ □□ → ⊥ ) ∧ (
$q$ ∧ □ → □ ) ∧ ( تی → □□ )
( □□□□ ۲) ∧ □ ۳ ∧ □ ۵ → □ ۱۳ ) ∧ ( تی → □ ۵ ) ∧ ( □□□□ ۵)
∧ □ ۱۱ → ⊥ ) .

هستند هافرمول شاخ □□ هستند که هافرمول از هامثال

( □ ∧ □ ∧ □□ → چ □ ) ∧ ( □ ∧ □ → □ ) ∧
( □ ∧ □□ → □□ ) ( $p$ ∧ $q$ ∧ □□ → ⊥ ) ∧ (
چ $q$ ∧ □ → □ ) ∧ ( تی → □□ )
( □□□□ ۲) ∧ □ ۳ ∧ □ ۵ → □ ۱۳ ∧ □ ۲۷ ) ∧ ( تی → □ ۵ )
∧ ( □□□□ ۵) ∧ □ ۱۱ → ⊥ ) ( □□□□ ۲ ∧ □ ۳ ∧ □ ۵ → □
۱۳ ∧ □ ۲۷ ) ∧ ( تی → □ ۵ ) ∧ ( □□□□ ۵) ∧ □ ۱۱ پنجم ⊥ ) .

اول ... از پیامد از گیری‌نتیجه ...$p$ زیرا نیست هورن فرمول یک اول فرمول
دلالت ... از فرض ... که آنجایی از بودن شرایط واجد ندارد فرمول دوم . □ نوع از نه است ،پیوسته
یا ، ،نیست هااتم از پیوستگی یک ، $r$ $q$ ،پیوستگی دوم ... از ضمنی
. است ، $p_{27}$ $p_{13}$ ،اول پیوستگی استلزام نتیجه زیرا نیست هورن فرمول یک سوم فرمول ∧ ч
شاخ فرمول الف نه است وضوح به فرمول چهارم . □ نوع از نه است
پیامدها از ربط حرف الف نه است آن که آنجایی از
کندمی حفظ $\varphi$ فرمول شاخ الف از بخشی رضایت ... گیری تصمیم برای دادن پیشنهاد ما الگوریتم
این مثل حاصل درآمد و $\varphi$ در □ نوع از وقایع همه از فهرست الف:

1. فهرست که در دهدمی رخ آن اگر تی هاعلامت آن.
2. ۱ ≤ با □□ □□ همه که چنین $\varphi$ از □ → □□ □□ □□ ∧ □ ۱ ∧ □ ۲ ∧ ۰ ۰ ۰ پیوستگی الف است آنجا اگر
□□ ≤
است آنجا =) صورت این غیر در .۲ به برو و خب عنوان به □ علامت ،شده گذاری‌علامت هستند □□ □□
پیوستگی خیر
.۳ به برو (شده گذاری علامت هستند □□ □□ همه که چنین ′ □ □□→□□ □ ∧ ۲∧ ۰ ۰ ۰ ∧ □ ۱
3. اگر ⊥ شده گذاری‌علامت هست ،بیرون چاپ فرمول شاخ $\varphi$ است ارضا نشدنی و .متوقف شود .غیر این
.صورت به ،بروید ۴ مورد
4. بیرون چاپ » فرمول شاخ $\varphi$ است رضایت‌بخش و .متوقف شود.

□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ هستند هافرمول از ها گذاری علامت ... ،هادستورالعمل اینها در
علامت ما بار یک ،مثال برای فرمول شاخ ... در هافرمول اینها از وقایع دیگر همه توسط □□□

برای کد شبه از ما $p_2$ وقوع دیگر همه سپس ،بالا معیارها ... از یکی از زیرا ۲ □ کنیم می گذاری
کنیممی استفاده الگوریتم این رسمی کردن مشخص:

**تابع** هورن ($\varphi$):
/* فرمول شاخ الف است $\varphi$ :شرط پیش */
/* $\varphi$ برای بخشی رضایت ... گیردمی تصمیم ($\varphi$) هورن :شرطپس */
**تابع شروع**

$\varphi$ در تی وقوع همه علامت ؛

$\varphi$ از '□ → □□ □□ □□ □□ ∧ ۲□ ∧ ۱□ پیوستگی الف است آنجا **که حالی در دادن انجام** نیست '□ اما شده گذاری علامت هستند □□ □□ همه که چنین '□ علامت

**که حالی در پایان**

رضایت» **بازگشت دیگری** 'نشدنی‌راضی' **بازگشت سپس** شده گذاری علامت هست ⊥ **اگر** «بخش

**تابع پایان**

هافرمول شاخ همه روی یابدمی خاتمه الگوریتم این که مطمئن ساختن به نیاز ما
درست همیشه است (تصمیم آن =) خروجی آن که و ورودی عنوان به $\varphi$.

**قضیه ۱.۴۷** □□□□□□□□□ HORN □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □ □□□ □□ $n$ □□□□□□ □□ □□□□ □ □□ □□□□□□ $\varphi$ □□□□ □□ □□□□□□ $n$ اگر $+1$ □□□□□□ *while* □□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ . □□ □□□ □□□□ HORN □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□.

... شدن وارد که کنید توجه .قرارداد فسخ برنامه از سوال ... بگیرید نظر در اول ما بگذارید : P سقف این که آنجایی از . نه است که □ نشان بی گذاری علامت از اثر ... دارد while دستور ... از بدن در باشند داشته تواندمی while دستور ... ، $\varphi$ در □ وقوع همه به شودمی اعمال گذاری علامت T دارند وجود $\varphi$ در هایی‌اتم از چرخه بیشتر یکی بیشترین .

شده داده های‌پاسخ ... که دادن نشان به است کافی آن ،قرارداد فسخ شده تضمین ما که آنجایی از نقش کردن آشکار برای کندمی کمک آن ،پایان که به .درست همیشه هستند هورن الگوریتم ... توسط به گرفتم دارد □ که که است معنی □□□ □□ $P$ یک گذاری‌علامت ،اساساً .هاعلامت آن عملکردی بخش رضایت باش به رفتن کنون تا است $\varphi$ فرمول ... اگر درست باش.
که دادن نشان به القا ریاضی استفاده ما

(1.8) . تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ که در هاارزیابی همه برای درست هستند □ شده گذاری علامت «همه»

صفر ،مورد پایه .بالا در while عبارت ... از بدن ... از هااعدام از شماره هر از بعد داردمی نگه گذاری علامت فقط و قبلاً ما اما شده وارد است نشده هنوز دارد while دستور ... زمانی چه است ،هااعدام که آنجا از وقوع همه شده T
کند می دنبال (1.8) ،هاگذاری‌ارزش همه در درست باش باید T.

سپس while دستور از چرخه $k$ از بعد داردمی نگه (1.8) که کنید فرض ما ،قدم استقرایی ... در اگر .هاچرخه $+1$ □ از بعد است شده مشخص $P$ علامت با همه برای ادعا همان که دادن نشان به نیاز ما آنجا ،بنابراین .است درست قطعاً است while دستور شرط ،هفتم ی‌چرخه (۱ + □□□□ $k$) وارد

□□ بگذارید .شده گذاری علامت هستند □□ □□ همه که چنین $\varphi$ از '□ → □□ □□ □□ ∧ ۲□ ∧ ۱□ پیوستگی الف دارد وجود ∧ ۰ ۰ ۰
ارزیابی هر باش

∧ □ ۲ ∧ □ ۱ بنابراین و □□ □□ همه که بدانید ما ،فرضیه القا ما توسط .است درست است $\varphi$ که در □□ ∧ ۰ ۰ ۰ ∧ $P_2$ ∧ $P_1$ ربط حرف .همچنین □□□□ □□□□ $v$ در باید □□ □□ □□ ∧ □□ ۰ ۰ ۰ $v$ در باید ' □ که کردن استنباط ما که از ،هم ، □□ در درست به باش دارد $\varphi$ از ' □ → □□ □□ □□□□ □□□□ .

دستور که هاچرخه بسیاری چگونه ماده خیر داردمی نگه (1.8) که شده امن بنابراین ما ،القا ریاضی توسط while طریق از رفت

است ⊥ اگر ،اول هاپاسخ میشه رندر درست همیشه بالا if دستور که مطمئن ساختن نیاز ما ،نهایت در همه که چنین $\varphi$ از □□ □□ □ ۲ □ $P_1$ پیوستگی برخی باش به دارد آنجا سپس ،شده گذاری‌علامت ف .است T با برابر $\varphi$ پیوستگی که (1.8) توسط .خب عنوان به شده گذاری علامت هستند □□ ∧ □□ است 'نشدنی‌راضی' پاسخ ... است غیرممکن این که آنجایی از .باشد درست $\varphi$ که زمان هر ف = و هااتم شده گذاری علامت همه به T اختصاص سادگی به ما ،شده گذاری‌علامت نه است اگر ،دوم .درست استفاده و هااتم نشان بی همه به ف

.گذاری‌ارزش آن به احترام با درست باش به دارد $\varphi$ که دادن نشان به تناقض توسط اثبات

۱ □ اصلی ربط حروف آن از یکی ساختن باید آن ،گذاری‌ارزش که تحت درست □□ است $\varphi$ اگر به تواندمی فقط این دلالت از معناشناسی ... توسط .نادرست ' □ → □□ □□ □□ ∧ □ ۲ ∧ ۰ ۰ ۰ ∧ □□□ که کنیم‌می استنباط ،ما ارزیابی تعریف با .است نادرست ' $P$ و هستند درست $P_j$ همه که باشد معنی این □□ □□ → □ ∧ ۰ ۰ ۰ ∧ ۲ □ $P_1$ بنابراین ،اندشده گذاری‌علامت $Pj$ هاچرخه ... از یکی در با شده پرداخته شده باشند داشته بود خواهد که $\varphi$ از پیوستگی الف است ' □ ،شده گذاری‌علامت نه است که آنجایی از .هم ،شده گذاری‌علامت است ' □ بنابراین و while دستور از ،(1.8) توسط درست سپس است پیوستگی ... ،رویداد هر در □ اتم برخی یا باش است مجبور ' □ الف

□ تناقض

آن .نیاز مورد واقعاً نه بود اثبات آخرین ... در شاغل تناقض توسط اثبات ... که باشید داشته توجه یکی کجا هامثال چنین از پر است ادبیات ما به طبیعی بیشتر رسدمی نظر به استدلال ... شده ساخته فقط ضرورت نظری-اثبات از روانشناختی از بیرون بیشتر تناقض توسط اثبات کندمی استفاده.

## 1.6 ها کننده حل شنبه

همه روی هامحدودیت عنوان به هاعلامت کندمی محاسبه هافرمول شاخ برای الگوریتم گذاری علامت به دارند هااتم شده گذاری علامت همه ،(1.8) توسط .است درست فرمول الف ساختن تواندمی که هاارزیابی توسط $\varphi$ عمومی های‌فرمول به ایده این دادن گسترش تواندمی ما .گذاری ارزش چنین هر برای درست باش که هاارزیابی همه برای ارزش حقیقت قطعی یک به نیاز $\varphi$ از هازیرفرمول که گفتن هامحدودیت محاسبات درست $\varphi$ ساختن:

ارزش علامت آنها به کردن ارزیابی هازیرفرمول شده گذاری علامت «همه»

. تی به کندمی ارزیابی $\varphi$ که در هاارزیابی همه برای (۱.۹)

«درست» و ها؛زیرفرمول گذاری علامت به دهدمی تعمیم هافرمول اتمی گذاری علامت ،راه که در همان ... در هاعلامت 'نادرست' و «درست» به دادن تعمیم هاعلامت

برای ثابت یک عنوان به و الگوریتم یک طراحی برای راهنما الف عنوان به کندمی خدمت (1.9) ،زمان درستی آن کردن اثبات.

## 1.6.1 کننده حل خطی الف

ترجمه اراده ما که تفاوت این با ،کرد خواهیم اجرا هافرمول تجزیه درخت روی را گذاری‌علامت الگوریتم این ما قطعه قطعه کافی ... به هافرمول کردن

$$\varphi ::= \square \mid (\text{چ}\ \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \tag{1.10}$$

الف به درخت شودمی باعث که ،بگذارید اشتراک به را حاصل تجزیه درخت مشترک های‌زیرفرمول سپس و ترجمه شده تعریف استقرایی طور به (جی ای دی) گراف حلقوی غیر ،شده کارگردانی

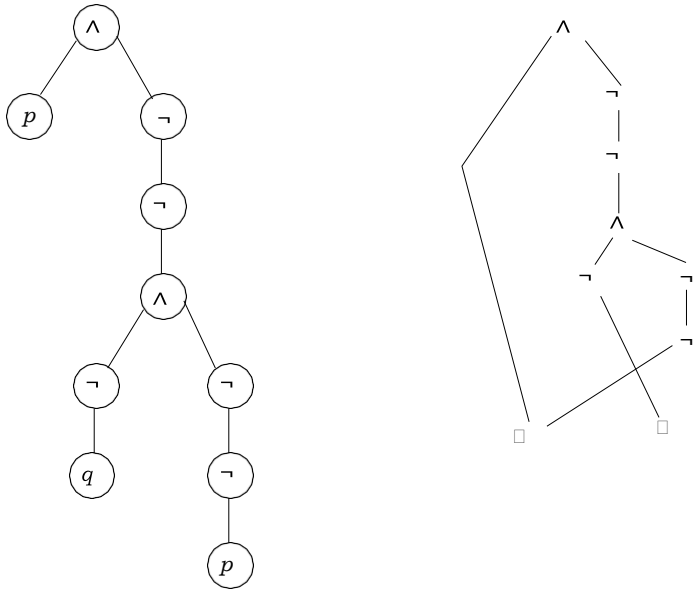
$$\square\square(p) = \square \qquad \square\square(\text{چ}\ \varphi) = \text{ت}(\varphi)$$
$$\square\square(\varphi_1 \wedge \varphi_2) = \square\square(\varphi_1) \wedge \square\square(\varphi_2) \qquad (\varphi_1\ \text{پنجم}\ \varphi_2) = \text{چ}(\text{چ}$$
$$\square\square(\varphi_1) \wedge \text{ت}(\varphi_2))$$
$$\square\square(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) = \text{چ}(\square\square(\varphi_1) \wedge \text{ت}(\varphi_2))$$

$\square\square$ و $\varphi$ که چنین (1.10) توسط شده تولید هافرمول به (1.3) توسط شده تولید هافرمول کندمی دگرگون iff بخش رضایت است $\varphi$ ،بنابراین هاتم ای‌گزاره همان ... باشند داشته و معادل معنایی نظر از هستند $(\varphi)$ ... است برابر درست است $\varphi$ که برای هاارزیابی از ای‌مجموعه ... و بخش‌رضایت است $\square\square(\varphi)$ از تشخیص ... که کندمی تضمین دومی .است درست است $\square\square(\varphi)$ که برای هاارزیابی از مجموعه هاتمرین در . $\square\square\square$ $\square\square\square\square\square\square\square\square$ $\varphi$ اصلی فرمول برای ،$\square\square(\varphi)$ به شده اعمال ،کننده حل شنبه الف کنید اثبات را ادعاها این که است شده خواسته شما از.

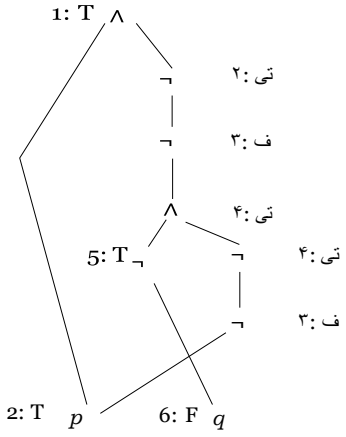
**مثال ۱.۴۸** برای ... فرمول $\varphi$ بودن $\square$ $(\square$ محاسبه ما $\square\square(\varphi) = p$ $(\square$ ۱.۱۲ شکل در شده کشیده تصویر به هستند $\square\square(\varphi)$ از دگ و درخت تجزیه $\square\square\square\square\square\square\square\square$ $\square\square$ $p$ که ارزشی هر مقدار بالاترین به را T باید true $(p \wedge \text{چ} \wedge \text{چ})$ ... و $p$ گره روی تی علامت ... نیروها که اما .۱.۱۲ شکل از دگ آن در گره .دهد اختصاص کجا ،۱.۱۳ شکل در هامحدودیت از مجموعه کامل در رسیدن ما ،شیوه همان ... در گره- بالاترین این درباره استدلال شهودی ما شده اعمال ما که در سفارش ... دهدمی نشان غیره و '۱:' تمبرها زمان ... فرد به منحصر نه کلی طور به است سفارش این ها؛محدودیت.

شده داده نشان شکل در قدیمی های‌محدودیت از جدید های‌محدودیت اعمال برای قوانین رسمی مجموعه چ ،نفی برای اجباری قوانین .(اتم یا $\wedge$ ، چ ) گره هر دهدمی نشان دایره کوچک الف .۱.۱۴ شکل .است آن در ارزش دوگانه آن چ گره نیروهای الف روی محدودیت حقیقت الف که دادن نشان ، ف چ و تی کندمی منتشر $\wedge_{te}$ قانون .برعکس معاون و زیرگره

علامت تی الف نیروها تی $\wedge$ ،دوگانه صورت به ها؛زیرگره دو آن به $\wedge$ گره الف روی محدودیت تی الف الف نیرو $\wedge_{fr}$ و $\wedge_{fl}$ قوانین .گذاری علامت که باشند داشته کودکان آن دو هر اگر $\wedge$ گره الف روی گذاری $\wedge_{\text{پر}}$ قوانین .ارزش ف الف دارد هازیرگره آن از هر اگر $\wedge$ گره الف روی محدودیت (

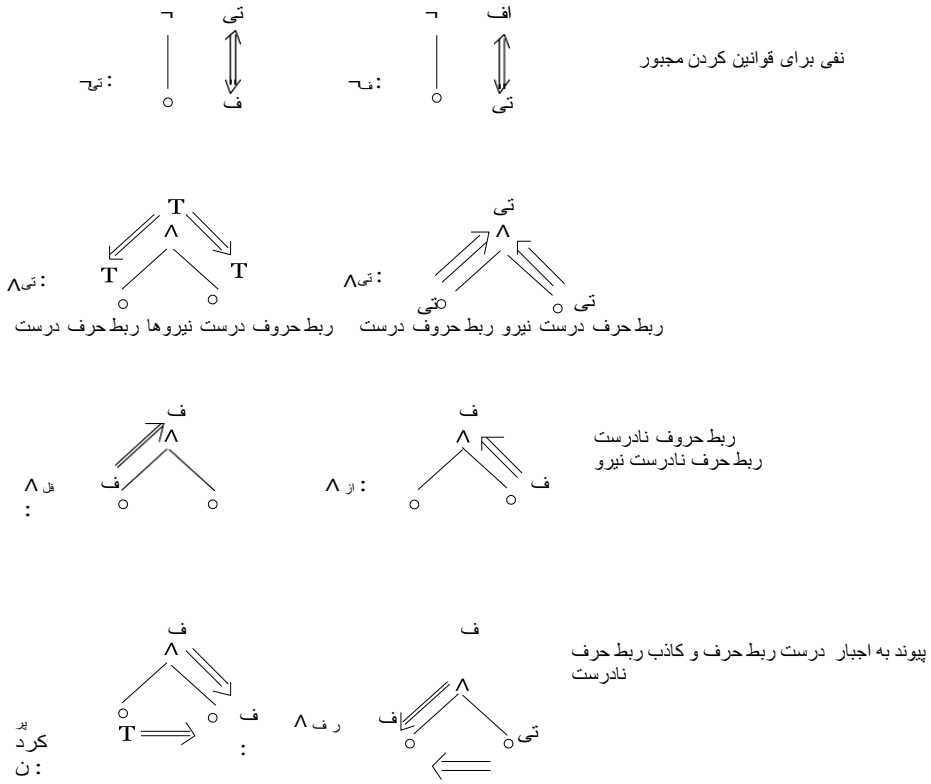



**شکل ۱.۱۲.** مثال از فرمول از (راست) غیرمدور دارجهت گراف و (چپ) تجزیه درخت است مشترک راست سمت در $p$ گره ۱.۴۸.




**شکل ۱.۱۳.** این توسط شده ارائه فرمول بودن قبول قابل بر شاهدی DAG.

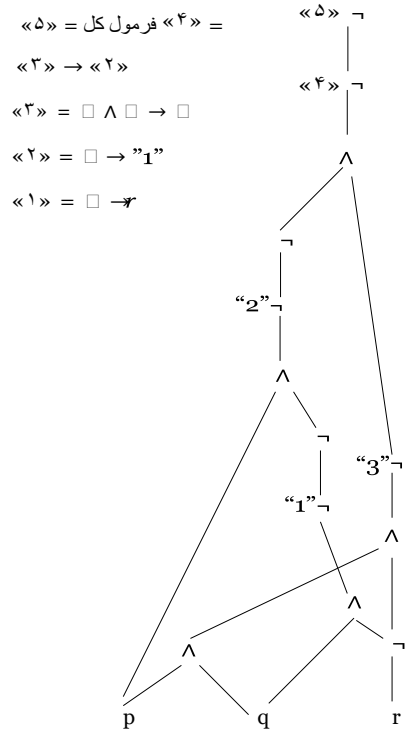
T محدودیت آن های‌زیرگره از یکی و محدودیت ف الف دارد گره یک اگر :پیچیده بیشتر هستند فر و به هامحدودیت همه که چک لطفاً . آوردمی دست به F محدودیت یک زیرگره □□□□□ سپس ، دارند به دگ الف در گره کدام هر که واقعیت .قوانین اینها از پذیر مشتق هستند ۱.۱۳ شکل در شده کشیده تصویر ... به شاهد الف است این که دادن نشان هنوز نه دهد می انجام گذاری علامت مجبور الف آمده دست فرمول ... از بخشی رضایت




**شکل ۱.۱۴.** کوچک های‌دایره .فرمول یک DAG در هامحدودیت جریان به مربوط قوانین ti ∧ و فرو ∧ ، پر ∧ قوانین ... که باشید داشته توجه .(اتم یا ∧ ، چ ) دلخواه های‌گره دادن نشان باشند داشته وجود ⇒ = دو هر منبع های‌محدودیت که است آن مستلزم.

دوباره و هااتم تمام برای هاعلامت ... گیردمی فاز پردازش پس الف .جی ای دی این توسط شده نمایندگی بخش در شد انجام که همانطور ،شیوه بالا به پایین از الف در هاگره دیگر همه از هاعلامت کندمی محاسبه داشته شده محاسبه ما که آنهایی مطابقت هاعلامت نتیجه در ... اگر فقط .درختان کردن تجزیه روی ۱.۴ شکل در مورد است این که تأیید لطفا .شاهد الف شد پیدا ما باشند ۱.۱۳.

متوالی ... ،مثال برای .معتبر هستند هادنباله آیا بررسی به ها کننده حل شنبه کردن اعمال تواندمی ما iff ( □ → □ □ ) □ ∧ → → → □ □ □ □ □ □ □ □ □ معتبر است □ □ □ □ □ □ □ □ □

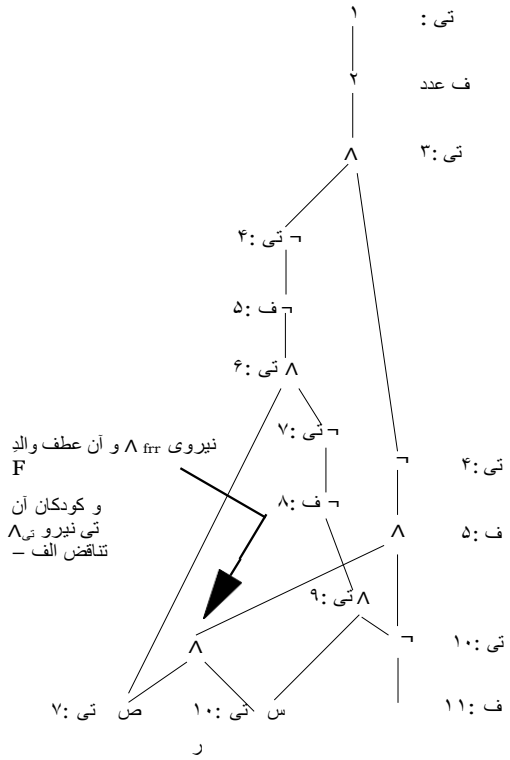



**شکل ۱.۱۵.** از ترجمه ... برای دگ $((p \wedge q \to r) \to p \to q \to$ ۶ هازیرفرمول چه نمایندگی هاگره که دادن نشان غیره و "1" هابرچسب $(r)$ . )

برای دگ ... از اندازه در زمان دویدن خطی الف دارد کننده حل شنبه این .نشدنی ارضا هستند $\varphi$ چنین الف فقط علل □□ ترجمه ... – $\varphi$ طول ... از تابع خطی الف است اندازه که که آنجایی از .( $\varphi$ ) □□ خطی این فرمول ... از طول ... در زمان دویدن خطی یک دارای کننده حل شنبه ما – کردن منفجر خطی ∧ ( $\varphi_{۱}$ ) چ فرم ... از هافرمول همه برای خوردمی شکست کننده حل خطی ما :قیمت یک با آمد بودن $\varphi_{۲}$).

## کننده حل مکعبی الف 1.6.2

شد داده تشخیص یا ما :نتایج است ممکن دو اره ما ،کننده حل شنبه خطی ما شده اعمال ما زمانی چه یا ؛(۱.۱۶ شکل مثلاً) بخش رضایت است دگ ... توسط نماینده فرمول خیر که معنی ،هامحدودیت متناقض های‌فرمول تمام صورت این در که ، کنید اعمال هاگره تمام روی بر را ثابتی های‌محدودیت به شده مدیریت ما .(۱.۱۳ شکل مثلاً) شاهد الف عنوان به هامحدودیت آن با بخش رضایت هستند دگ این توسط شده داده نمایش هاگره همه اما ،هستند سازگار یکدیگر با اجباری های‌محدودیت همه :دارد وجود هم سومی احتمال ،متأسفانه ۶ ( $\varphi_{۱}$ ∧ $\varphi_{۲}$ ).دهمی رخ شکل به هایی‌فرمول برای این که کردیم اشاره قبلاً !نیستند مقید

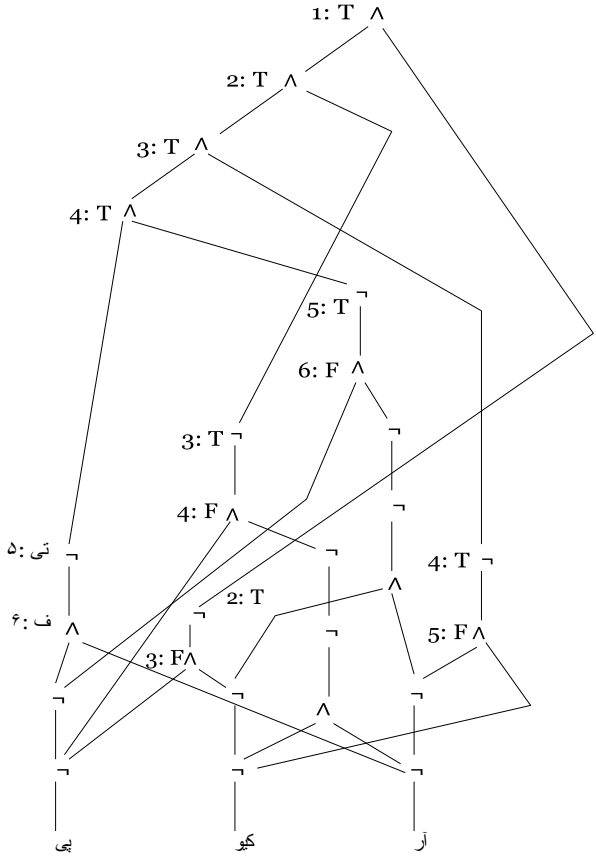



**شکل ۱.۱۶.** هامحدودیت متناقض تشخیص ،۱.۱۵ شکل DAG بر شده اعمال اجباری قوانین هایفرمول ،بنابراین .نیست تحقق قابل '1:T' اولیه قید که بر دلالت – گره شده داده نشان ... در نیستند تحقق قابل DAG این توسط شده داده نمایش.

... در شده اشاره قبلاً ما .آسان خیلی است اف ان سی در هافرمول از اعتبار بررسی که بیاورید یاد به ... بگیرید نظر در ،توضیح برای .سخت است اف ان سی در هافرمول از بخشی رضایت بررسی که واقعیت فرمول

(( □ پنجم □ ) پنجم □ )) ∧ (( □ چ پنجم □ )) ∧ ( □ چ پنجم □ )) ∧ ( چ پنجم □ )) ∧ ( چ )
□ پنجم □ چ ) پنجم □ □ چ پنجم □ )))))) (۱.۱۱)

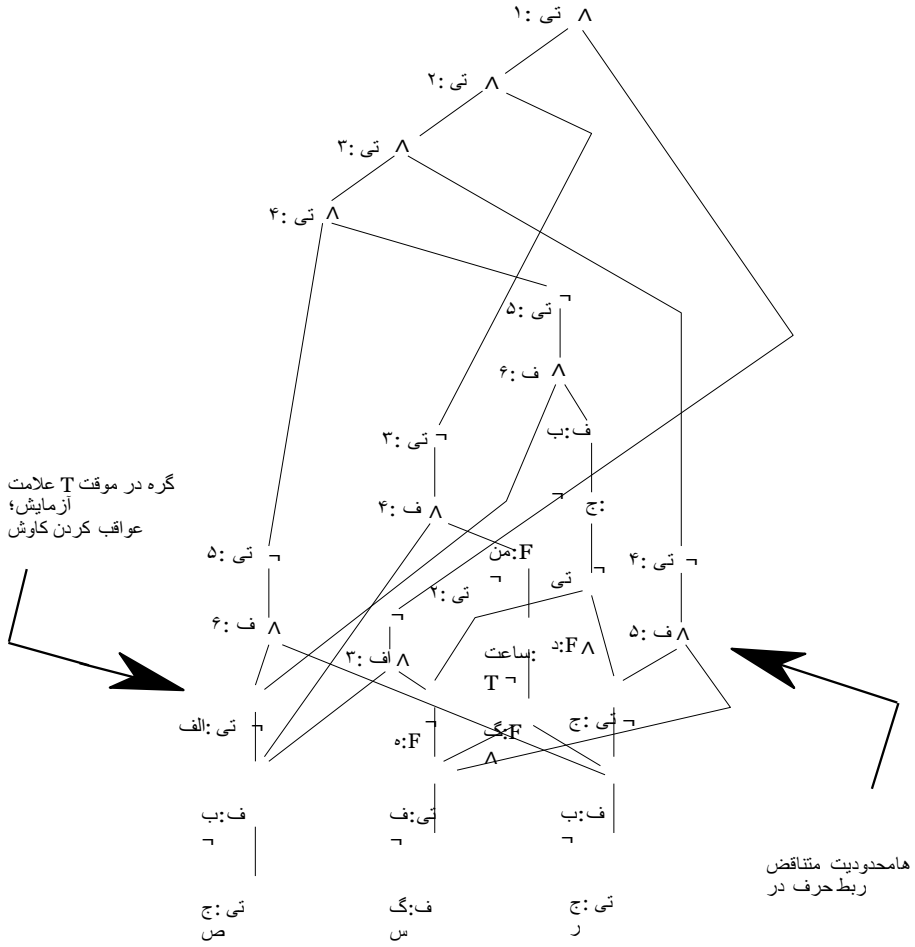
بند .شود ارضا نباید فرمول این ،شهودی طور به .[Pap94] در ،77 صفحه ،4.2 مثال اساس بر CNF - در .(ترتیب به) درست و نادرست هستند $r$ و ، □ ، □ از یک حداقل که «گویدمی» (1.11) در آخر و اول حقیقت ارزش همان ... باشند داشته □□□ و ، □ ، □ که «بگو» ،ربط حرف آنها در ،بند سه مانده باقی کشف کاربر دخالت گونه هیچ بدون را این باید کننده حل شنبه خوب الف و ،بخش‌رضایت باش تواندنمی این . تواندمی نه و دهد تشخیص را ناسازگار هایمحدودیت تواندمی نه ما SAT خطی کنندهحل ،متأسفانه . کنید کجا ،( $\varphi$ ) □□ برای دگ ... کشدمی تصویر به ۱.۱۷ شکل .کند محاسبه هاگره همه برای را هامحدودیت کندمی آشکار و ؛(1.11) در عنوان به است $\varphi$




**شکل ۱.۱۷.** برای دگ ... از ترجمه ... از فرمول در (1.11). یک این -فقرات ستون به
قیدهای همه :شودمی مشکل دچار آن خطی تحلیل .است بند پنج از ربط حرف یک زیر۸ ۴ طول
.هستند قید بدون ،هااتم همه جمله از ،گره چندین اما هستند سازگار یکدیگر با اجباری

آمده دست به هاگره همه نه و شد پیدا بودند هامحدودیت ناهماهنگ خیر :کرده گیر گرفتم کننده حل شنبه ما که
بخشیدن بهبود ما تواندمی چگونه پس !شده گذاری علامت الف شده دریافت اتم خیر ،خاص در ها؛محدودیت
.کننده حل شنبه ما از دقت ... بخشیدن بهبود به LEM از نقش ... کردن تقلید تواندمی ما ،خب تحلیل؟ این
گذاری علامت هنوز نه است که □ گره هر انتخاب ،۱.۱۷ شکل در عنوان به هاعلامت با دگ ... برای
:محاسبات مستقل دو ساختن با □ گره □□□□□ سپس .شده

1. ۱.۱۷ شکل های‌علامت به T □□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ که کنید تعیین
و ؛ $n$ به گذاری علامت فقط .شوندمی اجباری
2. ۱.۱۷، F شکل در هاعلامت ... به دوباره ،کردن اضافه توسط مجبور هستند هاعلامت □□□□ کدام تعیین
$n$ . به گذاری علامت فقط



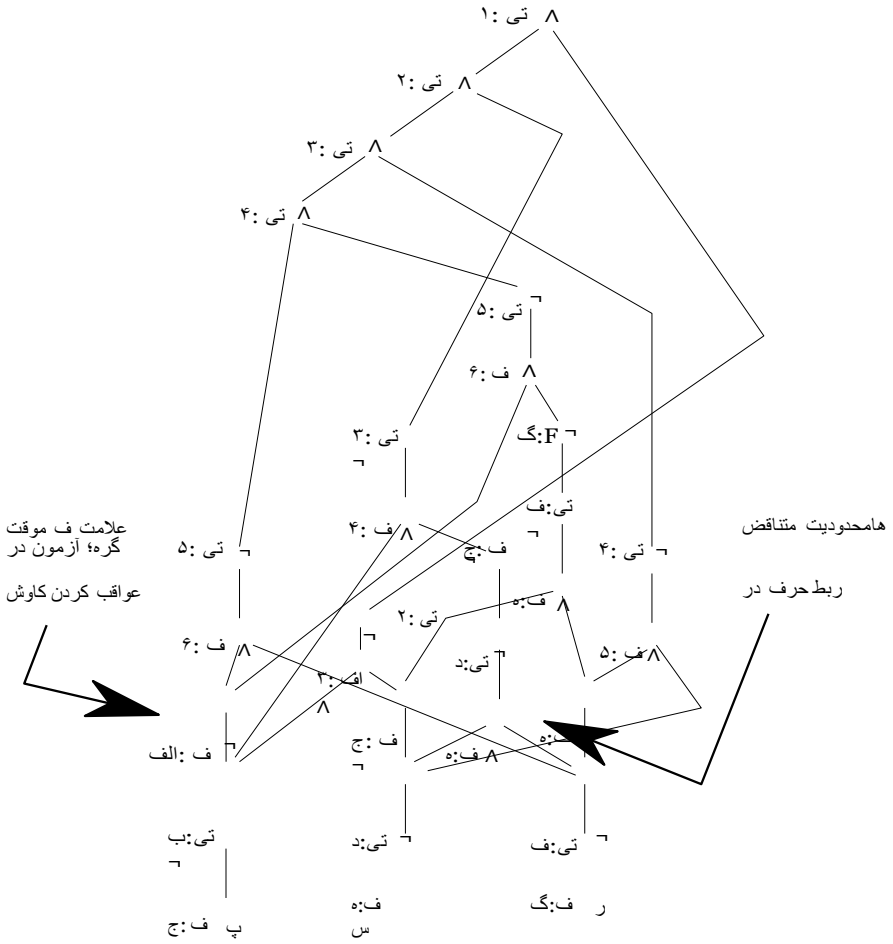

**۱.۱۸. شکل** که جدیدی های‌محدودیت بررسی و T با علامت بدون گره یک گذاری‌علامت باعث آزمایشی گذاری‌علامت این که دهدمی نشان تحلیل و تجزیه .شوندمی ناشی امر این از موقت علائم دادن نشان برای غیره و 'a:' کوچک حروف از ما .شودمی متناقضی های‌محدودیت . کنیم‌می استفاده

که دهدمی گزارش و هاتوقف الگوریتم ... ،هامحدودیت متناقض کردن پیدا شودمی اجرا دو هر اگر دو هر در علامت همان ... شده دریافت که هاگره همه ،صورت این غیر در .نشدنی ارضا است ( $\varphi$ ) □□ ... روزرسانی‌به ما ، یعنی یک؛ □□□□□ الف عنوان به علامت خیلی که دریافت شودمی اجرا اینها از هاعلامت شده گذاشته اشتراک به چنین همه‌با ۱.۱۷ شکل از ایالت علامت

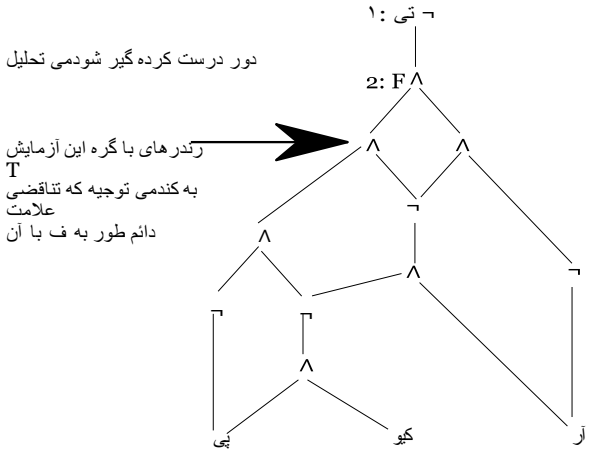
شاهد ،علائم □□□□□ کنید پیدا متناقض یا ما تا شیوه همان ... در هاگره نشان بی بیشتر هر آزمون ما □□□ شده آزمایش باشند داشته ما یا ،(علائم سازگار باشند داشته (هاگره همه) بخشی‌رضایت بر کاملی ... در فقط هاعلامت شده گذاشته اشتراک به هر تشخیص بدون شیوه این در علامت بدون های‌گره فعلاً هستند دگ که توسط شده ارائه های‌فرمول ... آیا دانستن بدون دادن خاتمه تحلیل ... کندمی مورد دومی بخش رضایت.

**مثال ۱.۴۹** کنیممی آزمایش را مورد یک .کنیممی بررسی دوباره را ۱.۱۷ شکل از خود ناقص تحلیل ... دهدمی نشان ۱.۱۸ -شکل پ تی به علامت ها گره- که تنظیم از عواقب ... کردن کاوش و گره - به علامت ها گره- که تنظیم از عواقب هاآزمایش ۱.۱۹ شکل ،دوگانه صورت به .تحلیل که از نتیجه ... که حاکم ،دهدمی خاتمه الگوریتم ... ،تناقض یک کردن آشکار شودمی اجرا دو هر که آنجایی از . اف نیست ارضا قابل (۱.۱۱) در فرمول .

نقص‌بی SAT مکعبی کنندهحل ما از مشخصات ... که دادن نشان به پرسید هستند شما ،تمرینات ... در عامل یکی .(فرمول اصلی از طول ... و) .است DAG اندازه به مکعبی واقع در آن اجرای زمان .است معرفی است عامل دوم الف .دویدن آزمون کدام هر در شده استفاده کننده حل خطی SAT ... از هاساقه گره هر زیرا است نیاز مورد سوم عامل .شود آزمایش باید نشده گذاری‌علامت گره هر که آنجایی از شده دوباره‌شده آزمایش باش به هاگره نشان بی □□□ علل علامت جدید دائمی.




**شکل ۱.۱۹.** از که جدیدی های‌محدودیت بررسی و F با علامت بدون گره همان گذاری‌علامت های‌محدودیت باعث همچنین آزمون دهی‌نمره این که دهدمی نشان تحلیل این .شوندمی ناشی امر این شودمی متناقضی.




**شکل ۱.۲۰.** بنابراین ،شودمی متناقض های‌محدودیت ایجاد باعث T با شده مشخص گره آزمایش ما الگوریتم رسدنمی نظر به ،حال این با . کنیم گذاری‌علامت F با دائم طور به را گره آن توانیم‌می DAG. ،سازی‌بهینه آن وجود با حتی کند تعیین را موضوع این از رضایت میزان بتواند

نیاز تصمیمات سازی‌بهینه یا سازی‌پیاده هر اما ،کننده حل شنبه مکعبی ما شده مشخص حد از کمتر عمداً ما فرم های‌پاسخ تمام .تحلیل ... از صحت امن به

1. و بخش‌رضایت نه است فرمول ورودی »
2. ... ارزیابی کردن دنبال ... تحت بخش رضایت است فرمول ورودی »'

درست است .بیرون یکی این شکل نه توانست‌می من ،ببخشید» پاسخ از فرم سوم .درست باش به باشند داشته اما ،کنندمی ایجاد سربار مقداری که الگوریتم در تغییراتی صدا دو کردن بحث مختصراً ما (-: .تعریف توسط دگ الف از ایالت ... بگیرید نظر در .موارد بیشتر بسیاری بگیرید تصمیم الگوریتم شوند باعث است ممکن گره آزمون الف روی علامت موقت الف از عواقب شده کاوش داریم ما از بعد درست

1. کردن پاک تواندمی ما ، متناقض های‌محدودیت شامل – ها گذاری علامت موقت علاوه به دائمی – ایالت که اگر علامت گره اگر یعنی .خود آزمون دوگانه علامت با دائم طور به گره آزمون ... علامت و هاعلامت موقت همه غیر در ؛ تی = ف و ف = T آن در که ، گرفت خواهد را $v$ دائمی علامت ،تناقض یک به منجر $v$ با □ گذاری صورت این
2. علامت دهید گزارش را اینها ما ،هامحدودیت سازگار با هاگره □□□ علامت به شده مدیریت ایالت که اگر الگوریتم ... دادن خاتمه و بخشی رضایت از شاهد الف عنوان به ها گذاری.

شده گذاشته اشتراک به ترویج :شده مشخص عنوان به دهید ادامه ما ،کردن اعمال موارد اینها از کدام هیچ اگر اجرا قابل اگر ،آنهایی دائمی به شودمی اجرا آزمون دو ... از هایی‌نشان.

**مثال ۱.۵۰** بگیرید نظر در ، تفاوت الف ساختن است ممکن هاسازی‌بهینه اینها از یکی چگونه دیدن تا با گره شده داده نشان ... آزمون ما اگر ۱.۲۰. شکل در دگ ...

برخی کند تعیین باید ارضاپذیری بر شاهدی هر که آنجایی از .شوندمی ایجاد متناقضی های‌محدودیت ، T اختصاص دائم طور به است ممکن ما ،بنابراین . تی باش توانندمی آن که کردن استنباط ما ،گره که به ارزش کمک به رسدمی نظر به نه کندمی سازی‌بهینه یک چنین ،جی ای دی این برای گره که به ف علامت دادن شده گذاشته اشتراک به الف یا مشترک علامت الف دهدمی تشخیص گره نشان بی یک از آزمون خیر .کنید جی ای دی این برای خوردمی شکست کننده حل شنبه مکعبی ما .تناقض.

## تمرینات 1.7

۱.۱ تمرینات

1. شما چه ایالت مورد کدام هر در ای؛گزاره منطق در زیر خبری جملات بیان برای و ∨ ، ∧، .کنیدیاستفاده معنی غیره و ، □ ، □ هاتم ای‌گزاره مربوطه:

* (الف) اگر ... امروز درخشدمی خورشید ،آن سپس نکرد درخشش فردا.

(b) ایوان از حسادت بود رابرت ،الف خوب خلق و خو در نه بود او یا ،الف در نه بود او یا.

(c) اگر ... افتدمی فشارسنج ،آن یا سپس ،آن یا باران اراده برف.

* (د) اگر الف خواست درخواست یا ،کرد اذعان باش نهایت در اراده آن یا سپس ،دهدمی رخ درخواست فرآیند کننده پیشرفت ساختن به قادر باش کنون تا کرد نخواهد.

(e) سرطان اراده درمان شده مگر ،مکعبی جدید الف و مصمم است علت آن اینکه سرطان برای دارو می یافت شود.

(f) اگر علاقه هاترخ ،بالا برو هاقیمت گذاری اشتراک ،پایین برو.

(g) اگر سیستم سیستم گرمایش مرکزی نصب کرده باشد ،پس او یا ماشینش را فروخته وام یا پرداخت را مسکنش است نکرده.

* (ح) امروز آن اراده یا باران درخشش ،نه اما ،هر دو.

* (۱) اگر زد قدم پارک در آنها یا ،هم با قهوه از فنجان الف داشت آنها ،دیروز جبین کرد ملاقات دیک .

(j) خیر ،کفش ،پیراهن خیر ،نه خدمات.

(k) گربه سفید و سیاه الف خواهدمی خواهرم

2. شده‌مطرح های‌رابط از گیرندمی نظر در را آورالزام های‌اولویت ضمنی طور به زیر ای‌گزاره منطق های‌فرمول بسیاری عنوان به انداختن جا دوباره توسط هاکنوانسیون آن ایدشده متوجه کاملاً که شوید مطمئن .۱.۳ کنوانسیون در شده داده ،مثال برای .است ممکن عنوان به ها براکت □ ∧ □ → $r$ ، آن را به ( $p$) □□□□□ □□□□. ∧ □ ) → □ زیرا ∧ ترمحکم از → چسبدمی .

* (الف) □ ∧ □ → □ چ

(ب) ( □ → □ ) ∧ چ ( □ وی □ → □ )

* (ج) ( □ → □ ) → ( □ → □□ پنجم □ )

(d) □ پنجم ( چ □ → □ ∧ □ )

* (هـ) □ پنجم □ → چ □ ∧ □

(f) □ پنجم □ → چ □

* (گ) مشکل □ ∧ □ پنجم □ بیان ... است چرا ساز؟

---

۱.۲ تمرینات

1. اثبات ... از اعتبار ... هادنباله کردن دنبال:

(a) ( □ ∧ □ ) ∧ □□ □□ ∧ □□ ► □ ∧ □□

(b) □ ∧ □ ▶ □ ∧ □

* (ج) ( □ ∧ □ ) ∧ □ ▶ □ ∧ ( □ ∧ □ )

(d) □ → ( □ → □ ) □ □ ▶ □

* (هـ) □ → ( □ → □ ) □ چ □□ □ ▶ چ □

* (و) ▶ ( □ ∧ □ ) → □

(g) □ ▶ □ → ( □ ∧ □ )

* (ح) □ ▶ ( □ → □ ) → □

* (من) ( □ → □ ) ∧ ( □ → □ ) ▶ □ ∧ □ → □

* (ی) □ → □ ▶ ( □ → □ ) → ( □ → □ )

(ک) □ → ( □ → □ ) □ □ → □ ▶ □ → □

* (ل) □ → □□ □ → □□ ▶ □ پنجم □ → □ پنجم □□

(متر) □∨ □□▶□□→ ( □∨□□∧□□ ) □□

* (ن) ( □∨ ( □→ □ ))∧ □▶ □

* (ا) □ → □□ □→ □▶ □∧ □ → □∧ □ □

(p) □□→ □▶□ ∧ ( □□→ □□∧□ ) → □□∧□□□ ) ( پی □□□ )

(q) ▶ □→ ( □→ ( □→ ( □→ ) ))

* (ر) pqr→ ( pq ▶ ) → ( p∧ ) →

(s) ( pq→ ) ( p∧r → ) pq∧r → ∧

(t) ▶ ( pq→ ) → ( → ( rs→ ) ( p∧rqs→ ))∧□ به قادر باش است ممکن شما اینجا کردن ورزش قبلی الف از اثبات الف افزایش و «بازیافت».

(u) □→ q ▶ ч□→ ч

* (پنجم) ∨ □ ∧ ( □▶ q ) □

(w) □□ □ ( r→ q ) ▶ □→ ( q∧ r )

* (ایکس) □→ ∨ ( q → r ) □→q ▶ s□→□ □ □ □

* (ی) ( p∧ ) ( p∧r ∧ ) p ▶ qr∧ ) ∨ . ( pqr )

2. برای ... هادنباله زیر در نشان ،آنهایی که دادن نشان که آنهایی که و معتبر هستند که آنهایی که نیستند:

* (الف) چ □ → چ □ ▶ □ → □

* (ب) چ □ پنجم چ □ ▶ چ ( □ ∧ □ )

* (ج) چ □□ □ پنجم □ ▶ □

* (د) □ پنجم □□ چ □ پنجم □ ▶ □ پنجم □

* (هـ) □ → ( q ∨ □ ) □ چ □□ چ □ ▶ چ □ از استفاده با بدون ... قاعده تن

* (و) چ □ ∧ چ □ ▶ چ ( □ پنجم □ )

* (گ) □ ∧ چ □ ▶ چ ( □ → □ ) ∧ ( □ → □ )

(h) □ → □□ □□ → □□ ▶ □ پنجم □□ → □ ∧ □□

* (من) چ ( چ □ پنجم □ ) ▶ □ .

3. از اعتبار ... هادنباله زیر اثبات:

(a) چ □ → □ ▶ □

(b) چ □ ▶ □ → □

(c) □ پنجم □□ چ □ ▶ □

* (د) ▶ چ □ → ( □ → ( □ → □ ))

(e) چ ( □ → □ ) ▶ □ → □

(f) □ → □ ▶ چ □ پنجم □

(g) ▶ چ □ پنجم □ → ( □ → □ )

(h) □ → ( $q \vee r$ ) □ч $q$ □ч $r$ |– ч $p$

(i) ( $c \wedge n$ ) → $t$ □ □ч □□ □ч ( □ □ → □ |– ) □ч □□ → ( □□ □□ ) □□

(j) ... در ضمنی هادنباله دو (1.2) صفحه روی ۲۰

(k) □ |– ( □ ∧ □ ) پنجم ( چ □ ∧ □ ) از استفاده با LEM

(l) چ ( □ ∧ □ ) |– چ □ پنجم چ □

(m) □ ∧ □ → □ |– ( □ → □ ) پنجم ( □ → □ )

* (ن) □ ∧ □ ► چ ( چ □ پنجم چ )

(o) چ ( چ □ پنجم چ ) ► □ ∧ □

(p) □ → □ ► چ □ احتمالاً پنجم $q$ از بدون LEM استفاده کنیدمی ؟

* (س) ► ( □ → □ ) پنجم ( □ → □ ) با استفاده از لم

(r) □ → □□ چ □ → □□ چ □ → چ □ ► □

(s) □ → □□ □ → چ □ □ → □ ► □ → چ □□

(t) ( □ → □ ) → □□ □□ → چ □□ □□□ چ ∧ □□ → □ ► □

(u) ( □□ → □ ) پنجم ( □□ → □ ) ► ( □□

(v) ( □ ∧ □ ) پنجم ( □□ → □ ∧ ч □ ► ч $q$.

□□ □ □□ □ □ □

4. سی بی پی قاعده اثبات ... کردن رد همچنین دانان‌منطق شهودی چرا دهید توضیح

5. منطق ای‌گزاره از قضایا کردن دنبال ... اثبات:

* (الف) (( □□ → □□□ ) → □□□ ) (( □□ □□□ □□ ) □□ )

(b) سریع استدلال الف باشند داشته الان شما دادن انجام ،مورد قبلی ... از متوالی ... برای اثبات الف شده داده برای (( $q$ → $p$ ) → $p$ ) → (( $p$ → $q$ ) → $q$ )؟

(c) (( □□ □□ ) → ( □□ → □□ ∨ □□ )) ∧ (( □□ □□□ ) ( □□ □□□ ))

* (د) ( □ → □ ) → ч( □ → □ ) □ ).

6. یک که همانطور .منطق ای‌گزاره در هااثبات برای چارچوب رسمی است ممکن فقط ... نه است کسر طبیعی هافرمول از توالی متناهی هر دادن نشان به گاما بنویس ما ،مخفف $\varphi_1$ □ $\varphi_2$ □ ... □ $\varphi_n$ □ ( □ 0). این در .خالی احتمالاً و مناسب Γ یک برای $\psi$ شودمی نوشته Γ صورت به باشد تواندمی دنباله هر ،بنابراین ،مثال برای .هادنباله معتبر به هادنباله معتبر کننده دگرگون برای قوانین هاایالت که ،اثبات از متفاوتی مفهوم ،تمرین ... از اثبات الف آوردن بدست ما آنگاه □ $\varphi$ $\psi$ □ گاما متوالی ... برای اثبات الف قبلاً باشند داشته ما اگر می بیان رویکرد جدید من قاعده ... از برنامه یک با اثبات خیلی این دهنده افزایش توسط $\varphi$ $\psi$ گاما متوالی هادنباله بین قاعده استنباط یک عنوان به این کند:

$$\frac{\text{گاما} \ \square \ \varphi \ \blacktriangleright \ \psi}{\Gamma \blacktriangleright \varphi \to \psi} \ \text{من}$$

عنوان به شده نوشته است «فرض» قاعده

$$\frac{}{\varphi \blacktriangleright \varphi} \ \text{فرض}$$

موضوعه اصول شود می نامیده هستند قوانین چنین .خالی است فرض ... یعنی.

(a) ممکن قوانین شما از برخی :راهنمایی) .فرم الف چنین در ۱.۲ شکل از قوانین اثبات مانده باقی همه اکسپرس فرض یکی از بیشتر باشند داشته است.)

(b) Γ ► $\psi$ با ساختار مانند درخت الف باشند داشته سیستم جدید این در ► $\psi$ گاما از هااثبات چرا دهید توضیح ریشه عنوان به.

(c) اثبات □ پنجم ( □ ∧ □ ) ► □ در سیستم اثبات جدید شما.

7. است ۲ $\sqrt{\ }$ که کنید فرض :تناقض توسط إثبات توسط دهید ادامه .شماره منطقی الف باش تواندنمی ۲ $\sqrt{\ }$ که نمایش طرفین دو هر کردن مربع روشن .۰ = □ و □ صحیح اعداد با □□□□□□/□□□□□□ کسری الف رایج هر که کنید فرض است ممکن ما . ۲ □ = ۲ □□□□ ۲ معادل طور به یا ، ۲ □ / ۲ □ = ۲ دریافت ما از متفاوت شماره الف دارد ۲ □□□□ ۲ که کنید استدلال الان شما توان‌می .شد لغو شده دارم □□ و □ از عامل ۲ چی؟ به و تناقض الف باش که بود خواهد چرا ؟ ۲ □ از عوامل ۲

8. ای‌گزاره از اپراتور ممنوعیت سادگی به توانست‌می یکی .نفی کردن درمان به رویکرد جایگزین یک است آنجا ... روی کردن تکیه توانندنمی منطق الف چنین ،طبیعتاً . □□ «بودن» عنوان به $\varphi$ از کردن‌فکر و منطق از کدام .نفی برای قوانین کسر طبیعی

$\varphi$ ч اینکه فرض با اثبات مانده باقی ... با سازی‌شبیه شما توانندمی من چچ و ای چچ ،ای چ ، من قوانین ... □□□□□ □□ $\varphi \to \bot$ ? باشد ، قوانین برقرار کنندمی.

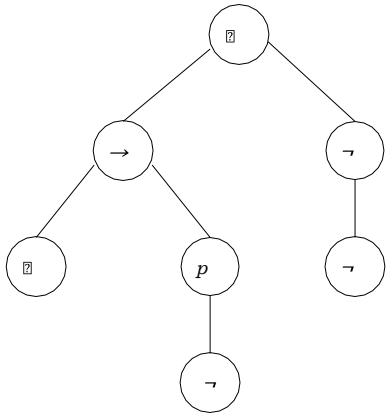
9. کردن مختصر باید که $\varphi \leftrightarrow \psi$ دهنده پیوند جدید کردن معرفی ما بگذارید ( $\varphi \to \psi$ ) $\wedge$ ( $\psi$) $\to \varphi$ ). هستند شده مشتق قوانین آنها ،باشد $\leftrightarrow$ اگر که دادن نشان و $\leftrightarrow$ برای قوانین حذف و مقدمه طراحی . $\psi$ □□ □□□□ ( $\varphi \to$ ) $\psi$ ) $\wedge$ ( $\psi \to \varphi$ ). شودمی تفسیر.

---

## ۱.۳ تمرینات

مورد در معمول های‌کنوانسیون ... زیر کنید فرض ما تمرینات اینها خواندن کردن تسهیل به سفارش در اندگرفته قرار توافق مورد ۱.۳ کنوانسیون در که آورالزام های‌اولویت.

1. درخت کردن تجزیه متناظر آنها کشی قرعه ،هافرمول کردن دنبال ... شده داده:
   (الف) □
   * (ب) □ $\wedge$ □
   (ج) □ $\wedge$ چ □ $\to$ چ □
   * (د) □ $\wedge$ ( چ □ $\to$ چ □ )
   (e) □ $\to$ ( چ □ پنجم ( □ $\to$ □ ))
   * (و) چ (( چ □ $\wedge$ ( □ $\to$ □ )) $\wedge$ (
   (g) ч □ $\vee$ ( □ $\to$ )) □ □
   □
   (h) ( $p \wedge q$ ) $\to$ (ч □ $\vee$ ( $q \to r$ ))
   (i) (( □ $\vee$ □ ч $\to$ (ч □ )) ( □ ))
   (j) ( □ $\vee$ □ ч $\to$ ((ч □ ) ( □ )))
   (k) (((( □ $\to$ □ $\vee$ ( □ $\vee$ □ ч $\wedge$ □ □ $\to$ )) ч $\to$ (( □ $\to$ ) □ )) (( ( □□□□□□ ) ) □ ))
   (l) ( $p \to q$ ) $\wedge$ (ч □ $\to$ ( □ $\vee$ (ч □ $\wedge$ □ ))).
2. هازیرفرمول آن همه فهرست ،زیر در فرمول کدام هر برای:
   * (الف) □ $\to$ (ч □ $\vee$ ( ччq $\to$ ( $p \wedge q$ )))
   (b) ( □ $\to$ □ $\vee$ □ $\vee$ (чq $\wedge$ r ) $\to$ (ч ( □ $\to$ ) □ $\to$
   (c) ( $p \to q$ ) $\wedge$ (ч □ $\to$ ( □ $\vee$ (ч □ $\wedge$ □ ))).
3. است که منطق ای‌گزاره از $\varphi$ فرمول الف از درخت کردن تجزیه ... کشی قرعه
   * (الف) ضمنی دلالت یک از نفی الف
   (ب) ربط حرف دو هر هستند آن اجزای که گسست یک
   * (ج) ربط حروف از ربط حرف الف
4. هازیرفرمول همه فهرست و آن تجزیه درخت کشی قرعه ،زیر در فرمول کدام هر برای:
   * (الف) چ ( □□ $\to$ ( چ ( □ $\to$ ( □ پنجم چ ) )))
   (ب) (( □ $\to$ چ ) پنجم ( □ $\wedge$ □ ) $\to$ □□ ) پنجم چ □ .




فرمول بدشکل یک دهنده نشان که درخت الف **۱.۲۱. شکل**

* ۵. برای ... کردن تجزیه درخت در شکل ۱.۲۲ پیدا کردن منطقی فرمول آن نشان دهنده است.

6. برای ... درختان در زیر، پیدا کردن خطی بازنمایی هاو آنها چک و آیا آنها مطابقت به دارند خوش فرم فرمول هاست:
   (a) ... درخت در شکل ۱.۱۰ روی صفحه ۴۴
   (b) ... درخت در شکل ۱.۲۳.

* ۷. که چنین بدشکل فرمول یک دهنده نشان که درخت کردن تجزیه الف کشی قرعه
   (a) درخت الف آوردن بدست به هازیردرخت چندین یا یکی کردن اضافه توسط آن دادن گسترش تواندمی یکی فرمول؛ فرم خوش الف دهنده نشان که
   (b) فرمخوش فرمول یک به مطابقت نه توانستمی آن از پسوند هر یعنی بدشکل ذاتاً است آن.

8. فرمخوش هافرمول کردن دنبال ... از که ،درختان کردن تجزیه کشی قرعه به کردن تلاش توسط ،کردن تعیین هستند :
   (a) $p \wedge q \rightarrow (p \vee q \rightarrow (r \rightarrow s))$
   (b) $p \wedge q \rightarrow (p \vee q \rightarrow (r \rightarrow s))$
   (c) $p \wedge q \rightarrow (p \vee q \rightarrow (r \rightarrow s))$

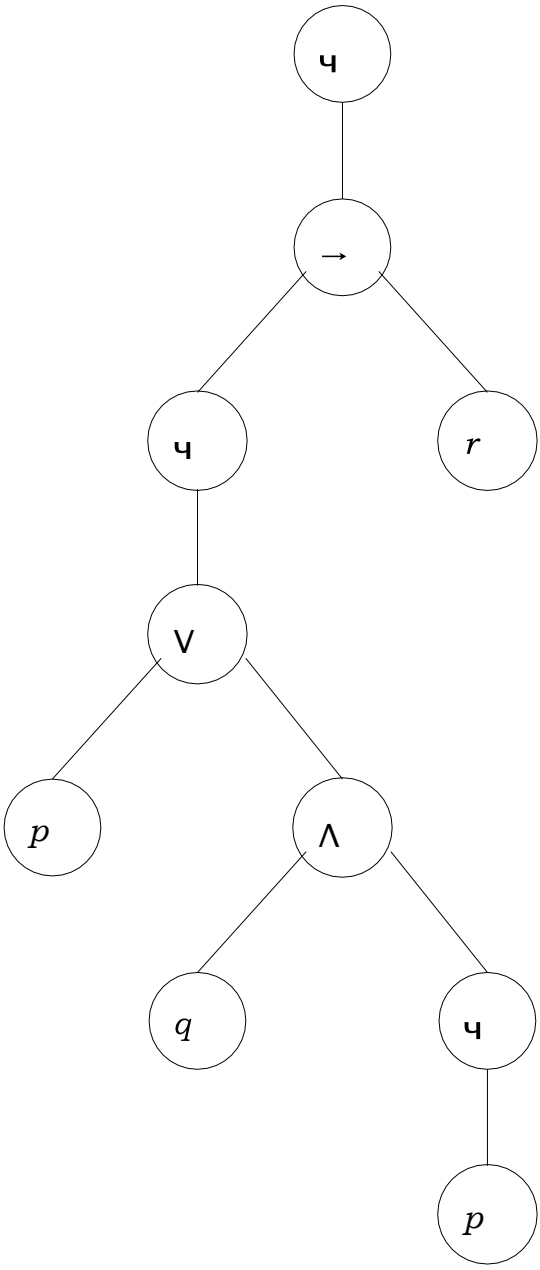
کنید؟ «اصلاح» ،براکت دادن قرار با فقط توانیدمی ،روش چند به و هاکدام ،بالا بدفرم هایفرمول میان در

---

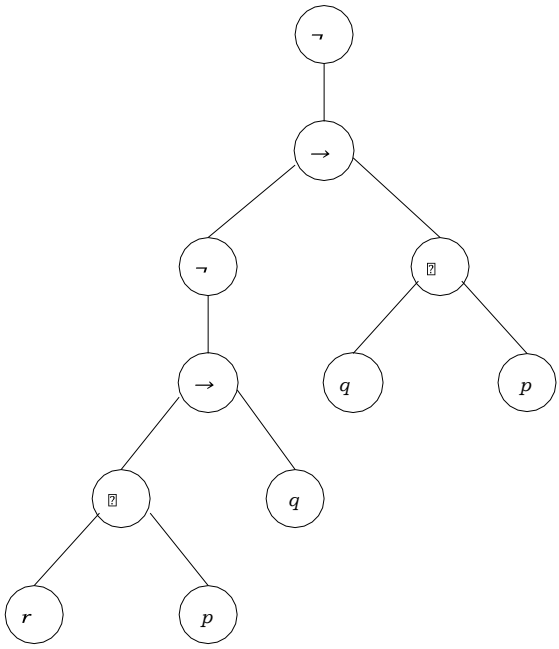
## ۱.۴ تمرینات

* ۱. ساخت ... برای میز حقیقت برای یکی ... با است مصادف آن که تأیید و ما 'تصادف' توسط) هستند یکسان هاارزش ف و تی از هاستون مربوطه ... که یعنی).

2. محاسبه ... از کامل درستی جدول فرمول
   * (الف) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow p$
   (ب) توسط شده نمایندگی ... تجزیه در شکل ۱.۳ روی صفحه ۳۴




**شکل ۱.۲۲.** ضمنی دلالت شده نفی الف از درخت کردن تجزیه الف.




**شکل ۱.۲۳.** ضمنی دلالت شده نفی الف از درخت کردن تجزیه دیگری.

* (ج) $\square \vee (\neg(q \wedge (r \to q)))$
(d) $(p \wedge q) \to (p \vee q)$
(e) $((\square \to \neg\square \to \neg) \to \square\square\square)$
(f) $(p \to q) \vee (p \to \neg q)$
(g) $((p \to q) \to p) \to p$
(h) $((p \vee q) \to r) \to (\quad \to (p \vee) (q r))$
(i) $(p \to q) \to (\neg\square \to \neg q)$.

3. گذاری‌ارزش آن فرمول از ارزش حقیقت ... محاسبه ،فرمول الف از پارستری الف و ارزیابی الف شده داده درخت کردن تجزیه با (۴۰ (است شده انجام ... صفحه در ۱.۷ شکل در بالا به پایین روش به که همانطور در

* (الف) و تی به کردن ارزیابی □ و □ که در ارزیابی ... و ۴۴ صفحه روی ۱.۱۰ شکل
؛ ف به □
(b) و □ و تی کندمی ارزیابی □ که در گذاری‌ارزش ... و ۳۶ صفحه روی ۱.۴ شکل
؛ ف به کردن ارزیابی □
(c) و ؛ تی باش □ و ف باش □ ، تی باش □ دهید اجازه ما کجا ۱.۲۳ شکل
(d) اف باش □ و تی باش □ ، اف باش □ دهید اجازه ما کجا ۱.۲۳ شکل .

4. در که کنید مشخص را درستی جدول از مربوطه خط یا ،کنید محاسبه فرمول تجزیه درخت روی را درستی مقدار آن

* (الف) □ است فرمول ... و تی به □ ، اف به کندمی ارزیابی □ $\to (\neg\square \vee (\square \to \square))$
* (ب) است فرمول ... $\neg((\neg q \wedge (p \to r)) \wedge (r \to q))$, □ و تی به □ ، اف به کندمی ارزیابی □
تی به کندمی ارزیابی .

* ۵. الف) فرمول روی ۱.۱۰ شکل در درخت کردن تجزیه ... از فرمول ... آیا هاارزیابی آن از یکی حداقل در برای تی کندمی محاسبه آن iff معتبر است فرمول الف) بخش رضایت است آن ها؛ارزیابی آن همه برای تی کندمی محاسبه آن iff معتبر است فرمول الف) بخش؟ رضایت آن آیا معتبر؟ ۴۴ صفحه

6. $q$ و $q$ یا نادرست دو هر یا iff داشتن نگه‌نه $q$ آیا □ که چنین دهنده پیوند منطقی جدید الف باش بگذارید هستند درست دو هر.
   (a) □ □ برای میز حقیقت ... پایین بنویس
   (b) □ □ ) برای میز حقیقت ... پایین بنویس (□ ∗ □ )∗
   (c) یک؟ کدام ،است چنین اگر دارد؟ مطابقت (۳۸ صفحه) ۱.۶ شکل در جدولی با (ب) جدول آیا
   (d) نام ،است چنین اگر است؟ شده استفاده مدار طراحی در منطقی گیت یک عنوان به‌قبلاً آیا دانید؟می آیا چیست؟ آن

7. و مورد پایه شما ایالت شما که مطمئن بساز .القای ریاضی از استفاده با هااثبات تمرین شما دهید اجازه تمرینات اینها فرضیه القا ... کردن اعمال شما کجا که دهید نشان همچنین باید شما .وضوح به گام استقرایی.
   (a) که اثبات

$$(2 \cdot ۱ - ۱) + (2 \cdot ۲ - ۱) + (2 \cdot ۳ - ۱) + \cdots + (2 \cdot \square - ۱) = \square^{۲}$$

   روی القا ریاضی توسط □ ۱. ≥
   (b) الف .باشد داشته وجود اگر است پذیربخش $l$ □□ $k$ گوییم‌می .باشند طبیعی اعداد $l$ و $k$ کنید فرض ۳. ۵ = ۱۵ زیرا ۳ توسط تقسیم قابل است ۱۵، ،مثال برای . □ □ = □ که چنین □ شماره طبیعی □ طبیعی اعداد همه برای است پذیربخش ۷ بر □ ۴ □ ۱۱ که دادن نشان به القا ریاضی کنید استفاده ۱. ≥

* (ج) که دادن نشان به القا ریاضی کنید استفاده

$$۱^{۲} + ۲^{۲} + ۳^{۲} + \cdots + \square^{۲} = \frac{\square \cdot (\square + ۱) \cdot (2\square + ۱)}{6}$$

   اعداد طبیعی همه برای □ ۱. ≥

* (د) که اثبات □ ۲ است موردپایه ... اینجا ۴. □ اعداد طبیعی همه برای ۲ ≤ □ + □ ۲ تا؟ ۴ < □ هر برای درست بیانیه ... آیا ۴. = □
   (e) ۲ بالای مبالغ برای پستی هزینه هر که نمایش تمبرها ج ۳ و ج ۲ فقط فروشد می دفتر پست الف کنید فرض کنید استفاده ریاضی استقرای از :راهنمایی .کرد پرداخت را هزینه توان‌می تمبرها این از استفاده با فقط ، سنت سی □ ،اول :احتمال دو بگیرید نظر در گام استقرایی ... در .پستی هزینه ... است سی □ کجا ، □ روی ... کندمی ایجاب $n$ c □□ پرداخت ،دوم تمبرها ج ۲ فقط از استفاده با برای شده پرداخت باش تواندمی .مهر ج ۳ یکی حداقل از استفاده
   (f) یا بزرگتر است ها براکت چپ از شماره فرمول منطق ای‌گزاره فرم خوش الف از پیشوند هر برای که اثبات ها براکت درست از شماره ... به مساوی

* ۸. هاجمعیت از رشد ... سازی‌مدل در مفید بیشترین هستند اعداد فیبوناچی.
   ۲. □ ≥ همه برای $F_{n+1} \overset{\text{def}}{=} F_n + F_{n-1}$ و $F_1 \overset{\text{def}}{=} ۱$، $F_2 \overset{\text{def}}{=} ۱$ توسط آنها کردن تعریف ما بنابراین
   از استفاده با .است زوج .دهید نمایش را $F_{3n}$ عبارت .غیره و $F_3 = 2 = 1 + 1$ □□ ۳ = □□ ۱ + □□ ۲ ، □□ ۶ □□ ۹ □... توالی ... که گفتن است ادعا این که نکته ۱. ≥ □ روی القا ریاضی روابط است شده تشکیل زوج اعداد از فقط.

9. توسط شده تعریف ، رتبه تابع ... بگیرید نظر در

$$\text{رتبه}(p) \stackrel{\text{def}}{=} ۱$$

$$\text{رتبه}(\neg\varphi) \stackrel{\text{def}}{=} ۱ + \text{رتبه}(\varphi)$$

$$\text{رتبه}(\varphi \circ \psi) \stackrel{\text{def}}{=} ۱ + \text{حداکثر}(\text{رتبه}(\varphi), \text{رتبه}(\psi))$$

$n$ اگر $n$ □□ است برابر ( $n$□ □□□ ) حداکثر و $\circ \in \{\rightarrow, \vee, \wedge\}$ است اتمی هر $p$ آن در که استفاده .(۴۴ صفحه در ۱.۳۲ تعریف) بیاورید یاد به را فرمول یک ارتفاع مفهوم .صورت این غیر در $m$ و $m$ برای $\varphi$ از ارتفاع ... جز چیز هیچ است ( $\varphi$ ) رتبه که دادن نشان به $\varphi$ از ارتفاع ... روی القا ریاضی کنید .منطق ای‌گزاره از $\varphi$ هافرمول همه

* ۱۰. (۱۰. :یا) ... بگیرید نظر در . ریاضی استقرای برای مورد پایه ... امن به نیاز ما چرا از مثال یک است اینجا ادعا

«شماره □ $+ ۵ □ + 1$ همه برای حتی است □ $\geq ۱$.

(a) ادعا آن از گام استقرایی ... اثبات.

(b) داشتن نگه به خوردمی شکست مورد پایه ... که نمایش.

(c) نادرست است ادعا ... که گیری‌نتیجه.

(d) □ همه برای غریب و عجیب است $+ ۵ □ + 1$ که دادن نشان به القا ریاضی کنید استفاده □ $\geq ۱$.

11. برای ... قضیه از اثبات صحت ... ۱.۳۵ صفحه روی ۴۶،

(a) جریانی های‌ارزش سوی به استراحتگاه به داشت اما القا ریاضی استفاده نه توانست‌می ما چرا دهید توضیح القای

(b) و «چرا؟» با شده نویسی حاشیه بودند که هااستنتاج همه برای توجیهات دادن

(c) را طبیعی استنتاج قوانین خلاصه شده؛ اعمال قاعده اثبات نهایی ... از بیش بندی‌محدوده تحلیل مورد ... کامل شامل به نیاز شما دهید انجام .مفقود هنوز هستند موارد کدام ببینید تا کنید بررسی ۲۷ صفحه در ۱.۲ شکل در قوانین؟ شده مشتق شدن

12. آن ... نشان دهید که هاتنبال‌دنبال معتبر زیر های‌نیستند .حقیقت ارزش از هاارزش ... به هافرمول ... چپ از ... هستند و تی ▶ از درست ... به فرمول از ارزش حقیقت ... اف است ▶ .

(a) □ پنجم □ ( □ → □ ) ▶ □ □ ∧ □

(b) □ → ( □□□□ ∨ □ ) □ □ ∧ □ □ ▶ □ → □

* (ج) □ → ( $q$ → □ ) ▶ □ → ( □

(d) ¬ → □ ∨) □□ ▶ ¬ □ □ □

(e) □ → (¬$q$ ∨ $r$ ) ¬ ▶ □□ → ¬ □□□ □□ .

13. □ هاتم ... برای جملات اعلانی زبان طبیعی از هامثال دادن ،هاتنبال نامعتبر کردن دنبال ... از کدام هر برای □ و □ ، که چنین ... است نادرست هستند درست است ،اما نتیجه گیری نادرست.

* (الف) □ پنجم □ ▶ □ ∧ □

* (ب) □ □ → □ □ ▶ □ □

(c) → □ □ ▶ □ ∨ □ □ □

(d) □ → ( □ ∨ □ ▶ ) → ( □ ∧ □ ) → ( □ □ ).

14. زمانی فقط و □□□□ $r$ و $q$ ، $p$ های‌اتم شامل فقط که □□□□□□ $\varphi$ ای‌گزاره منطق برای فرمولی است درست ( □ □ ) □ که وقتی یا ،باشند نادرست $q$ و $p$ که باشد درست ¬ ∧ ∨.

15. قضیه ... کردن ثابت به □ روی القا ریاضی کنید استفاده $((\varphi_1 \wedge (\varphi_2 \wedge (\cdots \wedge \varphi_n)\ldots) \to \psi) \to (\varphi_1 \to (\varphi_2 \to (\ldots(\varphi_n \to \psi)\ldots))))$.

16. کنید اثبات ،است لازم ای‌گزاره منطق در بودن کامل نتیجه تضمین برای که را زیر های‌دنباله اعتبار:

(a) $\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \blacktriangleright \neg(\varphi_1 \to \varphi_2)$
(b) $\neg\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \blacktriangleright \varphi_1 \to \varphi_2$
(c) $\neg\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \varphi_1 \to \varphi_2$
(d) $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \varphi_1 \to \varphi_2$
(e) $\neg\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$
(f) $\neg\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \blacktriangleright \neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$
(g) $\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \blacktriangleright \neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$
(h) $\neg\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2 \blacktriangleright \neg(\varphi_1 \text{ پنجم } \varphi_2)$
(i) $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \varphi_1 \text{ پنجم } \varphi_2$
(j) $\neg\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \varphi_1 \text{ پنجم } \varphi_2$
(k) $\square\square_1 \wedge \neg\square\square_2 \blacktriangleright \square\square_1 \vee \square\square_2$.

17. آیا $\varphi \blacktriangleright$ برای دارید نگه $\varphi$ برای لطفا زیر؟ توجیه را خود پاسخ کنید.

(a) $(\square \to \square) \text{ پنجم } (\square \to \square)$
* (ب) $((\square \to (\square \text{ پنجم } (\square \to \square))) \text{ چ پنجم } (\square \to \square)) \to \square$.

---

## ۱.۵ تمرینات

1. برای مخفف یک ؟ کجاست $\top$، $\top \equiv \varphi \square\square\square\square$ اگر معتبر است $\varphi$ فرمول الف که نمایش نمونه یک $p \square\square \neg LEM$.

2. به معادل معنایی نظر از هستند هافرمول اینها از کدام □ $\to (q \vee r)$؟

(a) $\square\square \neg(\square\square)$
* (ب) $q \wedge \neg r \to p$
(ج) $\square \wedge \neg\square \to \square$
* (د) $\neg\square \wedge \neg\square \to \neg\square$.

3. فرمول یک ،ای‌گزاره منطق فرمول هر برای که است ای‌مجموعه ،ای‌گزاره منطق برای هارابط از کافی مجموعه یک کافی ای‌گزاره منطق برای □ مجموعه ،مثال برای .باشد داشته وجود مجموعه آن از هایی‌رابط فقط با معادل $\varphi \quad \psi \quad \varphi \quad \psi$ معادلات ... از استفاده با توسط شده حذف باش تواندمی و از وقوع هر زیرا ،است $\wedge \quad \to$ و $\varphi \quad \psi \quad (\varphi \quad \psi)$.

(a) در) .منطق هستند هاگزاره برای ربط حروف از کافی های‌مجموعه □ که دهید نشان $\{\neg, \wedge\}$ $\{\neg, \vee\}$ $\{\neg, \to\}$ $\{\wedge, \vee, \to, \bot\}$ $\{\neg, \vee, \bot\}$ $\{\neg, \wedge, \bot\}$ $\{\neg, \to, \bot\}$ $\{\vee, \to, \bot\}$ $\{\wedge, \to, \bot\}$ $\{\wedge, \vee, \bot\}$ $\{\neg, \bot\}$ $\{\bot\}$ (. رابط تهی الف عنوان به کردن درمان هستند ما ،مورد دومی ...
(b) سپس ،منطق ای‌گزاره برای کافی است $\{\square \wedge \square \vee \square \to \square \bot\} \subseteq \square\square$ اگر ،که نمایش بگیرید نظر در و $\bot$ نه و $\neg$ نیست کدام هیچ شامل □ کنید فرض :راهنمایی) . $\bot \in \square$ یا $\neg \in \square\square$ الف برای ، □□ در هارابط ... فقط از استفاده با توسط شده تشکیل ، $\varphi$ فرمول الف از ارزش حقیقت (. تی شده داده اختصاص است اتم هر که در ارزیابی
(c) آیا $\{\neg \square \to\}$ کافی است؟ دهید پاسخ شما کنید ثابت.

4. اگر اثبات دارد $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_n \blacktriangleright \psi$ متوالی الف که دادن نشان به بودن کامل یا صحت کنید استفاده $\varphi_1 \to \varphi_2 \to \ldots \varphi_n \to \psi$ باشد است توتولوژی یک.

5. است $\equiv$ رابطه ... که نمایش
   (a) انعکاسی: $\varphi \equiv \varphi$ همه برای داردمی نگه $\varphi$
   (b) متقارن: $\varphi \equiv \psi$ دارد دلالت $\psi \equiv \varphi$ و
   (c) متعدی: $\varphi \equiv \psi$ و $\psi \equiv \eta$ کردن دلالت $\varphi \equiv \eta$ .
6. به احترام با که نمایش $\equiv$ ،
   (a) خودتوانمند هستند پنجم و $\wedge$:
      i. $\varphi \wedge \varphi \equiv \varphi$
      ii. $\varphi$ پنجم $\varphi \equiv \varphi$
   (b) پذیر جابجایی هستند پنجم و $\wedge$:
      i. $\varphi \wedge \psi \equiv \psi \wedge \varphi$
      ii. $\varphi$ پنجم $\psi \equiv \psi$ پنجم $\varphi$
   (c) انجمنی هستند پنجم و $\wedge$:
      i. $\varphi \wedge ( \psi \wedge \eta ) \equiv ( \varphi \wedge \psi ) \wedge \eta$
      ii. $\varphi$ پنجم ( $\psi$ پنجم $\eta$ ) $\equiv$ ( $\varphi$ پنجم $\psi$ ) پنجم $\eta$
   (d) جاذب هستند پنجم و $\wedge$:
* من. $\varphi \wedge ( \varphi$ پنجم $\eta ) \equiv$
$\varphi$
دوم. $\varphi$ پنجم ( $\varphi \wedge \eta ) \equiv \varphi$
   (e) توزیعی هستند پنجم و $\wedge$:
      i. $\varphi \wedge ( \psi$ پنجم $\eta ) \equiv ( \varphi \wedge \psi )$ پنجم $( \varphi \wedge \eta )$
   * دوم. $\varphi$ پنجم ( $\psi \wedge \eta ) \equiv ( \varphi$ پنجم $\psi ) \wedge ( \varphi$ پنجم $\eta )$
   (f) نفی برابر دو برای دهدمی اجازه $\equiv$: $\varphi \equiv$ چ □ و $\varphi$
   (g) قوانین مورگان د ... کندمی ارضا پنجم و $\wedge$:
      i. چ ( $\varphi \wedge \psi ) \equiv$ چ $\varphi$ پنجم چ □
   * دوم. چ ( $\varphi$ پنجم $\psi ) \equiv$ چ $\varphi \wedge$ چ □ .
7. جداول حقیقت کردن دنبال ... از کدام هر روی بر مبتنی اف ان سی در فرمول الف ساخت:
* (الف)

| $p$ | $q$ | $\varphi_1$ |
|---|---|---|
| T | T | F |
| F | T | F |
| T | F | F |
| F | F | T |

* (ب)

| □ | □ | □ | $\varphi$ ۲ |
|---|---|---|---|
| تی | تی | تی | تی |
| تی | تی | ف | ف |
| تی | ف | تی | ف |
| ف | تی | تی | تی |
| تی | ف | ف | ف |
| ف | تی | ف | ف |
| ف | ف | تی | تی |
| ف | ف | ف | ف |

(ج)

| □ □ □ □ | □ | □ | □ | $\varphi_{۳}$ |
|---|---|---|---|---|
| تی | تی | تی | ف | |
| تی | تی | ف | تی | |
| تی | ف | تی | ف | |
| ف | تی | تی | ف | |
| تی | ف | ف | تی | |
| ف | تی | ف | ف | |
| ف | ف | تی | ف | |
| ف | ف | ف | تی | |

* ۸. ورودی عنوان به فرمول دارد نیاز گزاره (a تجزیه درخت) یک به که (IMPL FREE) بنویسید بازگشتی تابع یک تعریف دارد؟ نیاز بند چند به شما case دستور .خروجی عنوان به فرمول پیامد از عاری معادل یک کندمی تولید و بیاورید یاد به را ۳۲ صفحه در ۱.۲۷.

* ۹. (اف ان ان) اف ان سی محاسبه (رایگان ال پی‌ام آی) $\neg(q \rightarrow (q \rightarrow (q \wedge q)))$.

10. تماس در مورد «صورت این غیر در» که دهید نشان CNF های‌فرمول گرامر روی ساختاری استقرای از استفاده با 55. صفحه در (1.6) در □□ نوع از هستند $\eta_{۲}$ و $\eta_{۱}$ دو هر iff شودمی اعمال توزیع به ها

11. بگیرید تماس CNF با ... که دادن نشان به $\varphi$ از ارتفاع ... روی القا ریاضی کنید استفاده CNF. در قبلاً است دومی ... اگر $\varphi$ ،وابستگی به بالا ،بازده (NNF ( IMPL FREE $\varphi$))

12. مهم؟ این است چرا و اف ان ان کردن حفظ توزیع و اف ان سی توابع ... دادن انجام چرا

13. ای‌گزاره از $\varphi$ فرمول الف روی (($\varphi$) رایگان ال پی ام آی) (اف ان ان) اف ان سی بگیرید تماس ... برای چرا بده توضیح ،منطق
    - (a) اف ان سی در فرمول الف همیشه است خروجی آن
    - (b) $\varphi$ به معادل معنایی نظر از است خروجی آن
    - (c) دهدمی خاتمه همیشه تماس آن.

14. می .شرط پیش آنها ورودی جلسه هر روی دادن خاتمه ۱.۵.۲ بخش در شده ارائه هاالگوریتم ... همه که نمایش با هایی‌فرمول در است ممکن هاالگوریتم که باشید داشته توجه ها؟استدلال شما از برخی کردن رسمی شما توان نکنند فراخوانی را خود دوباره ،کمتر ارتفاع.

    اف ان سی از تماس مثلاً ($\varphi_{۱}$ پنجم $\varphi_{۲}$) توزیع بگیرید تماس الف در نتایج (CNF ( $\varphi_{1}$) □ CNF ( $\varphi_{2}$))، کجا

    مشکل؟ الف نه این چرا؟ . □□ $\varphi$ به نسبت ارتفاع بزرگتر باشند داشته است ممکن (CNF ( $\varphi_{i}$

15. هافرمول شاخ اینها از کدام هر به ۶۶ صفحه از هورن الگوریتم کردن اعمال:

* (الف) ( □ ∧ □ ∧ □□□□□ → ⊥ ) ∧ ( □□ → ⊥ ) ∧ ( □ → □ ) ∧ ( تی → □ ) ∧ ( تی → □ ) ∧ ( □□ → □□ ) ∧ ( تی → □□□ )

(b) ( □ ∧ □ ∧ □□□□□ → ⊥ ) ∧ ( □□ → ⊥ ) ∧ ( □ → □ ) ∧ ( تی → □ ) ∧ ( تی → □ ) ∧ ( □ ∧ □□ → □ ) ∧ ( $u$ → □□ ) ∧ ( تی → □□□ )

(c) ( □ ∧ □ ∧ □□ → □ ) ∧ ( □ ∧ □ → □ ) ∧ ( □ ∧ □□ → □□ )

(d) ( □ ∧ □ ∧ □□ → ⊥ ) ∧ ( □ ∧ □ → □ ) ∧ ( تی → □□ )

(e) ( □□□□ $_{۵}$) → □ $_{۱۱}$ ) ∧ ( □□□□ $_{۲}$) ∧ □ $_{۳}$ ∧ □ $_{۵}$ → □ $_{۱۳}$ ) ∧ ( تی → □ $_{۵}$ ) ∧ ( □□□□ $_{۵}$) ∧ □ $_{۱۱}$ → ⊥ )

(f) ( تی → □ ) ∧ ( تی → □□ ) ∧ ( □□ → ⊥ ) ∧ ( □ ∧ □ ∧ □□ → ⊥ ) ∧ ( □□ → □□ ) ∧ ( تی → □ ) ∧ ( □ → □ )

* (گ) ( تی → □ ) ∧ ( تی → □□ ) ∧ ( □□ → ⊥ ) ∧ ( □ ∧ □ ∧ □□ → □□□□ )
∧ ( □□ ) → ( □□ ) ) ∧ ( تی →
r ∧ □→ □

16. توسط هافرمول شاخ کندنمی کار درستی به ،دهیم تغییر را مفهوم اگر HORN الگوریتم چرا که دهید توضیح
□ □ | تی | ⊥ =:: □ به ۶۵ صفحه روی □ برای بند ... گسترش

17. برای نحوی معیارهای شما تواندمی ،دقیقاً بیشتر هافرمول شاخ از اف ان سی ... درباره بگو شما تواندمی چه
را غیررسمی هایبرنامه توانیدمی آیا دارد؟ وجود معادلی هورن فرمول کندمی تضمین که کنیدمی مشخص CNF یک
دیگری؟ به نمایندگی از شوند؟می ترجمه فرم یک از که کنید توصیف

---

۱.۶ تمرینات

1. ۳۳، صفحه روی (1.3) از $\varphi$ همه برای ،که دادن نشان به القا ریاضی کنید استفاده
   (a) □□ ( $\varphi$ ) توسط شده تولید باش تواندمی ( ۱.۱۰) صفحه روی ،۶۹
   (b) □□ ( $\varphi$ ) دارد ... همان عنوان به هاارزیابی از مجموعه $\varphi$ ، و
   (c) ... که در هاارزیابی از مجموعه است برابر درست است $\varphi$ که در هاارزیابی از مجموعه
   □□ ( $\varphi$ ) است درست است.

* ۲. را شرایط فعلی هایعلامت همه اگر :هستند صحیح (۷۱ صفحه) ۱.۱۴ شکل قوانین تمام که دهید نشان
محدودیت شده مشتق اگر داردمی نگه هنوز نامتغیر این سپس ،۶۸ صفحه از (1.9) نامتغیر ... کنند برآورده
گذاری علامت اضافی یک شودمی قاعده که از.

۳. □ □ □ متوالی ... اعتبار ... شده امن که تناقض الف شد داده تشخیص ما ۷۳ صفحه روی ۱.۱۶ شکل در
□ ) دنباله اینکه دادن نشان برای SAT یکننده‌حل خطی ... بلروش همان ... ∧ کنید استفاده . □ □
الف با کسر طبیعی در اعتبار این کرد ثابت ما که آنجایی از (است جالب این) .است معتبر ( □ p ) ( □ )
.کندنمی استفاده موردی تحلیل هیچ از SAT خطی کننده‌حل و LEM؛ اثبات قاعده انتخاب عاقلانه)

* ۴. متوالی این بخش‌رضایت iff نه است که دگ الف تعیین . □ ▶ □ → □□ □ ∨ متوالی ... بگیرید نظر در
و ،آن به قوانین وضع به اجبار ... کردن اعمال '،تی :«۱» با گره ریشه ها DAG ... برچسب .معتبر است
توضیحی عنوان به شاهد این حسی؟ چه در دهید توضیح بخشی رضایت ها DAG ... به شاهد الف عصاره
∨ → ▶ نیست معتبر □ □ □□ □ که کندمی عمل واقعیت این برای.

5. به شده استفاده باش تواندمی ،فصل این در شده ارائه عنوان به ،تکنیک کردن حل شنبه ... حس چه در دهید توضیح
ها توتولوژی هستند هافرمول آیا چک

6. □□ ( $\varphi$ )؟ از دگ ... از $\varphi$ مهندس معکوس یکی تواندمی ،(1.10) از $\varphi$ برای

7. این در .F' :1' با گره ریشه ها DAG الف هابرچسب ابتدا در که روش ما از اصلاح الف بگیرید نظر در
،صورت
   (a) هستند ... ایالت ،بنابراین اگر صدا؟ هنوز قوانین کردن مجبور ثابت
   (b) اگر دهنده نشان دگ الف (ها)فرمول ... درباره بگو ما تواندمی چه
      i. ها؟محدودیت متناقض تشخیص ما
      ii. گره؟ کدام هر برای هامحدودیت مجبور سازگار محاسبه ما

8. به – ( $\varphi$ ) □□ به شده اعمال – کننده حل شنبه خطی ما مقایسه ، $\varphi$ فرمول شاخ دلخواه یک شده داده
رویکردها اینها از کنید بحث هاتفاوت و هاشباهت مورد در . $\varphi$ بر شده اعمال - گذاری‌علامت الگوریتم.

9. که تأیید .۷۷ صفحه روی ۱.۲۰ شکل بگیرید نظر در
   (a) هامحدودیت متناقض کندمی تولید آزمون آن
   (b) ما هاسازی‌بهینه دو آن آیا از از نظر صرف ،بخشی‌رضایت بگیرید تصمیم نه کندمی تحلیل مکعبی آن حاضر هستند شده توصیف.
10. برای آمده دست به یکی ... واقع در است (۷۴ صفحه) ۱.۱۷ شکل از دگ ... که تأیید
    ۷۳. صفحه روی (۱.۱۱) در فرمول ... است $\varphi$ کجا ،( $\varphi$ ) □□
* ۱۱. است ممکن کننده حل شنبه مکعبی به هاپاسخ ... که امکان ... با نگران باش است ممکن مجری یک (.۱۱ :یا) ۱.۱۴. شکل در قوانین ... استفاده یا علامت بدون های‌گره آزمون ما که در سفارش خاص الف روی دارد بستگی دهید سفارش یک چنین روی دارد بستگی نکن نتایج تحلیل چرا برای استدلال رسمی نیمه الف بده.
12. $T$ ( $\varphi$ ). ارضاپذیری ... بگیرید تصمیم توانندمی کننده حل شنبه مکعبی ما که چنین $\varphi$ فرمول الف کردن پیدا
13. بخش در است شده داده شرح کننده حل شنبه مکعبی ... از سازی‌پیاده کامل الف بنویس **:پروژه پیشرفته** به) و ، ، از راست پذیری‌شرکت کنید فرض باید فایل؛ الف یا کیبورد ... از هافرمول خواندن باید آن .۱.۶.۲ درباره همچنین کن فکر بعدی کننده حل شنبه مکعبی۸...۷دادن انجام ؛( $\varphi$ ) □□ از DAG محاسبه ؛(ترتیب ها سازی بهینه و ،تشخیص ،خروجی کاربر مناسب جمله از
14. بخش این در شده مشخص کننده حل شنبه مکعبی ما که نمایش
    (a) ورودی؛ درست نحوی نظر از همه روی یابدمی خاتمه
    (b) گذاری؛ علامت دائمی اول ... از بعد (1.9) نامتغیر ... کندمی ارضا
    (c) گذارد؛می که هایی‌علامت دائمی موارد همه برای (1.9) کندمی حفظ
    (d) شاهدان؛ بخشی رضایت درست فقط کندمی محاسبه
    (e) و ها؛پاسخ بخش‌رضایت نه درست فقط کندمی محاسبه
    (f) ها گره الف از نتایج است صحیح همچنان ، مدیریت برای ۷۷ صفحه در شده داده شرح اصلاحیه دو تحت شود می اجرا آزمون دو.

---

## هایادداشت کتابشناختی 1.8

از معناشناسی ارزش -حقیقت ... اما ،هاسال ۲۰۰۰ حداقل در برگشت کشش تاریخ طولانی الف دارد منطق هاسال ۱۶۰ درباره فقط شد اختراع بود امروز درسی کتاب منطق هر و این در شده ارائه منطق ای‌گزاره ربط حرف و انفصال برای و + نمادها ... شده استفاده بول .[54بو] بول .جی توسط ،پیش پراویتز .دی توسط است یافته توسعه بیشتر و ،Gentzen [Gen69] .شد اختراع G توسط طبیعی کسر تعداد که موضوعی اصل های‌سیستم ویژه به ،سپس از قبل است داشته وجود هاسیستم اثبات دیگر .[پر۶۵۱] سیستم اثبات .(ه بگیرید تماس ما که) □□□□ □□□□ قاعده ... با همراه را موضوعه اصول از کمی رابط از کافی ای‌مجموعه برای فقط و ؛ دهید ارائه را موضوعه اصول از کمی تعداد امکان حد تا اغلب ها فرضیات با کار ایده ابداع با گنتزن .تمرین در استفاده به سخت آنها شودمی باعث این . و عنوان به چنین ها همه کردن درمان توسط و (ه و من ،من قوانین ... توسط .بخشید بهبود را وضعیت (استفاده مورد) جداگانه هارابط ...

→ ч V

حل شنبه الف ،[SS90] روش مارکز آل سنت از انواع هستند ها کننده حل شنبه مکعبی و خطی ما آمریکا های‌ایالت یونایتد ... در و سوئد در شده اختراع ثبت است که کننده.

،منطق گزاره و ای‌گزاره مورد در معاصر های‌کتاب سایر به اشاراتی همچنین و ،بیشتر تاریخی ملاحظات و هاالگوریتم بر ای‌مقدمه برای .۲ فصل پایان در کتابشناختی توضیحات ... در شد پیدا باش تواندمی [وی۹۸] مثلاً دیدن داده ساختارهای.

# ۲
# منطق گزاره

## 2.1 زبان ثروتمندتر الف برای نیاز

اثبات آن :هازاویه متفاوت سه از آن کردن بررسی توسط منطق ای‌گزاره یافته توسعه ما ،فصل اول ... در آن و (هافرمول از طبیعت مانند درخت ) آن نحو ،(انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی ) نظریه از مطالعه توسط شده هدایت بود شرکت این ،آغاز ... از .(معنی واقع در هافرمول (چی؟ اینها) معناشناسی الف شده داده باش ،مدل یا ارزیابی هر برای ،تواندمی که جهان ... درباره هابیانیه ،جملات اظهاری ارزش حقیقت.

به احترام با منطق ای‌گزاره از هامحدودیت ... بیرون کردن اشاره توسط فصل دوم این شروع ما مانند اجزا جمله با بخش رضایت طور به کاملاً شده پرداخته ای‌گزاره منطق .جملات اظهاری کدگذاری هستند هازبان مصنوعی و طبیعی از های‌جنبه منطقی ... اما ، □□□ ... □□□ و □□ ، □ ، □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□ مانند ها کننده اصلاح با دادن انجام ما تواندمی چه .که از ثروتمندتر زیاد های‌محدودیت ای‌گزاره منطق ،اینجا در ... □□□□ و . . . □□□□ □□ ، ... □□□ ، ... □□□□ طراحی به منجر ترظریف خبری جملات بیان به تمایل و دهدمی نشان را واضحی شودمی نامیده نیز □□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□□□ .

جمله اظهاری ... بگیرید نظر در ما بگذارید

□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□. (2.1)

خوردمی شکست که ،حال این با . □ ای‌گزاره اتم الف با ادعا این شناسایی توانست‌می ما ،منطق ای‌گزاره در است آن ،خب حدوداً؟ بیانیه این است چه . جمله این از ساختار منطقی تر ظریف ... کردن منعکس به □□ □□ □□□□ □□□□□□ و □□□□ □□□□ ، □□□□□□ □□□ □□□□ درباره باشند داشته به مانند بود خواهد ما بنابراین ،کردن مرتب برخی از هستند هاویژگی اینها همه . □□□□□ هاوابستگی و روابط منطقی آنها با هم با آنها کردن ابراز برای مکانیسم الف

که دادن نشان به ( *andy* ) $S$ بنویسیم توانیم‌می ،مثال برای . کنیم‌می استفاده □□□□□□□□ □□ □ ) ،ترتیب همین به .مربی یک است پاول که بگو به ( □□□□ ) □□ و دانشجو الف است اندی از ترجوان است اندی که معنی توانست‌می ( □□□□□ □□□□

واضح بودن باشند داشته ما ،دوره از هاگزاره شود می نامیده هستند □ و □□ ، □□ نمادها .پاول اول ... از ترجوان است شخص دومی که بود منظور باشند داشته توانستمی □ گزاره .معنی آنها درباره به ارجاع نمادها اینها چی؟ دقیقاً کردن مشخص به نیاز ما بنابراین ،یکی.

بالا جمله ... از کنید رسمی را هابخش آن به نیاز هم هنوز ما ،ماست اختیار در هاییگزاره چنین داشتن برخی بالا ساختن که افراد ... به دارد اشاره جمله این ،است بدیهی . □□□□ و □□ از کردن صحبت که ،بیرمنگام دانشگاه یا کانزاس ایالتی دانشگاه مانند ،(است شده ذکر ضمنی طور به جمله در که) جامعه دانشگاهی دانشجو ... که چنین آنها میان در مربی یک است آنجا آنها میان در دانشجو کدام هر برای که گویدمی آن و مربی ... از ترجوان است

نکن ما .(2.1) در جمله ... اکسپرس به ما دادن اجازه به کافی اندازه به هنوز نه هستند هاگزاره اینها نام آموزی دانش هر توسط شودمی جایگزین کجا ( ) □□ از موارد همه پایین بنویس به خواهم می واقعاً اعدام ... با دادن انجام به داشتن جمله کردن تدوین به کردن تلاش زمانی چه ،مشابه طور به .دادن نوبت در ... از ایالت هر پایین بنویس به باشند داشته به زحمت پر نسبتاً باش بود خواهد آن ،برنامه الف از □□□ شده نوشته هستند متغیرها . □□□□□ الف از مفهوم ... استخدام ما ،بنابراین .کامپیوتر به توانندمی و ...□ $u_5$ □ ۳ □ □ ۱ □□□□ یا ...□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ الف .شوند گرفته نظر در (مانند) مشخص مقادیر برای □□□□ □□□□□□□□□□□□□ عنوان رسمی $Y$ و $I$ و $S$ معانی کردن مشخص الان توانندمی ما ،متغیرها از استفاده با .(ایالت برنامه الف یا ،دانشجو تر:

□ ( □□□□ ): دانشجو الف است □□□□

□□ ( $x$ ): $x$ مربی یک است

□ ( □□□□□ □ ): □□□□ از ترجوان است □.

می ما .مداوم طور به آنها کنیم استفاده آنها از که شرطی به ،نیستند مهم متغیرها نام که باشید داشته توجه نوشتن توسط □□ از معنی نظر مورد ... ایالت تواند

□□ ( □ ): یک است □

نوشتن توسط ،معادل طور به ،یا مربی

□□ ( $z$ ): $z$ مربی یک است

مفهوم رساندن برای هنوز متغیرها از بودن دسترس در .اشیاء برای دارندگان مکان صرف هستند متغیرها □□□□ $y$ □□□□ **فلان** □□ $x$ □□□□□□□□ **هر** » معنی باید ما .نیست کافی بالا مثال جمله □□□□□□□□□□ از باید که اینجاست .□□□□ □□□□□ □□ □□□ « □□ (هابعضی برای ها 'دارد وجود آنجا :بخوانید) و («همه برای» :بخوانید) .□□□□□□□ □□□□ "آنجا") □ در یا (' □□□□ همه برای) □□□□ در عنوان به ،متغیر الف به متصل بیا همیشه که راه نمادین کاملاً یک در جمله مثال ... بنویس توانمی ما حالا .(' $z$ مقداری است آنجا یا ،' □ دارد وجود عنوان به

۶ □□□□□ ( $S$ ( $x$ )) → ( ای ( □□ ( □ )) ∧ □ ( □□□□□ □ )))) .

در نتایج مجدد ترجمه ... ،مثال ما در .جمله اصلی ... از تعبیری الف است بلکه کدگذاری این ،واقع در
□□□□ □□ □□□□ □ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□□□□ □□□
□□□□ □□□ □□□□ □ □□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□ $x$
□□ $y$ □□□□□□ □□□□ .

فقط باشند داشته □□ و □ هاگزاره .باشند داشته متفاوتی های‌آرگومان تعداد توانندمی مختلف های‌گزاره هااستدلال دو کندمی ایجاب $Y$ گزاره اما ،( □□□ □□□□□□□□ شود می نامیده هستند آنها) یکی هااستدلال از شماره متناهی هر با هاگزاره .( □□□□□ □□□□□ □□□□□ الف شود می نامیده است آن) .منطق گزاره در است ممکن هستند
ی‌جمله ،دیگر مثال

□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□.

کردن ابراز استدلال یکی باشند داشته که □ و □ هاگزاره ... کنید انتخاب ما که برای

□ ( $x$ ): $x$ پرنده الف است
□ ( □□□□ ): □□□□ کردن پرواز تواندمی.

عنوان به شده کدگذاری باش الان تواندمی 'کردن پرواز تواندمی پرندگان همه «نه» جمله

چ ( ۶ □□□□□ ( □ ( $x$ )) → □ ( □□□□ )))

به را این توانیم‌می یا «.کنند پرواز بتوانند هستند پرنده که چیزهایی همه که نیست طوراین» :گویدمی کنیم کدگذاری زیر صورت:

ایکس ( □ ( $x$ )) ∧ چ □ ( □□□□ ))

که باشید داشته توجه .کن پرواز تواندنمی و پرنده الف است که □□□□ برخی است «آنجا» :معنی جهان در تی کردن ارزیابی باید فرمول دو این بالا جمله ... از ساختار زبانی ... به ترنزدیک است نسخه اولین ،زودی به .کردن پرواز تواندنمی که پرندگانی هستند هاپنگوئن ،مثال برای ،که آنجا از در زنده حاضر حال در ما دهید توضیح همچنین اراده ما عمومی در معنی آنها شده داده باش تواندمی هایی‌فرمول چنین چگونه آدرس ما □□ □□□ □□□□□□ . معادل واقع در هستند بالا دو ... مانند هافرمول چرا
است منطق گزاره در منطقی های‌فرمول صورت به انگلیسی جملات در شده بیان پیچیده حقایق کدگذاری دقت باید و - بحرانی-ایمنی های‌سیستم رسمی مشخصات در یا ال ام یو با طراحی افزارنرم در مثلاً – مهم انجام شده دارد ترجمه این بار یک ،حال این با .منطق ای‌گزاره از مورد ... در از آید عمل به بیشتری بسیار یا ( ) نمادین طور به دلیل به است عینی اصلی ما شده

▶ هافرمول آن در شده بیان اطلاعات ... درباره ( ▶ ) معنایی نظر از
ای‌گزاره از انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی ما دادن گسترش ما ،۲.۳ بخش در
هستند ما که روشی به این در .خب عنوان به منطق گزاره از هافرمول منطقی هاپوشش آن که بنابراین منطق در که به مشابه روش الف در $\psi$ □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ هادنباله از اعتبار ... کردن ثابت به قادر
فصل اول ...

یا واقعی ،هامدل از مناسب تصور الف به ۱ فصل از هاارزیابی ... دادن تعمیم ما ،۲.۴ بخش در دهدمی اجازه که ،نادرست یا درست باش تواندمی هاگزاره منطق از هافرمول که در هاجهان مصنوعی مستلزم معنایی کردن تعریف به ما

$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_\square \blacktriangleright \square$ .

$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_\square$ همه آن در که مدلی چنین □□ به توجه با ،که کندمی بیان دومی $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square$ توسط . است $\psi$ □□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ $\psi$ که گفت توان‌می تعریف در دارد نزدیکی مطابقت ای‌گزاره منطق تعریف با معنایی استلزام از تعریف این اگرچه . $\varphi_n$ برای صدق مقادیر محاسبه با □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ از فرآیند ... ،۱.۳۴ در جزئیات در آن کردن بحث ما .(توابع و) هاگزاره . است متفاوت ... با برخورد نحوه در ای‌گزاره منطق ۲.۴. بخش

منطق برای قیاس حساب طبیعی ... که دادن نشان به کتاب این از محدوده ... بیرون است آن که مورد ... واقع در است آن اما است؛ کامل و صحیح معنایی استلزام نظر از محمولات

$\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_\square$ باشد $\varphi_1 \square \varphi_2 \square \ldots \square \varphi_\square \blacktriangleright \psi$ اگر $\blacktriangleright \psi$

توسط شده انجام بود این از اثبات اول انتگرال و دیفرانسیل حساب گزاره ... از هافرمول برای الف برو .ک ریاضیدان .

اجازه ،که برای احساس یک دریافت به حمایت؟ به قادر باش منطق گزاره باید استدلال از مهربان چه استدلال کردن دنبال ... بگیرید نظر در ما دهید:

□□□ □□□□□ □□□□ □□□□. □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□. □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□.

هستند کنید انتخاب ما هاگزاره

□ ( $x$ ): $x$ کتاب یک است

□□ ( □□□□ ): □□□□ گازی است

□ ( □□□□ ): □□□□ لغت فرهنگ الف است .

و اعتبار ... کردن مشتق ما دادن اجازه که معناشناسی و نظریه اثبات الف ساختن به نیاز ما ،است بدیهی از ،ترتیب به ،بودن مستلزم معنایی

( □□ ) □□□□□ □□□□□ ۶ □ (( □□ ( □□□□ )) ∧ □ ( $x$ )) □□□□ ای چ □□□□ )) → □ ( $x$ )) ▶ ای چ □□□□ ( □□ ( □□□□ )) ∧ □□ ( □□□□ ))

( □□ ) □□□□□ □□□□□ ۶ □ (( □□ ( □□□□ )) ∧ □ ( $x$ )) □□□□ ای چ □□□□ )) → □ ( $x$ )) ▶ ای چ □□□□ ( □□ ( □□□□ )) ∧ □□ ( □□□□ )) .

ای‌گزاره یابدمی امتداد منطق گزاره .فرم نمادین الف در بالا استدلال ... اکسپرس هادنباله اینها که تأیید بگیرید نظر در . □□□□□□ □□□□ از که ،مفهوم بیشتر یکی با اما هاسنج‌کمیت با فقط نه منطق خبری جمله ...

□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□

عنوان به جمله این اکسپرس توانستمی ما ،هاگزاره از استفاده با

$$\forall \square\square\square\square\square\ \forall \square\square\square\ (\square\square\ (\square\square\square\square)) \wedge \square(\square\square\ \square\square\square\square) \rightarrow \square(\square\square\square\square\square\ \square))$$

مادر $x$ که است معنی این به $M(\square\square\square\square\square\ y)$ ،است فرزند $x$ که است معنی این به $C(x)$ کجا $M$ از واقع در ما که باشید داشته توجه) . $y$ از کوچکتر $x$ یعنی ( $\square\ \square\square\square\square\square$ ) $\square$ و $y$ $\square\square\square$ $\square\square\square\square\square\square\square$ $\square\square\square\square\square$) ( $\square\square$ $\square\square\square\square$ ) ( است $x$ مادر $\square$ ) ،( نه $M(\square\square\square\square\square\ y)$ .)
از $\square$ مادر هر و $\square\square\square\square$ کودکان همه برای ،که گویدمی جمله ،ایمکرده کدگذاری را آن ما که همانطور از ،مادران $\square\square\square\square$ از «هر» بگو به زیبا خیلی نه است آن . $\square$ از ترجوان است $\square\square\square\square$ ،آنها مال الف عنوان به «مادر» کدگذاری از ظرافتبی .[1] مادر یکی فقط و یکی دارد فردی هر که بدانید ما که آنجایی جمله ... بگیرید نظر در ما اگر آشکار بیشتر حتی است گزاره

$\square\square\square\square$ $\square$ $\square\square\square\square$ $\square\square\square\square\square$ $\square\square\square\square\square$ ... $\square\square\square\square$ $\square\square\square\square\square\square\square\square$ $\square\square\square\square\square\square\square\square$

گزاره دودویی الف و پاول و اندی برای $\square$ و $\square\square\square$ «متغیرها» از استفاده با ،که شودمی ،از قبل عنوان به مادر برای $\square$

$$\forall \square\square\square\square\square\ \forall \square\square\square\ 6\ \square\square\ \forall \square\square\square\ (\square(\square\square\square\square\square\ \square) \wedge \square(\square\square\ \square\square\square) \wedge \square(\square\square\square\ \square\square\square\square) \wedge \square(\square\square\square\ \square) \rightarrow \square\square\square\square = \square\square\square).$$

هستند $\square\square$ و $\square\square\square\square$ و ،ترتیب به ،مادران پاول و اندی هستند $\square\square$ و $\square$ اگر ،که گویدمی فرمول این ... هستند $\square\square$ و $\square\square\square\square$ سپس ،(ترتیب به ، هامادربزرگ مادرانه پاول و اندی یعنی) مادران $\square\square\square\square$ الف است آن ; $\square\square\square\square\square\square\square$ ،منطق گزاره در گزاره ویژه الف کردیم استفاده ما که اطلاعیه .شخص همان ،گزاره دودویی
هایش‌آرگومان بین معمولاً آن ،هاگزاره دیگر برخلاف .= شده نوشته است و ،هااستدلال دو گیردمی آن یعنی $x$ بگوییم اینکه برای ( $\square\square\square\square\square\ y$ ) = جای به $x = y$ نویسیمی یعنی آنها؛ از قبل نه شودمی نوشته .برابرند هم با $y$ و

اجازه آنها برای ،کدگذاری زشته این کردن اجتناب از راه الف ما دادن منطق گزاره از نمادها تابع برای ( $\square\square\square\square\square\ y$ ) $M$ نوشتن از عوض در .مستقیم راه بیشتر الف در مادر $\square$ نمایندگی به ما دادن الف است $\square\square\square$ نماد مادر $\square$ معنی به ( $\square$ ) $\square\square\square$ نویسیمی سادگی به ، $\square\square\square\square$ $y$ مادر $x$ اینکه جمله دو ... ، $\square\square\square$ از استفاده با استدلال که از مادر ... بازده و استدلال گیردمی را یکی آن :نماد تابع $\square$: از استفاده با داشت آنها از هاکدگذاری ترساده باشند داشته بالا

$$\forall \square\square\square\square\square\ (\square\square\ (\square\square\square\square)) \rightarrow \square(\square\square\square\square\square\ \square\square\square\ (x)))$$

متغیر یکی فقط داریم نیاز ما که باشید داشته توجه مادر آن از ترجوان است کودک هر که کندمی بیان الان شده نوشته است آن تر؛ساده حتی است مادربزرگ مادرانه همان ... پاول و اندی که نمایندگی .دو از بلکه

$$\square\square\square\ (\square\square\square\ (\square\square\square)) = \square\square\square\ (\square\square\square\ (\square))$$

مادربزرگ مادرانه پاول عنوان به شخص همان ... است مادربزرگ مادرانه اندی که گفتن مستقیماً کاملاً

[1] غیره و مادران گام ،مادران شده اتخاذ نه ،مادران ژنتیکی درباره کردن صحبت هستند ما که کنید فرض ما

با . کنید استفاده گزاره نماد از آن جای به الف از استفاده با ،نمادها تابع دادن انجام بدون همیشه تواندمی یکی و جمع بیشتر دریافت ما زیرا . است ترمرتب ، امکان صورت در تابع نمادهای از استفاده معمولاً ،حال این خواهم می ما که در هاموقعیت در فقط شده استفاده باش توانندمی نمادها تابع ،حال این با ها کدگذاری جور منحصراً الف دارد فردی هر که واقعیت ... روی کردن تکیه ما ،بالا .شیء مجرد الف دادن نشان به هر کردن ریسک بدون مادر □□□□ درباره کردن صحبت تواندمی ما که بنابراین ، شده تعریف مادر باشند داشته توانیمنمی ما ،دلیل این برای .(مادران دو یا ،مادر خیر داشت □□□□ اگر ،مثال برای) ابهام ،برادر □□□□ درباره کردن صحبت حس ساختن نه است ممکن آن .«برادر» برای ( ) □ نماد تابع الف «برادر» . باشد داشته مورد چندین است ممکن او یا ،برادران هر باشند داشته نه است ممکن □□□□ برای گزاره دودویی الف عنوان به شده کدگذاری باش باید

مری هالایک «آن» که ادعا سپس ،برادران چندین دارد مری اگر ،ادامه در نقطه این زدن مثال به به بنویس بود خواهد ما که ،برادران مری از یکی دارد دوست آن که باش است ممکن آن .مبهم است برادر عنوان

□ ( □□□□□ □□□ ) ∧ □ ( □□□□ □□□□ )) □ ( □ ایکس

که گویدمی جمله این .مریم و آن معنی □□□ و □□□ و «هالایک» و از برادر است معنی □ و □ کجا ،جایگزین طور به آن توسط شد پسندیده است و مریم از برادر الف است که □□□□ یک دارد وجود آنجا نویسیممی زیر صورت به را آن ما ،برادران مری از همه هالایک آن اگر

□□□□□ ( □ ( □□□□□ □□□ ) → □ ( □□□□ □□□□ )) ۶

مانند «تابع» یک اگر آن توسط شد پسندیده است مری از برادر الف است که □□□□ هر که گفتن شود استفاده هاگزاره از باید ،باشد نداشته مقدار همیشه «برادرتان کوچکترین».

صفر گرفتن است ممکن توابع .هاآرگومان از اعداد متفاوت گرفتن است ممکن نمادها تابع متفاوت و اندی برای هاثابت هستند بالا □ و □□□ : □□□□□□ شود می نامیده سپس هستند و هااستدلال یکی ،هادوره متفاوت در دریافت آنها نمرات ... و دانشجویان کردن شامل دامنه الف در .ترتیب به ،پاول ( □ □□□□□ ) □□□ :هااستدلال دو گرفتن ( □ ) □□□ نماد تابع دودویی باشید داشته است ممکن $x$,دانشجو توسط شده کسب نمره به دارد اشاره در مسیر $y$ .

## 2.2 زبان رسمی الف عنوان به منطق گزاره

هافرمول عنوان به جملات بالا کد ما چگونه از برداشت یک دادن به نظر مورد بود بخش قبلی ... از بحث تشکیل ... برای قوانین نحوی دادن ،آن درباره دقیق بیشتر باش اراده ما ،بخش این در .منطق گزاره از گزاره از که از پیچیده بیشتر زیاد است زبان ،منطق گزاره از قدرت ... از زیرا هافرمول منطق گزاره منطق ای.

گزاره یک در درگیر چیزها □□□□□ دو هستند آنجا که است باشید داشته توجه به چیز اول هستند ما که اشیاء ... دهنده نشان سازی مرتب اول فرمول منطق

عنوان به ،هستند نمونه (پاول و اندی به به اشاره) □ و □□□ عنوان به چنین افراد :درباره کردن صحبت اشاره اشیاء به به ما دادن اجازه همچنین نمادها عملکرد . □□ و □□□□ عنوان به چنین متغیرها هستند که منطق گزاره در عبارات .هستند شیء نیز ( $y$ □ □□□□ ) □ و ( □□□ ) □ ،بنابراین :دارد □□□□□□□□ شود می نامیده هستند اشیاء دادن نشان

مهربان این از عبارات ها؛ارزش حقیقت دهنده نشان منطق گزاره در چیزها از سازی مرتب دیگر $m$ و □□□□ هرچند ،فرمول الف است (( $x$ ) □□□ □□□□□ □□□ ) □ : □□□□□□□ هستند ( $x$ ) هستند عبارات.

نمادها گزاره از مجموعه الف :هامجموعه سه از از متشکل واژگان گزاره الف

نماد تابع کدام هر و نماد گزاره کدام هر . نمادها ثابت از مجموعه الف و نمادها تابع از مجموعه الف ، P توابعی عنوان به توان‌می را هاثابت ،واقع در .دارد انتظار که هایی‌آرگومان از شماره ... ،آریتی یک با آیدمی ثابت ، بنابراین - (کنیم‌می حذف هم را آرگومان های‌براکت حتی و) پذیرندنمی آرگومانی هیچ که گرفت نظر در کردن رها اراده ما ،حالا از . بپذیرید را هااستدلال که توابع «درست» ... با هم با مجموعه ... در زنده ها به ،آریتی-0 هستند هاثابت که کردن تصریح و ،بنابراین دادن انجام راحت است آن که آنجایی از ، مجموعه توابع ، □□□ اصطلاح. F C

## شرایط 2.2.1

شده تشکیل ،شوندمی اعمال آنها روی بر که توابعی و ثابت نمادهای ،متغیرها از ما زبان اصطلاحات مانند $m$ ( $m$ ( $x$ )) یا □□□ ( □□□ ( □□□ )) □ □ ): باشند تو در تو است ممکن توابع .اند درس در اندی مادر که ای‌نمره □ □□□ □□□□ □□□ .

**۲.۱ تعریف** کند می دنبال عنوان به شده تعریف هستند شرایط.

- اصطلاح الف است متغیر هر
- اصطلاح الف است □ سپس ،تابع تهی الف است □ ∈ F اگر
- □□ ۱ □ □□ ۲ □ ... □□ □ هستند □□ و اصطلاحات □ ∈ F اگر □ ( □ سپس ،0 < □ آریتی دارد □□ ۱ □ □□ ۲ □ ... □ □□ □□ ) اصطلاح یک است.
- اصطلاح الف است دیگری هیچی

بنویس است ممکن ما فرم نائور بکوس در

□□ ::= □□□□ | □ | □ ( □□ ... □ □ )

$f$ و F نمادهای تابع تهی از بیش □ ، متغیر متغیرها از مجموعه الف از بیش هامحدوده □□□□ کجا $n$ □□□□□ > ۰ عدد دارای که F عناصر از دسته آن روی.

که باشید داشته توجه به مهم است آن

- □□□□□□□ و (توابع تهی) □□□□□□ هستند اصطلاحات از هابلوک ساختمان اول ... ;
- عنوان به اصطلاحات .شوندمی ساخته قبلی ی‌شده‌ساخته نمادهای از استفاده با تابع نمادهای از ترپیچیده عبارات و نمادها؛ تابع چنین توسط نیاز مورد
- ... تغییر شما ،آن تغییر شما اگر . F شده تنظیم ... روی وابسته است اصطلاحات از مفهوم ... اصطلاحات از مجموعه

سپس دودویی و تکی ،هستند تهی ترتیب به که هستند تابع نمادهای $g$ و $f$ ، $n$ کنید فرض **۲.۲ مثال**
) □ و $g$ ( $n$ ) اما ،هستند عبارات ((( □ ) □ □ □ ) □□□ ) □ و ( □ □ ) ( □ )( □□□
□□ ،هستند پوچ ... □ ۱ $0$ کنید فرض .(کنندمی نقض را قوانین آنها) نه هستند ( □ □ ) □
است ( □□□□ □ (( □ $x$ ) $s$ ( □+ 2 ) ) سپس .هستند دودویی و ، ،+ و ،است یکانی
database manager (159 صفحه) ۲.۱۴ شکل در مصور است درخت کردن تجزیه که ،اصطلاح الف
اصطلاح ... ،بنابراین پیشوند؛ از بلکه اینفیکس شده نوشته هستند نمادها دودویی ، معمولاً دادگان مدیر :
(2 — ( $s$ ( $x$ )+) □ )) ∗ □□□□ . شده نوشته معمولاً

## هافرمول 2.2.2

را آن توصیف قصد که آنچه توسط ،ترتیب به ،نمادها تابع و گزاره برای P و هامجموعه از انتخاب
ما بین روابط نماینده ،کنیم کار داده پایگاه یک روی ما اگر ،مثال عنوان به .شودمی هدایت داریم
بگیرید نظر در به خواهم می است ممکن ما خویشاوند
P = {□□ □□ □□ □ □□ ارجاع ، □□ □□□ به دادن □□□□ □□□ ، □□□□ □□ ، □□□□
گزاره تکی هستند □ و □ ،طبیعتاً .... □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ و ... □□ □□□ □□
ممکن ما ،مشابه طور به .(دو گرفتن) دودویی هستند □ و □□ که حالی در (استدلال یکی گیرند می آنها) ها
P کردن تعریف است { = □□□□ - □□□ □□□ - □□ .
به دهید ادامه الان توانیممی ما ،دانش که شده داده .هستند از بیش اصطلاحات ... چه بدانید قبلاً ما
.منطق گزاره از هافرمول ... کردن تعریف

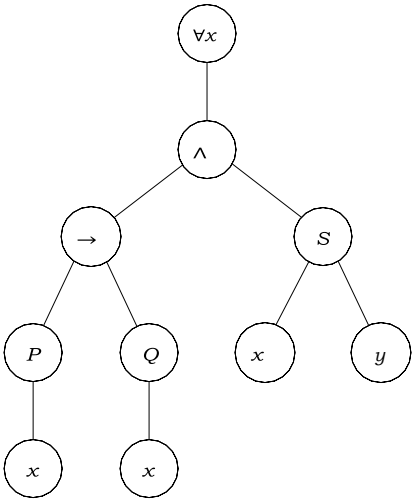
با ،استقرایی طور به ( پ □ ف ) از بیش هافرمول از مجموعه ... کردن تعریف ما **۲.۳ تعریف**
: ف از بیش اصطلاحات از مجموعه شده تعریف قبلاً از استفاده

- هستند □ □□ □...□ ۲ □□ □ ۱ □□ اگر و ،۱ ≥ □ آریتی از نماد گزاره الف است پی ∈ □ اگر
شد تمام شرایط
- فرمول الف است ( □ □□ □...□ ۲ □□ □ ۱ □□ ) □ سپس ، F
- است بنابراین سپس ،فرمول الف است $\varphi$ اگر ( $\varphi$ ). q
- هستند بنابراین سپس ،هافرمول هستند $\psi$ و $\varphi$ اگر ( $\varphi\psi$ ) و ( $\varphi\psi$ ∨ ) ، ( $\varphi\psi$ ∧ ) ( $\varphi\psi$ → ) .
- هافرمول هستند ( □□□□ $\varphi$ ) و ( □□□□ $\varphi$ ) سپس ،متغیر الف است $x$ و فرمول الف است $\varphi$ اگر E 6
- فرمول الف است دیگری هیچی

دیده باشد تواندمی همچنین این .هستند عبارات همیشه هامحمول به شده داده هایآرگومان که باشید داشته توجه
:منطق گزاره برای (اف ان بی) فرم نائور بکوس ... در شده

$$\varphi ::= \square(\square\square_1 \square\square\square_2 \square \ldots \square\square\square_{\square}) \mid (\text{چ}\ \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi\ \text{پنجم}\ \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi) \mid (\text{۶}\ \square\square\square\square\square\ \varphi) \mid (\text{ایکس}\ \varphi) \tag{2.2}$$

از بیش اصطلاحات هستند □□ □□ ،۱ ≥ □ آریتی از نماد گزاره الف است P ∈ □ کجا
□□□□ و
... از سمت راست دست ... روی $\varphi$ از وقوع کدام هر که بیاورید یاد به .متغیر الف است
( باشد؟ داشته تواندمی نقشی چه) .است شده ساخته قوانین این توسط قبلاً که است فرمولی هر مخفف =::
(بازی؟ 0 آریتی از نمادها گزاره




فرمول منطق گزاره الف از درخت کردن تجزیه الف **۲.۱. شکل**

در بر توافق مورد معمول آورالزام های‌اولویت کنیم‌می حفظ ما ،راحتی برای **۲.۴ کنوانسیون** از است عبارت‌ترتیب ،بنابراین . مانند $y$ اتصال و □ که کردن اضافه و ۱.۳ کنوانسیون:

- محکم بیشترین کردن مقید ای و □□□ ۶ ، چ
- ؛ ∧ و پنجم سپس
- راست انجمنی است که ، → سپس.

کندمی معرفی بنابراین دادن انجام که شده ارائه ،هاسنج‌کمیت اطراف ها براکت کردن حذف اغلب همچنین ما ابهامات خیر

کردن تجزیه ، مثال برای .درختان کردن تجزیه توسط شده نمایندگی باش تواندمی هافرمول منطق گزاره فرمول ... دهنده نشان ۲.۱ شکل در درخت

$\forall x\,(\square(x) \rightarrow \square\square\square\square\square(x)) \wedge Q(x))\,S(x, \square)).$

**۲.۵ مثال** جمله ... کردن ترجمه بگیرید نظر در
برادر من است پدر من از پسر هر.

گزاره الف عنوان به «پدر» نماینده ما آیا است انتخاب طراحی ... ،از قبل که همانطور .منطق گزاره به نماد تابع الف عنوان به یا.

1. الف است □□□ بنابراین ،«من» یا «من» برای □□□ ثابت الف کنید انتخاب ما گزاره الف که همانطور معانی با هاگزاره از مجموعه ... عنوان به { □ □ □ □ □ □ } بیشتر کنیم‌می انتخاب ما و ،اصطلاح

□ ( □□□□□□ □ ):

) □ □ از پسر الف است □□□□

□□□□□ □ ):

پدر ... است □□□□

□□□□ :( □ □□□□□ ) □ □ از

□ از برادر الف است.

است بالا جمله ... از کدگذاری نمادین ... سپس

۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □ ( □□□□□ □□□ ) ∧ □ ( □□

□□□□ ) → □ ( □□ □□□ )) (2.3)

از پسر الف است $y$ اگر و □□□ از پدر الف است □□□□ اگر ، □ همه و □□□□ همه برای :گفتن □□□□ ، سپس $y$ برادر $m$ □□□. ($y$ □□□□□ $m$ □□□ .)

2. به توجه با ،که تابع ... برای □ بنویس و بالا عنوان به □ و □ ، □□□ داشتن نگه ما .تابع الف که همانطور منحصر هستند پدران که دلیل این به فقط کندمی کار این که باشید داشته توجه پدر متناظر ... بازده ،استدلال یک صرف رابطه یک مقابل در تابع الف است واقعاً □ بنابراین ،شده تعریف همیشه و فرد به.
الان است بالا جمله ... از کدگذاری نمادین

۶ □□□□□ ( □ ( □□□□□ □ ( □□□ )) → □ (

□□□□□ □□□ )) (2.4)

آن زیرا پیچیده کمتر است « . □□□ $m$ برادر $x$ آنگاه ، □□□□ $m$ پدر پسر $x$ اگر ، $x$ هر برای» :یعنی سنج کمیت یکی فقط شودمی شامل.

نکن اغلب حوزه متخصصان . □□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ به نیاز رسمی مشخصات مدل یک برای مهم های‌محدودیت است ممکن کننده مشخص الف بنابراین ،صریح دانش این از برخی ساختن رسدمی نظر به است ممکن (2.4) و (2.3) در مشخصات ،مثال برای . ندهید دست از را سازی‌پیاده یا دامنه ... اگر مساوی؟ هستند □□□ و □□□□ از هاارزش که وقتی مورد ... درباره چه اما ،درست مرد الف که شدن متوجه نه است ممکن کننده مشخص الف سپس ، عمومی دانش نه است خویشاوندی از است درست کاملاً نه هستند (2.4) و (2.3) ،بنابراین . خودش برادر او باش تواندنمی!

## 2.2.3 متغیرها مقید و رایگان

طور به □□ ... برخی □ ... همه مفاهیم که دهدمی را امکان این ما به هاسنج‌کمیت و متغیرها معرفی درست است ( $x$ ) □□□□ $x$6 که کنیم تأیید تا کنیم بیان شهودی داردمی نگه □ که بررسی و هاارزش است ممکن آن از هر توسط □□□□ کردن جایگزین مقدار به باشند «درست» توانندمی هایی‌فرمول چنین که دارد وجود متفاوت و مهم معنای دو .آنها از یک هر برای تواندمی و □□□ الف باشند داشته ما درگیر نمادها بدهیم مشخصی معانی هاتابع و هاگزاره همه به اگر ،اول را نیاز مورد رفتار یک فرمول یک اگر ،مثال عنوان به .است درست خاص مدل این برای فرمول الف آیا □□ درست مدار مدل برای آن آیا بدانید به خواهم می بود خواهد ما سپس ،مدار افزارسخت الف از ،کند رمزگذاری □□□□ درست هستند هافرمول قطعی که شویم مطمئن داریم دوست اوقات گاهی ،دوم . است □□□ □□□ □□ . بگیرید نظر در □ ( □ ) □ ( □)( □ ) □□□□ ( □

چی نیست مهم‌خبر درست باش باید فرمول این ،وضوح به ؛ □ ثابت هاانجمن ( □ ) □□□□ ((

۱.۳. بخش اصلی تمرکز است که حقیقت از مهربان دوم این است آن .در دنبال به هستند ما مدل

الف برای یعنی آن چیزی چه رسماً کردن تعریف به خواهم می ما اگر پیچیده بیشتر هستند چیزها ،متأسفانه توانستمی ما که تعریف یک کردن جستجو ما ،آل‌ایده حالت در .مدل شده داده الف در درست باش به فرمول باید ،شروع برای .کندمی صدق معین مدل یک در فرمول یک که تأیید برنامه کامپیوتر الف بنویس به استفاده فرمول ... بگیرید نظر در .ها راه متفاوت در دادن رخ متغیرها که بفهمیم

$$\text{۶ □□□□□ } ((\text{ □ ( □□□□ ) } \rightarrow \text{ □□□□ } (x)) \wedge \text{ □ ( □□□□□ □ )}).$$

اضافی دو با اما ،هافرمول ای‌گزاره برای عنوان به راه همان ... در درخت کردن تجزیه آن کشی قرعه ما هاگره از انواع:

- درخت زیر یکی فقط ،نفی مانند ،باشند داشته و هاگره فرم □ و □□□□ هاسنج‌کمیت
- نماد باشند داشته ،( □□ □□ □...□ ۲ □□□ ۱ □□ ) □ فرم ... از کلی طور به هستند که ،عبارات گزاره عبارات از درختان کردن تجزیه ... یعنی ،هازیردرخت بسیاری □ دارد □ الان اما ،گره الف عنوان به □ *t1* ، *t2* ، ... □ □□ □□ .

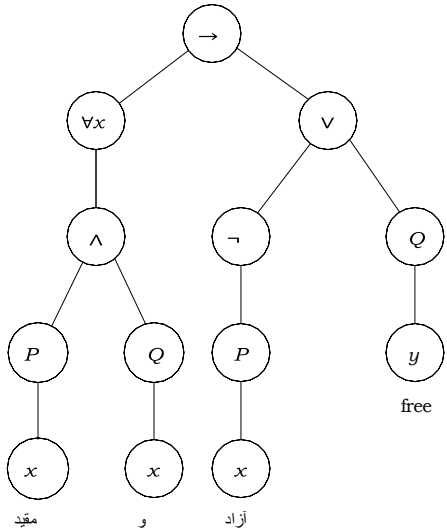
که ببینید توانیدمی .۲.۱ شکل در درخت کردن تجزیه ... در رسیدن ما بالا مورد خاص ما در بنابراین مانند هاگره در و هاسنج‌کمیت به بعدی شوندمی ظاهر آنها ،اول .دهندمی رخ مختلف مکان دو در متغیرها ... که به محدوده آنها گرفتن‌بر در ،درخت زیر یکی باشیم‌داشته همیشه هاگره چنین ; □ و □□□□ شودمی اعمال سنج‌کمیت مربوطه.

اگر . □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□ است متغیرها از وقوع از سازی مرتب دیگر آنجا .بتن شود ساخته به باشند داشته هنوز که هاارزش برای ایستاده آنها سپس ،هاگره برگ هستند متغیرها وقوع موارد چنین اصلی مدیر دو هستند:

1. در آغاز درخت بالا روی پیاده ما اگر . □□□□ هاگره برگ سه باشند داشته ما ،۲.۱ شکل در مثال ما در از وقایع آن که یعنی این . □□□□ سنج‌کمیت ... به دویدن ما ،هابرگ □□□□ اینها از یکی هر □□□□□ □□ معادل یا نمایانگر آنها بنابراین □□□□ به □□□□ واقع در هستند □□□□ □□□□ □□ *x* □□□□□ .
2. اینکه امکان □□□□ است به شودمی اجرا □ گره برگ ... که سنج‌کمیت فقط ... ،بالا سمت به روی‌پیاده در است □ بنابراین دارندگان مکان متفاوت هستند □ و □□□□ □ با دادن انجام به چیز هیچ دارد □□□□ ، تکمیلی اطلاعات برخی توسط شده مشخص باش به دارد ارزش آن که یعنی این فرمول این در □□□□□□ حافظه در مکان الف از محتویات ... ،مثال برای.

**۲.۶ تعریف** فرض کنید یک فرمول در $\varphi$ □□ $\varphi$ در $x$ وقوع .باشد محمولات منطق از است آزاد $\varphi$ اگر از بالا سمت به مسیر خیر باشد داشته وجود که طوری به □□□□ $\varphi$ تجزیه درخت در برگ گره یک می مقید را $x$ از اتفاق آن ،صورت این غیر در مثال یا □□□□□ ۶ گره الف به □□□□ گره که 6 یا E $x\psi$ ، هازیرفرمول ها $\varphi$ از هر منهای – $\varphi$ که گوییم‌می ما ، E $x\varphi$ یا 6 $x\varphi$ برای .نامند مثال ترتیب به ، □□□□□ ۶ از محدوده ... است – $x\psi$

از محدوده ... در است آن ،اگر فقط و ،اگر مقید است آن سپس ، $\varphi$ در دهدمی رخ $x$ اگر ،بنابراین از اصطلاحات در .رایگان است آن صورت این غیر در ؛ □□□□ برخی یا □□□□ E بابعضی که هازیردرخت هر منفی ،درخت زیر آن فقط است سنج‌کمیت الف ی‌دامنه ... ،درختان کردن تجزیه الف کردن معرفی دوباره




**شکل ۲.۲.** و آزاد وقوع تصویرسازی فرمول منطق گزاره الف از درخت کردن تجزیه متغیرها مقید.

$x$ برای سنج‌کمیت □□□□ □□□□ ( □ (□□□ ) □□□□ □□□□ $Q(x$ یدامنه مثلاً ؛ و است مقید متغیر یک که است رایج و ممکن است درست کاملاً .( $x$ ). □□□ $P$ □□ □□□□□ )) فرمول یک در رایگان.

فرمول ... بگیرید نظر در

( ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$ ))) → ( چ □ ( □□□□ ) □ ( □ پنجم ( □□□□ ))

از درخت زیر ... در □□□□ های‌برگ دو .۲.۲ شکل در درخت کردن تجزیه آن و

در □□□□ برگ ... اما ، □□□□ از محدوده ... در هستند آنها که آنجایی از هستند مقید □□□□ سنج‌کمیت هر از محدوده ... در □□ است آن که آنجایی از رایگان است از درخت زیر درست ... از محدوده ... تحت است یا برگ مجرد الف که ،حال این با ،باشید داشته توجه . □□□□ یا □□□□ دو هر هرگز ،مقید یا رایگان یا هستند متغیرها از وقایع □□□□ رو این از .نیست آن یا ،سنج‌کمیت الف در

زمان همان ...

## 2.2.4 جایگزینی

را آنها □□□□ □□□□□□ از یعنی برخی باشند داشته باید ما بنابراین دارندگان مکان هستند متغیرها □□□□ گره برگ الف کردن جایگزین نیاز اغلب ما ،سمت نحوی ... روشن .اطلاعات بتن بیشتر با که هایی‌فرمول تعریف از بیاورید یاد به . □□ اصطلاح کل یک از درخت کردن تجزیه ... توسط بیشتر الف یا ،بیان گزاره الف باش نه تواندمی باشد؛ عبارت یک تواندمی فقط $x$ از جایگزینی هرگونه ... در بالا بالاتر گام یکی نماد گزاره الف به اصطلاح الف عنوان به □□□□ برای ،فرمول پیچیده □□ کردن جایگزین در .((2.2) در زبان دستور ... و ۲.۱ (کنید مراجعه تعریف به) درخت کردن تجزیه

به باشند داشته ما □□□□ برای

برخی از محدوده ... در هستند آنها که آنجایی از □□□□ هابرگ □□□□ ... نخورده دست ترک ایکس

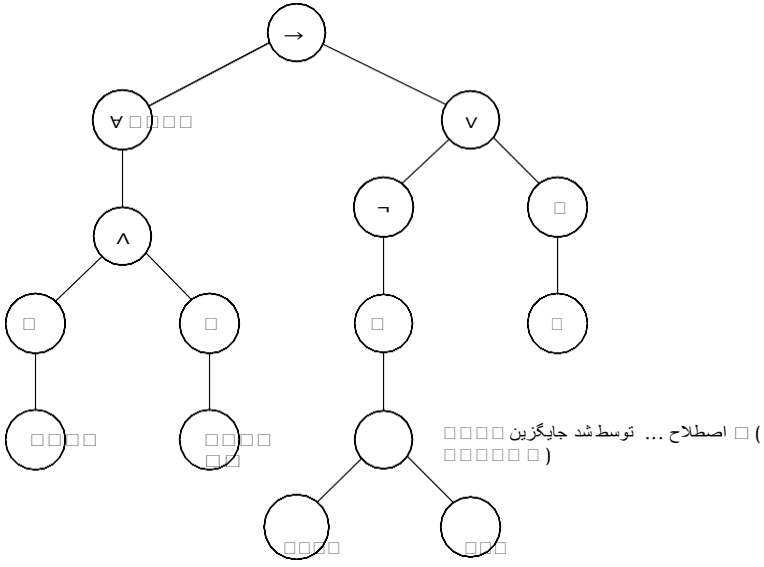
ترتیب به هاارزش □□□ یا □□□□□□ □□□□ برای ایستاده آنها یعنی ، □□□□□ ۶ یا.

**۲.۷ تعریف** $\varphi$ [ کردن تعریف ما $\varphi$ فرمول الف و □□ اصطلاح الف ، □□□□ متغیر الف شده داده $t$ . با $\varphi$ در $x$ متغیر از وقوع رایگان کدام هر کردن جایگزین توسط آمده دست به فرمول ... باش به $t/x$ ]

دو با نماد تابع یک باش □ بگذارید هامثال برخی در دنبال به توسط شد فهمیده راحتی به هستند هاتعویض یک ( $y$ □□□□□ ) □ سپس .۲.۱ شکل در درخت کردن تجزیه ... با فرمول ... $\varphi$ و هااستدلال زیرا است درست این . □□□ $\varphi$ فقط دوباره [ $x/$ ( $y$ □□□□□ ) .□□□ $\varphi$ [ $f$] و عبارت شوندنمی جایگزین آنها از □□ □□□ بنابراین ، □□□□□ □□□□ $\varphi$ در $x$ موارد □□□.

باشند داشته ما اینجا .۲.۲ شکل در درخت کردن تجزیه ... با فرمول ... باش به $\varphi$ بگیرید نظر در حالا ) □ از درخت کردن تجزیه ... جایگزین ما بنابراین ، $\varphi$ در □□□□ از وقوع رایگان یکی بدست 2.3 شکل در را تجزیه درخت و آورید بدست □□ $x$ آزاد برگ گره آن برای ( □ □□□□□ ... که ببین تواندمی شما .عملیات این توسط تأثیربی هستند هابرگ □□□□ مقید ... که توجه .آورید □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□ آن که کندمی ایجاب اما ،سرراست است جایگزینی از فرآیند شود اعمال ،شود جایگزین است قرار که متغیری □□□□ .

□□ :است زیر فرمول واقع در ما منظور ،[ $t/x$ ] $\varphi$ نوشتن در :نمادگذاری مورد در ای‌نکته از ای زنجیره ، کردن صحبت اکیداً . □□ روی [ $t/x$ ] عملیات ... اجرا توسط □□□ □□□□ شده ارائه ،فرمول یک باش اراده □□□□□ آن اما ،فرمول منطقی الف □□ است [ $t/x$ ] $\varphi$ نمادها مکان اول ... در یکی بود $\varphi$ که.




**۲.۳. شکل** جایگزینی از نتیجه در فرمول الف از درخت کردن تجزیه الف

$\varphi$ [ $t/x$ ] جایگذاری یک انجام در .اثرات سمت نامطلوب به افزایش دادن تواندمی هاجایگزینی ،متأسفانه هستند $\varphi$ در □□□□ از وقایع free آن در که ، □□□□ $y$ متغیر یک شامل است ممکن $t$ عبارت ،[ که ، □ ارزش ... ،[ $t/x$ ] $\varphi$ جایگزینی این دادن انجام توسط . □□ در □ یا □ از محدوده ... تحت این . □ یا □ از محدوده ... در گرفتار شودمی ،زمینه بتن یک توسط ثابت شده باشند داشته است ممکن ' برای بایستید حالا اراده آن برای □ ، □ از ارزش بتن ... از مشخصات زمینه ... ضبط لغو صحافی اجتناب باش به هستند متغیر ضبط نامطلوب چنین .ترتیب به '، همه یا ' □□□□□□ □□□□□□ هاهزینه همه در .کرد

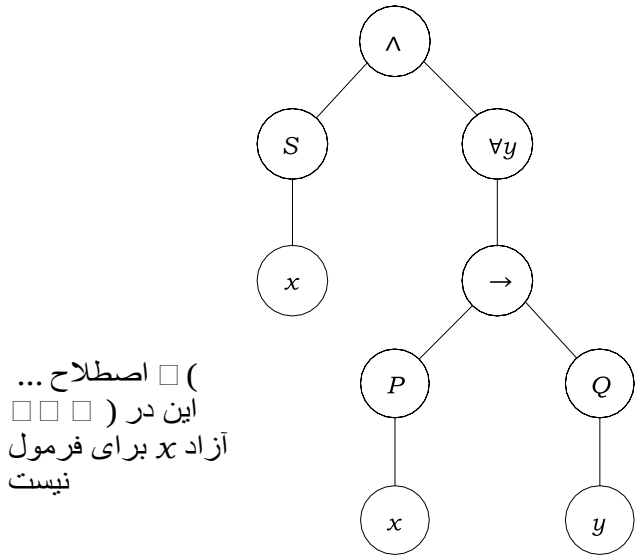
**۲.۸ تعریف** $t$ که بگو ما ، $\varphi$ فرمول الف و □□□□ متغیر الف ، □□ اصطلاح الف شده داده $y$ یا □ ندهد رخ ی‌محدوده در $\varphi$ □□ □□□□□ $x$ برگ هیچ اگر است آزاد $\varphi$ در $x$ □□□□ $t$ □□ □□□□□ در که $y$ متغیر هر برای .

تجزیه ... شده داده .درختان .بگیریم نظر در تجزیه نظر از را آن بیایید .باشد سخت تعریف این هضم شاید □[ $t/x$ ] $\varphi$ فرمول آوردن بدست برای تواندمی ما ، □□ از درخت کردن تجزیه ... و $\varphi$ از درخت کردن □□□□ رایگان همه کجا درخت .است تجزیه دارای دومی . دهید انجام $\varphi$ روی را [ $t/x$ ] جایگذاری است تی چه . □□ از درخت تجزیه توسط شد جایگزین هستند $\varphi$ از درخت کردن تجزیه ... از هابرگ نخواهد □□ از درخت کردن تجزیه از هابرگ متغیر ... که است یعنی ' $\varphi$ در □□□□ برای رایگان تبدیل ضریب ) .[ $t/x$ ] $\varphi$ از درخت کردن تجزیه بزرگتر ... به شده داده قرار اگر مقید شدن تبدیل کرد □□ سپس ،۲.۳ شکل در $\varphi$ و □□ ، □□□□ بگیرید نظر در ما اگر ،مثال برای (دو توان به توان □□ از □ و □□□□ متغیرها برگ □□□□ ... که آنجایی از $\varphi$ در □□□□ برای رایگان است $x$ یا $y$ شامل سنج‌کمیت هرگونه دامنه ... تحت نه هستند .

□ باش □□ دهید اجازه و ۲.۴ شکل در درخت کردن تجزیه با $\varphi$ ... بگیرید نظر در **۲.۹ مثال** زیرا شود جایگزین تواندمی $x$ رخداد ترین‌چپ سمت .هستند آزاد $\varphi$ در $x$ از وقایع دو همه .( □ □ □ ) می معرفی برگ □□□□ راست سمت ... .شودمی جایگزین اما ،نیست سنجی‌کمیت هیچ محدوده در $x$ □□□□ $f$ ( □□ $y$ ) ،بنابراین . شودمی محدود $y$ □□ □□ □□ □□ در □ متغیر جدید الف کند . نیست آزاد $\varphi$ در .

$\varphi$ در $x$ برای $t$ » تعریف با ... بازرسی ؟ $\varphi$ در □□□□ از وقایع رایگان خیر هستند آنجا اگر چه آنجایی از . است آزاد $\varphi$ در $x$ □□□□ $t$ عبارت □□ ،حالت آن در که بینیم‌می ،« □□□ □□□□ . □□ از درخت کردن تجزیه ... در سنج‌کمیت برخی زیر است $\varphi$ از □□□□ متغیر رایگان خیر که آن در ،البته .دهد رخ تواندنمی [ $t/x$ ] $\varphi$ اجرا در گرفتن متغیر از وضعیت سازمشکل ... بنابراین . است $\varphi$ فقط دوباره [ $t/x$ ] $\varphi$ صورت

تماس از شرطپیش الف با ' $\varphi$ در □□□□ برای رایگان است تی مقایسه به مفید باش است ممکن آن پس ،امتحاناتتان یا هاتمرین در [ $t/x$ ] $\varphi$ محاسبه به پرسید هستند شما اگر جایگزینی برای رویه الف گرفتن استفاده قضیه کننده‌اثبات یک در که جایگزینی معقول سازی‌پیاده هرگونه اما دهید؛ انجام باید که است کاری این برخی نام تغییر ،نه اگر ،و $\varphi$ در □□□□ برای رایگان است □□ آیا که کند بررسی باید ،شودمی متغیرها از گرفتن نامطلوب ... از اجتناب به ها تازه با متغیرها.




**شکل ۲.۴.** عواقب وخیم دارد جایگزینی الف که برای درخت کردن تجزیه الف.

## منطق گزاره از نظریه اثبات 2.3

### قوانین کسر طبیعی 2.3.1

که کسانی به مشابه هستند منطق گزاره برای انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی ... در هااثبات سنجکمیت ... با معامله برای اثبات قوانین جدید باشند داشته ما که جز به ۱، فصل در منطق ای‌گزاره برای قوانین اثبات شده تأسیس قبلاً ... □□□ □□□□□ هستند ما ، دقیق طور به .نماد برابری ... با و ها برای معتبر هنوز است ۱ فصل قاعده اثبات هر که یعنی سادگی به که غیره و ، هارابط گزاره برای ای‌گزاره از هافرمول منطقی برای قوانین آن شده تعریف اصل در ها) منطق گزاره از هافرمول منطقی قوانینی اضافی ... ،منطق ای‌گزاره برای انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی در که همانطور .(منطق حذف قوانین و مقدمه :هاطعم دو در بیا اراده برابری و هاسنجکمیت ... برای.

می برابری اینجا .کنیممی بیان را برابری اثبات قواعد ،ابتدا **کندمی اثبات را برابری ،اثبات** ،معانی این از یک هر در .دهدمی نتیجه محاسبه نظر از برابری اما ،برابری ،عمدی یا ،نحوی معنی نه کند :برابری قاعده مقدمه ... توسط شده بیان است این خودش به مساوی باش به دارد □□ اصطلاحی هر

$$\frac{}{\square\square = \square\square}\ =\mathrm{i} \tag{2.5}$$

آن که اطلاعیه .(محل هر روی دارد بستگی نه کندمی آن عنوان به) موضوع اصل یک است که

صحبت به ما اجازه ندارد زبان ما ،اصطلاح الف است □□ اگر فقط شد فراخوانده باش است ممکن هافرمول بین برابری مورد در کردن

است نیاز ما چی؟ .خودت مال آن روی مفید خیلی نه است آن اما ،صدا آشکارا کاملاً است قاعده این که کنید فرض ،مثال برای . است برابر مکرراً برای است برابر جایگزین به ما دهدمی اجازه که اصل الف ) □ z که باشد اینطور باید قطعاً پس ؛۲ □ + □□□□□ □ است برابر (۲ + □□ ) □ الان است ممکن ما برعکس معاون و ۲ □ □□□□□ □ □□□□ z بر دلالت (۲ + □□ قاعده ... عنوان به اصل جایگزینی این اکسپرس =ه:

$$\frac{\square\square_{1} = t_2 \varphi[t_2/x]}{\varphi[t2/x]} =ه.$$

زمان هر ، $\varphi$ در □□□□ برای رایگان باش به باشند داشته ۲ □□ و ۱ □□ که باشید داشته توجه از □□□ □□□□□ □□□ یک از مثال یک این کنید؛ اعمال را e= قانون به خواهم می ما که اثبات قاعده یک.

به ما ،$\varphi[t/x]$ فرم ... در جایگزینی الف بنویس ما زمانی چه ،بخش این کل در **۲.۱۰ کنوانسیون** ... در دیدیم ما عنوان به ،برای ; $\varphi$ در □□□□ برای رایگان است □□ که کنید فرض ضمنی طور صورت این غیر در حس ساختن ندارد جایگزینی الف ،بخش آخرین.

اثبات آوردن بدست ما

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | (□□□□ + ۱) = (۱+ □□□□) | فرض |
| ۲ | (□□□□ +1 > ۱) → (□□□□ +1 > 0) | فرض |
| ۳ | (1 + □□□□ > ۱) → (1 + □□□□ > 0) | □ ۱ ۲ =ه |

متوالی ... از اعتبار ... تأسیس

► □□□□ +1 = ۱ + □□□□□ (□□□□ +1 > 1) → (□□□□ +1 > 0)
(1 + □□□□ ) > 1 → (1 + □□□□ ) > ۰ . (□ .)

$\varphi$ و (□□□□ + 1) است ۲ □□ ،(۱ + □□□□ ) است ۱ □□ اثبات خاص این در (□□□□ > ۱) است

هاداده با قانون این که است کاری دهنده نشان زیرا کردیم استفاده e= نام از ما .(□□□□ > 0) $\varphi[t1]$ در $t1$ تمام جایگزینی با ۲ □□ = . □□□□□ □□□ □□ $t1$ در برابری :دهدمی انجام $t_2$ با است برابر ۱ □□ که فرض ... که آنجایی از ،اصل جایگزینی صدا الف است این . ۲ □□ با $/x]$ دارند مطابقت هم با $\varphi[t1/x]$ و $\varphi[t2/x]$ منطقی معانی که کندمی تضمین.

قدرتمند کاملاً است ،e= قاعده ... از ظاهر ... در ،جایگزینی از اصل.

هادنباله ... دادن نشان به ما دهدمی اجازه آن ،من = قاعده ... با هم با

□□ ١ = □□ ٢ ► □□ ٢ = □□ ١ (٢.٦)

□□ ١ = □□ ٢ □ □□ ٢ = □□ ٣ ► □□ ١ = □□ ٣. (٢.٧)

است (2.6) برای اثبات الف:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | □□ ۱ = □□□ t2 | |
| 2 | □□ ۱ = □□ ۱ | آی = |
| 3 | □□ ۲ = □□ ۱ | ۲ □ ۱ ای = |

است (2.7) برای اثبات الف . ۱ □□ = □□□□ است $\varphi$ کجا:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | □□ ۲ = فرضیه $t3$ | |
| 2 | □□ ۱ = □□□ t2 | |
| 3 | □□ ۱ = □□ ۳ | ۲ □ ۱ ای = |

بدست ما ۳ خط در و $\varphi$ [ $t_2/x$ ] باشند داشته ما ۲ خط در بنابراین ، □□□□ = ۱ □□ است $\varphi$ کجا ما چگونه اطلاعیه .۲ و ۱ خطوط به شده اعمال ه= قاعده ... توسط شده داده عنوان به ،$\varphi$ [ $t3/x$ ] آوردن هاسازی‌نمونه متفاوت چندین با ه= طرح شده اعمال

□□□□□□□ باش با برابری نیرو آنها که شده داده نشان دارد ه= و من= قوانین ... از بحث ما هر برای ضروری و حداقلی الزامات هستند اینها .(2.7) □□□□□ و (2.6) □□□□□□ ،(2.5) اثبات قوانین سراغ به تا کنیم‌می رها را برابری موضوع فعلاً .(گسترشی) برابری از معقولی مفهوم برویم سورها برای.

**سازی کمی شمولی‌جهان برای اثبات قوانین** است زیر ۶ حذف قانون:

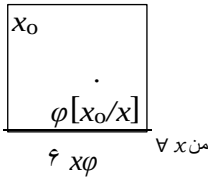
$$\frac{\forall x\varphi \quad ۶}{\varphi[t/x]}$$ □□□□ه.

$\varphi$ در □□□□ ... کردن جایگزین توانست‌می شما سپس ،درست باشد $x\varphi$ اگر گویدمی آن برای رایگان باش □□ که وضعیت سمت ... ،معمول عنوان به ،شده داده) □□ اصطلاح هر توسط قاعده این از صحت شهودی .خب عنوان به درست است $\varphi$ [ $t/x$ ] که کنید گیری نتیجه و ( $\varphi$ در □□□□ بدست با $\varphi$ در $x$ آزاد رخدادهای تمام جایگزینی با $\varphi$ [ $t/x$ ] که باشید داشته یاد به .است بدیهی است از □□□□ بتن بیشتر الف عنوان به □□ اصطلاح ... از کردن فکر است ممکن شما . □□ .آیدمی باش همچنین باید که ، □□□□ همه برای درست باش به شده فرض است $\varphi$ که آنجایی از . □□□□ . □□ اصطلاح هر برای مورد ...

نظر در را حالتی ، باشد آزاد $\varphi$ در $x$ □□□□ $t$ که شرط این ضرورت دیدن برای **۲.۱۱ مثال** . □ است □□□□ شود آن جایگزین باید که اصطلاحی ( $y$ > □□□□ ) □ است $\varphi$ که بگیرید می سپس $x\varphi$ بیانیه رابطه از کوچکتر معمولاً ... با اعداد درباره استدلال هستند ما کنید فرض بیایید اعداد از درست واقع در است که ، □□□ شماره بزرگتر برخی است آنجا □ اعداد همه برای که گوید □□□□ ( □ < □ ) □ :است زیر فرمول $\varphi$ [ $y/x$ ] ،حال این با .حقیقی اعداد یا صحیح یک دادن اجازه نه باید ما و اشتباه؛ است این خودش از بزرگتر است که دارد وجود عدد □□ □□□□□ معتبر معنایی نظر از از چیزها اشتباه معنایی نظر از شودمی مشتق که قاعده مدرک

$x$ □□□□ $y$ جایگزینی؛ از فرآیند ... در مقید شد □ که بود اشتباه رفت چه ،است واضح .که آنهایی سمت ... کردن اجرا به باشند داشته ما ،$\varphi$ [ $t/x$ ] به $x\varphi$ از رفتن با ،بنابراین . $\varphi$ در نیست رایگان □□ $\varphi$ □□ $y$ برای جدید متغیر الف استفاده : $\varphi$ در □□□□ برای رایگان باش □□ که وضعیت که ،کنید اعمال فرمول آن به را [ $y/x$ ] سپس و ( □□□□ < $z$ ) دهد تغییر Ez به □□□□□ شودمی ( y < $z$ ) $Ez$ آن نتیجه.

باشند داشته ما آن به .کندمی استفاده مشابه اثبات جعبه یک از .است ترپیچیده کمی □□□ قاعده ... کردن تصریح به است جعبه ... زمان این اما ،منطق ایگزاره برای کسر طبیعی در شده دیده قبلاً من □□□□□ ۶ قاعده فرض یک از محدوده ... از بلکه . □□□□ 'متغیر آدمک ... از محدوده شده نوشته است




مقداری کردن ثابت به قادر هستند شما ، . □□□□ متغیر «تازه» الف با شروع ،اگر :گویدمی آن ( □□□□ □□□ . □□□□ □□□□ ) سپس ،آن در . □□□□ با [ $x_0/x$ ] $\varphi$ فرمول □□ ندارد که متغیر جدید الف است . □□□□ که است نقطه مهم . □□ $x$ مشتق تواندمی شما □□□□□□ اصطلاح یک را آن ما دهد رخ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ چیزی هر ،. □□□□ این درباره چیز هیچ کردیم فرض که آنجایی از . □□□□□□□ □□□ □□ . □□ □□□□ گیری‌نتیجه رو این از مکان؛ آن در کار بود خواهد رفتن باش به رسدمی نظر به آن که آنجایی از ،حکومت این کردن درک به که حالی در الف گیردمی آن از خارج $x_0$ که ،وضعیت سمت . □□ □□□□□ ۶ مورد عمومی ... به $\varphi$ از مورد خاص از برویم در قسر موضوع این از دهدمی اجازه ما به که است چیزی ،افتدنمی اتفاق چارچوب.

که کنید ثابت کسی به به خواهم می شما اگر .مقایسه کردن دنبال ... از کردن فکر ،این کردن درک به من دادن ،باشه» بگو است ممکن شما .کنید نصف ،آن کردن له با دستتان در را تنیس توپ یک توانیدمی مثلاً می چگونه اما آن دادن انجام شما و یکی تو دادن ما بنابراین (.را آن) .را آن شده تقسیم من و توپ تنیس الف تواند؟ نمی ما ،دوره از راه؟ این در تنیس توپ □□ شده تقسیم توانستمی شما که مطمئن باش ما تواند تقسیم توانستمی شما که مطمئن بود خواهیم ما توانستمی چگونه بنابراین ، □□□□ □□□ شما دادن که یعنی ،یکی «تصادفی» یا ،دلخواه یک بود کرد تقسیم شما یکی ... که کنید فرض ما ،خب یکی؟ هر شده که و قبل؛ از «آماده» باشند داشته است ممکن شما که توپ الف مانند – طریقی هر به در ویژه نبود آن اگر که گویدمی قاعده ما توپ تنیسی □□ شده تقسیم توانستمی شما که ما کردن متقاعد به است؟ کافی را آن توانیدمی شما سپس ،راه هر در ویژه نیست که . □□□□ یک درباره $\varphi$ کردن ثابت تواندمی شما کنید ثابت ای $x$ هر برای.

الف چنین در $\varphi$ در اند رسیده ما اگر فقط مشروع است $x\varphi$ به $\varphi$ از گام ... ،راه دیگری آن دادن قرار به رایگان الف دارد که فرض هر . آزاد متغیر الف عنوان به □□□□ حاوی فرضیات آن از کدام هیچ که راه هامحدودیت دهدمی قرار □□□□ از وقوع

قلمرو ... به □□□□ کندمی محدود ( $x$ ) پرنده فرض ... ،مثال برای . □□□□ یک چنین روی به مجبور اراده فرمول این از استفاده با □□□□ درباره کردن ثابت تواندمی ما چیزی هر و پرندگان باشد داشته ذهن در است ممکن ما دیگری چیزی هر درباره نه و پرندگان به شده محدود بیانیه الف باش.

... از مدرک یک است اینجا .کردن کار در قوانین اثبات اینها از مثال یک در کرد نگاه ما زمان است آن

۶ □□□□□ ( □ ( $x$ ) → $Q$ ( $x$ )) □ 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) ► ۶ متوالی □□□□□ □ ( □□□□ ):

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) | فرض |
| ۲ | 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) | فرض |
| ۳ | □ □ □ □ . □ ( $x_0$ ) → □□□□ ( $x_0$ ) | ۶ □□□□ ای ۱ □ |
| ۴ | □ ( $x_0$ ) | ۶ □□□□ ای ۲ □ |
| ۵ | □□□□ ( $x_0$ ) | □ ۳ ه → ۴ |
| ۶ | ۶ □□□□□ □□□□ ( $x$ ) | ۶ □□□□□ ۵ — ۳ من |

،هدف این به رسیدن برای .فرمول الف ... نتیجه که شودمی هدایت واقعیت این با اثبات این ساختار کنترل را $x_0$ دامنه که کنیممی تنظیم را ایجعبه ما بنابراین i، □□□□ .داریم نیاز ... از کاربردی به کردن اثبات توسط ( $x$ ) □□□□ □□□□□ ۶ کردن ثابت ما :است مکانیکی اکنون بقیه . کندمی تواندمی ما که همانطور زودی به عنوان به کردن ثابت تواندمی ما دومی ... اما ؛( $x0$ ) □□□□ آمده دست به) محل از موارد هستند خودشان که ،( $x_0$ ) □ → $Q$ ( $x0$ ) و □ ( $x_0$ ) کردن ثابت ... از چپ ... به متغیر آدمک ... از نوشتیم را نام ما که باشید داشته توجه .( $x0$ عبارت با e توسط اسکوپ جعبه آن در خط اثبات اول .

متوالی از اعتبار ... دادن نشان ما :ه □□□□□ ۶ فقط کندمی استفاده که مثال ترساده الف است اینجا □□ اصطلاح هر برای ( $t$ ) □ ► ч □ ( $x$ ) → ч $Q$ ( $x$ )) □□□□□ ( □ ۶ □ ( □□ ) :

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ ( □ ) | فرض |
| ۲ | ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → ч $Q$ ( $x$ )) | فرض |
| ۳ | □ ( □ ) → ч □ ( $t$ ) | ۶ □□□□ |

ای ۲ □

□ ۳ ه → ۱

۴ ч □ ( $t$ )

) $P$ فرض ... در عنوان به □□ مثال همان ... با ای □□□□ شد فراخوانده ما که باشید داشته توجه
،( □ ) □ (ч→) □ آمده دست به و ،بگو ، □ با ای □□□□ شد فراخوانده داشت ما اگر .( □
$y$ که موردی ... در مفید شده باشند داشته نه بود خواهد آن اما ،معتبر شده باشند داشته بود خواهد آن پس
هر برای یکی ، است قوانین از □□□□ □□□□ □□ $e$ □□□□ ،بنابراین . بود متفاوت $t$ □□
سازگار از اساس ... روی انتخاب ما ساختن باید ما و ،( $\varphi$ در □□□□ برای رایگان) □□ اصطلاح ...
□□□□□ ۶ و من □□□□□ ۶ قوانین باشند داشته ما که باشید داشته توجه ،این بر علاوه .تطبیق الگو
۶ ،من □□□ ۶ قوانین هستند آنجا ،خاص در . □□□□ □□□□□ □□□□ □□ برای
ما .روی بنابراین و ای □□□

سنج‌کمیت واقعی برای نگرانی بدون قوانین چنین درباره کردن صحبت ما زمانی 6 ه ای و 6 ن بنویس اراده متغیر.

و من قوانین ... در شودمی ظاهر جایگزینی نماینده ها براکت مربع ... اگرچه ،که همچنین اطلاعیه واقع در ما که است این امر این دلیل .قوانین آن استفاده ما زمانی 6 ه شدن 6 ظاهر نه دادن انجام آنها ،ای با اما ، $\varphi$ ' :یعنی $\varphi$ [ $t/x$ ] بیان ... ،قوانین ... در . دهیم‌می انجام است شده درخواست که را جایگزینی ) باشد $P$ □□□□□□ □□ $\varphi$ □□□□□□ □□□ □□□ اگر ،بنابراین . $t$ □□□□□□□ □□□ □□□ با $x$ وقوع رایگان می انجام را جایگزینی ما ،دارد اشاره $\varphi$ [ $a/y$ ] به قانون این و ( □□ z ) □ ( □□ z ) □ ( □□□□□ □ ) اثبات در .( □□□□□ □□□ ) □ ( □□□□ z ) و دهیم $P$ □□ □□□□□□□□□□

که آنهایی با کنید مقایسه برای را قوانین به است قوانین سنج‌کمیت جهانی ... درک از راه مفید الف ،ربط حروف دو فقط دارد 6 ه حالی در ; برای آن ا∧ هستند گویی‌کلی نوعی 6 ه به مربوط قوانین برای .(متغیر آن ا6 مثال جایگزینی کدام هر برای یک∧) هافرمول از ز∧ یادی تعداد پیوندها بیاید خوشش اعمال . دارم را $\varphi$ [ $x0/x$ ] فرض ،کدام هر برای □□□□ ،دارم فرض دو من که حالی در ،بنابراین $\varphi$ از کردن استنباط شما دهدمی اجازه حذف-و کجا ،مشابه طور به . . □□□ ∧ از «ارزش» است ممکن $\varphi$ [ کردن استنباط به دهدمی اجازه شما به جانبه همه حذف برای ،مانند شما $\psi$ و $\varphi$ از که کدام هر $\wedge\ \psi$ چیز همان ... بگو به .مانند (شرط سمت ... و) شما □□ که کدام هر برای ، $\varphi$ □□□□□ ۶ از $t/x$ ] باید شما ، $\varphi$ □□□□□ 6 اثبات به :گفتن عنوان به من □□□□□ ۶ از کردن فکر :راه دیگری اثبات برای گویدمی i ∧ □□ حالی □□ ؛ □□□□ ثابت □□ $\varphi[x0/x]$ ، x0 ممکن مقدار هر برای $\varphi 1 \wedge \varphi$ ۲ باید شما $\varphi$ i □□ □□□□ □□□□ هر برای $i = ۱$ □ ۲.

تا همچنین و بین مقایسه وجودی **سور برای اثبات قواعد**

برای قوانین ... زدن حدس به کنید سعی حتی توانست‌می شما و . E یابدمی گسترش و ∧ 6 . به مربوط که آنهایی عنوان به هاایده همان ... کردن اعمال و برای قوانین از شروع با E به حذف؛-و برای آن از دوگانه از سازی مرتب الف بودند مقدمه-یا برای قوانین ...6 که ار∧ ما ،مثال برای ما ،نقطه این کردن تأکید

عنوان به آنها بنویس توانست‌می

$$\frac{\varphi_1 \wedge \varphi_2}{\varphi_i}\ \wedge_{\text{ای}} k \qquad \frac{\varphi_1}{\varphi_1 \vee \varphi_2}\ \vee_{\text{ی من}}$$

توانندمی ما ،جانبه‌همه حذف فرم به توجه با ،بنابراین .شود انتخاب ۲ یا ۱ با برابر توانندمی $k$ آن در که سادگی به باش باید دارد وجود مقدمه که کردن استنباط

$$\frac{\varphi\ [\ t/x\ ]}{\exists\ x\varphi}\ \exists\ \text{من}$$

$\varphi$ داریم ما که زمان هر $x\varphi$ E کردن استنباط توانندمی ما که گویدمی سادگی به آن :صحیح است این ،واقع در $t$ □□□□ که وضعیت سمت ... کردن تحمیل ما ،طبیعی طور به) □□ اصطلاح برخی برای [ $t/x$ ] باشد آزاد $\varphi$ در $x$ ).

،مشاهده از نقطه محاسباتی الف از ،شامل $\varphi$ [ $t/x$ ] فرمول ... که دیدن ما ،E i قانون ... در گویدمی صرفاً دومی . □□ E $x$ به نسبت اطلاعات بیشتر

□ شاهد الف دارد $\varphi[t/x]$ که حالی در ؛ □□□□ از ارزش ،نامشخص ،برخی برای داردمی نگه $\varphi$ که ... بیرون کردن حمل واقع در ما پرسدمی نمادگذاری مربعی براکت ... که بیاورید یاد به .دفع آن در می پیشنهاد آن که آنجایی از کننده گمراه حدودی تا است $\varphi[t/x]$ نمادگذاری ... ،حال این با جایگزینی ... بگیرید نظر در ،مثال برای خودش $\varphi$ فرمول ... همچنین اما □□ شاهد درست ... فقط نه کند برای چک تواندمی شما سپس . □ = □ است $\varphi[y/x]$ که چنین □ است برابر □□ که در وضعیت $x\varphi$ ،بنابراین . □ = □□□□ یا □□□□ = $x$ مانند ،چیزها تعداد الف باش تواندمی $\varphi$ که خودت کردیدمی فکر □□ $\varphi$ این از یک کدام به که دارد این به بستگی.

فرمولاسیون زیر موارد به ما شودمی منجر ای وی قاعده ... ، وی و ای بین مقایسه ... گسترش ای ای از:

$$\frac{\exists x\varphi \qquad \boxed{\begin{array}{c} x_0\ \varphi[x_0/x] \\ \vdots \\ \chi \end{array}}}{\chi}$$

$\varphi$ بنابراین ،دارد حقیقت $x\varphi$ بدانید ما :رودمی استدلال .تحلیل مورد الف شودمی شامل آن ،ای مانند از بیش تحلیل مورد الف دادن انجام ما بنابراین . □□□□ از «ارزش» یکی حداقل در برای درست است اگر . را آنها همه نماینده ارزش عمومی الف عنوان به . □□□□ نوشتن ،هاارزش است ممکن آن همه سپس ، کن اشاره $x_0$ به ندارد که □□ برخی کردن ثابت به ما دهدمی اجازه $\varphi[x_0/x]$ کردن فرض دقیقاً و .است درست $\varphi[x_0/x]$ شودمی باعث . □□□□ که کدام هر درست باش باید □□ این سمت کردن تحمیل ما ،دوره از .کردن استنباط به ما دهدمی اجازه ای ای قاعده ... چه است همین تواندنمی آن ،خاص طور به در ،بنابراین) جعبه آن بیرون دادن رخ تواند؟ نمی . □□□□ که وضعیت فرض دامنه همچنین و . □□□□ از محدوده ... :چیزها دو کردن کنترل است جعبه .( □ در دادن رخ $\varphi[x_0/x]$.

یا برای شده آماده باش به باشند داشته شما ، $\varphi_2$ پنجم $\varphi_1$ استفاده به که گویدمی ای وی عنوان به فقط ممکن $\varphi$ هر برای شده آماده باش به باشند داشته شما $\exists x\varphi$ استفاده به که گویدمی ای ای بنابراین ، $\varphi_i$ از مشتق تواندمی شما و $x\varphi$ بدانید شما اگر :این مانند رودمی ای درباره تفکر از راه دیگری .$[x_0/x]$ شما سپس ،دارد وجود بدانید تو چیز ... به نام الف دادن توسط یعنی ،$\varphi[x_0/x]$ از □□ برخی شده اشاره $x0$ □□□ □□ $\chi$ که شرطی به) نام یک چیز که دادن بدون حتی □□ شده مشتق تواندمی نکند ).

داشته نکن که قوانین هستند حذفی دو هر که معنا این به e با است مشابه نیز e □□□□ قاعده که تأیید لطفا بردن بین از به درباره هستند آنها فرمول ... □□□□□□□□ الف گیری‌نتیجه به باشند ملک این[2] . □□□□□□□□□ □□□ این باشند داشته دور بنابراین شده معرفی قوانین حذف دیگر همه به اثبات یک برای فضا جستجو ... پایین باریک به ما دهدمی اجازه آن برای ،دلپذیر خیلی محاسباتی است محاسباتی نظر از که از نه است ،ای پسرعمو آن مانند ،ای □□□□ ،متأسفانه .چشمگیری طور مهربان خیم‌خوش.

[2] برای ∀ □□□□ ای انجام ما دادن الف جایگزینی اما ،$[t/x]$ حفظ آن کندمی ... از ساختار منطقی □□ .

اعتبار ... کردن ثابت به قادر باشد باید ما ،قطعاً هامثال از زوج الف روی قوانین اینها تمرین ما بگذارید
اثبات . □□ ایکس ► $x\varphi$ ۶ متوالی ... از

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 6 $x\varphi$ | فرض |
| 2 | $\varphi\,[x/x]$ | 6 $x$ ۱ ای |
| 3 | E $x\varphi$ | E $x$ ۲ آی |

به و ای □□□□□ ۶ دو هر به احترام با □□□□ باش به □□ کرد انتخاب ما کجا ،که دهدمی نشان به است $\varphi\,[x/x]$ که و $\varphi$ در □□□□ برای رایگان است □□□□ که باشید داشته توجه و) من ایکس □ ( □ ( $x$ ) → $Q$ ( $x$ )) □□□□□ ۶ متوالی ... از اعتبار ... اثبات .(دوباره $\varphi$ سادگی ► □□ ( $x$ ) ایکس
پیچیده بیشتر است ( $x$ ) □□□□ ایکس:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) | فرض |
| ۲ | □□ ( ایکس □□□□ ) | فرض |
| ۳ | $x_0$ □ فرض ( $x0$ ) | |
| ۴ | □ ( $x_0$ ) → □□□□ ( $x_0$ ) | ۶ □□□□□ ای ۱ |
| ۵ | □□□□ ( $x_0$ ) | ۳ □ ۴ ه → |
| ۶ | □□□□ ( $x$ ) ایکس | آی ۵ ایکس |
| ۷ | □□□□ ( $x$ ) ایکس | ۳ □ ۲ ای ایکس — ۶ |

) □□ □□□□ فرض ... در .است وجودی سور ،اثبات این ۳ سطر در کادر معرفی انگیزه شده معرفی باش به دارد گیری‌نتیجه ... در که اطلاعیه .شده حذف باش به دارد که ( □□□□ در ( $x$ ) □□□□ □□□□ فرمول .مراحل دو اینها از سازی لانه مشاهده و □□□□ ... □□□□ ، . □□□□ از وقوع یک حاوی نه کندمی و این قاعده ... در □□ از سازی‌نمونه ... است ۶ خط «اثبات» یکسان تقریباً .۷ خط به جعبه ... ترک به مجاز است آن بنابراین

| | | |
|---|---|---|
| 1 | ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → $Q$ ( $x$ ) | مقدمه |
| 2 | □□ ( $x$ ) ایکس | مقدمه |
| 3 | $x_0$ □ فرض ( $x0$ ) | |
| ۴ | □ ( $x_0$ ) → □ ( $x_0$ ) | 6 $x$ ۱ ای |
| 5 | □□□□ ( $x_0$ ) | ۳ □ ۴ e → |
| 6 | □□□□ ( $x_0$ ) | ۵ — ۳ □ ۲ ای ( $ex$ ) سوال |
| 7 | □□□□ ( $x$ ) ایکس | آی ۶ ( $x$ ) سوال |

آن که کادری از محدوده ... فرار به . □□□□ پارامتر تازه ... دهدمی اجازه ۶ خط !غیرقانونی است از استفاده غیرقانونی چنین کجا .دید خواهیم مثالی ۱۱۶ صفحه در و نیست مجاز این .کندمی اعلام را

هااستدلال ناسالم در نتایج قوانین اثبات

است اثبات پیچیده بیشتر کمی الف با متوالی الف

۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ )) → $R(x)$) □ ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) ► ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ $R(x)$)

عنوان به چنین استدلال برخی مدل توانستمی و

□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □ □□□
□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□
□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□
□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□
□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□.

$Q($ نمونه ... دریافت ، $x_0) \wedge Q(x0)$ □ کنید فرض به است استراتژی اثبات است ممکن یکی که ، یابیم دست $Q(x0)$ به تا . کنید استفاده $\Lambda e 2$ از و $x(Q(x) \rightarrow$ 6 از $x_0) \rightarrow R(x_0)$ یابدمی دست $R(x0)$ به e → طریق از . . . :

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ )) → $R(x$ )) | فرض |
| ۲ | ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) | فرض |
| ۳ | □ □ □ □ . □ ( $x_0$) ∧ □□□□ ( $x_0$) | فرض |
| ۴ | □□□□ ( $x_0$) → $R(x_0)$ | ۶ □□□□□ ای ۱ |
| ۵ | □□□□ ( $x_0$) | ∧ $e_2$ ۳ |
| ۶ | $R(x_0)$ | → ه ۴ □ ۵ |
| ۷ | □ ( $x_0$) | ∧ $e_1$ ۳ |
| ۸ | □ ( $x_0$) ∧ $R(x_0)$ | ۶ □ ۷ من ∧ |
| ۹ | ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ $R(x)$) | آی ۸ ایکس |
| ۱۰ | ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ $R(x)$) | ۳ □ ۲ ای ایکس — ۹ |

قابل صورتی در فقط اینجا در دوم مقدمه .کنیممی فهرست را مقدمه دو ما :کنید توجه اثبات این استراتژی به ۳ کندمی تنظیم خطوط در را اثبات جعبه این .آن به .□□□□ □□□□□ □□ E $x$ که است استفاده □ ) $x$ اثبات به خواهم می ما که آنجایی از . . □□□□ نام پارامتر تازه ... عنوان به خب عنوان به ۹

E ∧

6 E

موارد شامل بقیه و (ما هدف) باشد کادر در فرمول آخرین باید فرمول این ،(( $R(x)$ ) □□□□ )
من □□□□ و ه □□□□ است زیر.

بیرون دادن رخ تواندنمی متغیر آدمک ... که وضعیت سمت ... باشند داشته‌دو هر ای و من قوانین
$y$ مثلاً) دیگر جدید نام یک انتخاب با هنوز است ممکن قوانین اینها ،دوره از .کردن حکومت ... در جعبه ...
... بگیرید نظر در ،مثال برای .نوشت تودرتو صورت به را آن توان‌می ،ساختگی متغیر برای ( $_0$
(( □ ) ▶ □ ( □□□□ ) → □ ( □ ) □ □□□□ □ ( □□□□ ) □□ □□□□ متوالی
، □ □□□□□ هر شده داده :راه ... توسط ،است فرض دوم ... قوی چگونه کن نگاه) .( □ ) □ □
باید اشیاء همه سپس ، □ ملک ... با شیء هر است آنجا اگر ،که یعنی این .( □ ) □ سپس ،( $x$ ) □ اگر
ثابت و . □ دلخواه گرفتن ما :است زیر شرح به عنوان به رودمی اثبات آن (. □ ملک ... باشند داشته
□□□□ برخی که آنجایی از ،که کردن مشاهده توسط دادن انجام ما این ، ( $y0$ ) □□□□ کردن

: □ کندمی ارضا □ هر فرض دوم ... توسط بنابراین ، □ کندمی ارضا

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض ( □□□□ ) □□ ایکس | |
| ۲ | فرض ) □ ( □□□ ۶ □□ ۶ □ ( □□□□ ) → □ ( □ )) | |
| ۳ | □ . | |
| ۴ | فرض □ ( $x_0$ ) | □ □ □ □ . |
| ۵ | ۶ □□□□□ ای ۲ | ۶ □□□ ( □ ( $x_0$ ) → □ ( □ )) |
| ۶ | ۶ □□□ ای 5 | □ ( $x_0$ ) → □ ( □ . ) |
| ۷ | ۴ □ ۶ ه → | □ ( □ . ) |
| ۸ | ۴ □ ۱ ای ایکس — ۷ | □ ( □ . ) |
| ۹ | ۳ من □□□ ۶ — ۸ | ۶ □□□ □ ( □ ) |

آن برای ما که متغیری آدمک ... برای نام الف عنوان به . □□□□ چیدن برای دلیل ویژه خیر است آنجا را کار این ما . □ و □ برای نامی 6 عنوان به . □□□ و □□□□ 6 کنیممی استفاده استراتژی ... مطالعه ،دوباره هاانسان ما برای ترآسان آن شودمی باعث آن که دهیممی انجام دلیل این به فقط 6 از به ما کندمی ایجاب که فرمول □□□ ۶ الف دادن نشان به باشند داشته نهایت در ما .اثبات این از است زیرهدف که (۸ — ۳ خطوط) جعبه اثبات الف بالا باز به نیاز ما یعنی ،من کنید استفاده □□□ ) □□ ایکس فرض از استفاده خواهیممی، □□□□ □□ □□ .$Q$ ( $y0$ ) کلی نمونه یک اثبات برای ما ،۸ خط در ،که کنید توجه .۷ — ۴ خطوط از اندازی راه جعبه اثبات ... در نتایج که ( □□□□ . . □□□□ توسط شده کنترل جعبه ... از بیرون ( . □ ) □ حرکت خب است ممکن

رخ نه باید من و ای قوانین در متغیرها آدمک ... که نقطه ... کرد تأکید بارها و بارها باشند داشته ما ما اگر اشتباه برو بود خواهد چیزها چگونه دهدمی نشان که مثالی یک است اینجا 6 هاجعبه آنها بیرون دادن □□□□ ) □□ □□□□ بگیرید نظر در را نامعتبر دنباله . وضعیت سمت این باشند داشته نکرد قبلی ... به آن کنید مقایسه) □□□□ ( □□□□ ) □ ( □□□□ ) □ □ ( □ ) 6 □□□□ ( $x$ )) برای اشیاء آن برای فقط $Q$ گیری نتیجه به ما دادن اجازه ،ترضعیف بسیار الان است فرض دوم ... متوالی است شده آورده آن اعتبار از ادعایی «اثبات» یک اینجا در (.بشناسید را □ ما که:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض ) □□ ایکس □□□□ ) | |
| ۲ | فرض ) □ ( □□□□□ ۶ □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) | |
| ۳ | □□ □□ . | |

| | | |
|---|---|---|
| ۴ | □□ □□ □ $(x_o)$ | فرض |
| ۵ | □ $(x_o)$ → □□□□ $(x_o)$ | ۶ □□□□□ ای ۲ |
| ۶ | □□□□ $(x_o)$ | → ه ۵ □ ۴ |
| ۷ | □□□□ $(x_o)$ | ۴ □ ۱ ای ایکس — ۶ |
| ۸ | ۶ □□□ □ ( □ ) | ۳ من □□□ ۶ — ۷ |

از دوم ... است بد .خوب است گام که یک؛ بد ... □□ است □□□ ۶ کردن معرفی گام آخرین
. □□□□ که وضعیت سمت کردن نقض و ای ایکس توسط ( $x_0$ ) □□□□ گیری‌نتیجه ،یکی آخرین
این «اثبات» برای دیگر روش چند الف کنید سعی توانندمی شما جعبه آن از محدوده ... ترک نه است ممکن
به احترام با صدا است سیستم اثبات ما اینکه فرض با) کنند کار نباید آنها از یک هیچ اما ،دارد وجود دنباله
بود خواهد ما ،وضعیت سمت این بدون .(بخش بعدی ... در کردن تعریف ما که ،بودن مستلزم معنایی
عنوان به زودی به عنوان به □ ملک ... کردن راضی $x$ همه که کردن ثابت به قادر باشد همچنین
!هانسبت مقدسی کتاب از فاجعه معنایی الف '،بنابراین دهندمی انجام آنها از یکی

## هامعادل سنج‌کمیت 2.3.2

به خواهم می ما حالا .سنجی کمیت از هافرم قطعی بین هامعادل معنایی در کرد اشاره قبلاً باشند داشته ما
کمی تعداد الف کاملاً هامعادل سنج‌کمیت شده استفاده ترین‌رایج ... از برخی برای هااثبات رسمی کردن فراهم
است موضوع این ،بنابراین .متغیر یکی فقط از بیشتر از بیش سنجی‌کمیت چندین کردن شامل آنها از
.مد تو در تو الف در هاسنج‌کمیت برای قوانین اثبات ... از استفاده با برای تمرین خوب همچنین
$\varphi$ که گویندمی دو هر که آنجا از $y\,x\varphi$ باشد معادل باید $\varphi$ 6 □□□□ □□□ فرمول ،مثال برای
( $\varphi$ □□□□ چطور؟ ) مورد در . □□□□ □□□□□□ $y$ و $x$ مقادیر همه برای باید
داشته را همین باید آنها که کندمی آشکار کرد فکر ها لحظه الف ؟( $\varphi \wedge \psi$ ) □□□ 6 مقابل در ( $\psi$ 6 )
نکردن شروع کندمی دوم ربط حرف ... اگر شودمی چه اما .همچنین و معنی باشید
آن کنیم مقایسه خواهیم‌می و کلی طور به $\psi \wedge$ ( $\varphi$ چه؟ کنیم نگاه ( $x$ 6 ) به اگر ،خب ؟ □□□□□ ۶ با
آزاد است ممکن □□□□ که آنجایی از ،مراقب باش به نیاز ما اینجا ؟( $\varphi \wedge \psi$ ) □□□□□ ۶ با
( $\varphi \wedge \psi$ ). □□□□□ ۶ فرمول ... در مقید شدن تبدیل سپس بود خواهد و $\psi$ در باشید

**مثال ۲.۱۲** عنوان به □□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□

(a) ۶ $x\varphi \wedge \psi$ ه► ۶ □□□□□ ( $\varphi \wedge \psi$ ) [3]
(b) ۶ $x\varphi$ پنجم $\psi$ ه► ۶ □□□□□ ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )
(c) E $x\varphi \wedge \psi$ ه► ایکس ( $\varphi \wedge \psi$ )
(d) E $x\varphi$ پنجم $\psi$ ه► ایکس ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )
(e) ۶ □□□□□ ( $\psi \to \varphi$ ) ه► $\psi \to$ ۶ □□□□□ $\varphi$
(f) ایکس ( $\varphi \to \psi$ ) ه► ۶ $x\varphi \to \psi$
(g) ۶ □□□□□ ( $\varphi \to \psi$ ) ه► E $x\varphi \to \psi$
(h) ایکس ( $\psi \to \varphi$ ) ایکس ( $\psi \to \varphi$ ) ه► $\psi \to$ ایکس
□□ .

3. (الف) ۶ $x\varphi \wedge$ ۶ □□□□□ $\psi$ ه►
۶ □□□□□ ( $\varphi \wedge \psi$ )
(ب) E $x\varphi$ پنجم $\psi$ ه► ایکس پنجم $\psi$ ایکس ( $\varphi$ پنجم $\psi$ ).

4. (الف) ۶ □□□□□ 6 □□□ ه► ۶ □□□ ۶ $x\varphi$
(ب) □□ ایکس ای ه► □□ ایکس ای □□ .

هستند ها مانده باقی ... برای هااثبات ... ها؛دنباله اینها از بیشترین کردن ثابت اراده ما : کاذب سقف نشان به ⊥ بنویس اوقات گاهی ما که بیاورید یاد به تمرینات عنوان به چپ هستند و هاسازگاری سرراست تناقض هر دادن.

1. (الف) □ چ ► (۲ □ ∧ ۱ □□□□ ) چ :پردازیم‌می موضوع این به ترساده دنباله دو اعتبار اثبات با ابتدا اثبات دلیل .( □□□□ ) پ ایکس ► ( □□□□ ) □□ □□□□ چ۶ سپس و ۲ □ چ پنجم ۱ الف از کردن فکر – دیگر ... روشن و ۶ و دست یکی ... پنجم و ∧ بین نزدیک رابطه دادن نشان ،اول مورد ( □□□□ ) □ برای هاغرفه (۲ □ ۱ = □□ ) □□ □□ که چنین ۲ و ۱ عنصر دو فقط با مدل دوم ... کنیم اثبات تا ببخشد الهام ما به باید ای‌گزاره دنباله این اثبات که است این ایده □□ در شده ارزیابی $\varphi$ آن در که) خاص حالت الف است آن که است دوم دنباله ... کردن اثبات برای دلیل .منطق گزاره از یکی باشه بخش‌الهام حال عین در و باشه ترساده باید پس ،هستیم دنبالش واقعاً که اونی از $P(x)$) با است برابر .کنیم‌می شروع ،پس

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | چ ( □□□□ ۱ ∧ □ ۲) |
| ۲ | فرض | چ ( چ □ ۱ پنجم چ □ ۲) |
| ۳ | فرض | چ □ ۲ |
| ۴ | ۳ ۲ من ششم | چ □ ۱ پنجم<br>چ □ ۲ |
| ۵ | ۲ □ ۴ ای چ | ⊥ |
| ۶ | — ۳ سی بی پی<br>۵ | □ ۲ |
| ۷ | ۶ □ ۶ من ∧ | □ ۱ ∧ □ ۲ |
| ۸ | ۱ □ ۷ ای چ | ⊥ |
| ۹ | — ۲ سی بی پی<br>۸ | چ □ ۱ پنجم چ □ ۲ |

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | فرض | ч $p_1$ |
| ۴ | وی | چ □ ۱ پنجم چ □ ۲<br>آی ۱ ۳ |
| ۵ | | ⊥ ۲ □ ۴ ه چ |
| ۶ | ۵ — ۳ سی‌بی‌پی | □□□□ ۱ |

[3] صحافی ... از فضیلت توسط ، $\psi \wedge$ ( $\varphi$ □□□□ ∀ ) عنوان به دار کروشه ضمنی طور به است $\forall x\varphi \wedge \psi$ که باشید داشته یاد به هااولویت

که چیزی از مثال یک است آن .۱ فصل در ،از قبل اثبات از سازی مرتب این شده دیده باشند داشته شما در کرد ثابت باش تواندنمی سادگی به آن که معنی این به) لم یا ،ای یا ،تناقض توسط اثبات کندمی ایجاب بالا اثبات ... ،واقعیت در – (قوانین سه اینها اندازدمی دور که سیستمی کسر طبیعی یافته کاهش ... کنید کنترل را PBC بار سه ... شده استفاده.

به ( □□□□ ) پ ایکس ▶ ( □□□□ □□ □□□□ چ۶ از اعتبار ... کردن ثابت ما حالا و ۶ برای آن استفاده الان ما شده استفاده بودند پنجم و ∧ برای قوانین ... که جایی آن جز به ،مشابه طور ه :

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | چ۶ □□□□ □□ ( □□□□ ) чEx чP (x) assumption |
| ۲ | $x_0$ | |
| ۳ | | чP (x0) assumption |
| ۴ | | Exчp (x) Ex i 4 |
| ۵ | | ⊥ чe 5, 2 |
| ۶ | | P (x0) PBC 4—6 |
| ۷ | | 6xP (x) 6x i 3—7 |
| ۸ | | ⊥ чe 8, 1 |
| ۹ | | |
| ۱۰ | ۲ سی بی پی — ۹ | ( □□□□ ) پ ایکس |

بینش این .کندمی تقلید را بالایی اثبات ،اثبات این راه ... درک زمان کردن خرج توسط فایده واقعاً اراده شما آن سپس و سازیدمی مشابه ای‌گزاره اثبات یک ابتدا شما :است مفید بسیار محمولی منطق های‌اثبات ساخت برای آن .کنیدمی تقلید را

معتبر است φ چ ایکس ▶ □□ □□□□ چ۶ که کردن ثابت ما بعدی:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | چ۶ □□□□ □□ чEx чφ assumption |
| ۲ | $x_0$ | |
| ۳ | | чφ[x0/x] assumption |
| ۴ | | Exчφ Ex i 4 |
| ۵ | | ⊥ чe 5, 2 |
| ۶ | | φ[x0/x] PBC 4—6 |
| ۷ | | 6xφ 6x i 3—7 |
| ۸ | | ⊥ чe 8, 1 |
| ۹ | | |
| ۱۰ | ۲ سی بی پی — ۹ | φ چ ایکس |

$x\varphi$ □ □ □

از سازی‌نمونه هر برای آمده دست به بود $\psi$ زیرا ،مجاز است خط آخرین ... Aر من از استفاده ... که اطلاعیه چنین درباره کردن شکایت است ممکن اثبات پشتیبانی برای ابزار رسمی الف اگرچه ۱؛ خط در فرمول ... تمرین.

3. (ب) متوالی ( $\varphi$ ایکس ) پنجم ( E $x\psi$ ) ► ایکس ( $\psi$ پنجم $\varphi$ ) است ثابت کرد از استفاده با معتبر ... کندمی ایجاب که از کدام هر ،موارد اصلی مدیر دو باشند داشته ما بنابراین ؛V e قانون ... من E $x$ قانون:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | | ( $\varphi$ ایکس ) پنجم ( E $x\psi$ | | | فرض |
| ۲ | | E$x\varphi$ | | E$x\psi$ | assumpt. |
| ۳ | $x_0$ | $\varphi[x_0/x]$ | $x_0$ | $\psi[x_0/x]$ | assumpt. |
| ۴ | | $\varphi[x_0/x] \vee \psi[x_0/x]$ | | $\varphi[x_0/x] \vee \psi[x_0/x]$ | Vi3 |
| ۵ | | $(\varphi \vee \psi)[x_0/x]$ | | $(\varphi \vee \psi)[x_0/x]$ | identical |
| ۶ | | E$x$ $(\varphi \vee \psi)$ | | E$x$ $(\varphi \vee \psi)$ | Exi5 |
| ۷ | | E$x$ $(\varphi \vee \psi)$ | | E$x$ $(\varphi \vee \psi)$ | Exe 2, 3—6 |
| ۸ | | ( $\psi$ پنجم $\varphi$ ) ایکس | | | ۲ □ ۱ ای وی — ۷ |

آن عنوان به ایکس استفاده باید آن اثبات بنابراین ،فرض عنوان به ( $\psi$ پنجم $\varphi$ ) ایکس دارد متوالی مکالمه نتیجه به موقت نیاز و فرض یک عنوان به $\psi$ پنجم $\varphi$ داریم نیاز ما ،حکومت که برای کردن؛ حکومت آخرین معمول ... کندمی ایجاب $\psi$ پنجم $\varphi$ فرض ... ،دوره از ها؛داده آن از ( E $x\psi$ ) پنجم ( $\varphi$ ایکس ) گیری تحلیل مورد:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | ( $\psi$ پنجم $\varphi$ ) ایکس | | مقدمه |
| 2 | □ | ( $\psi$ فرض پنجم $\varphi$ )[ $x_0/x$ ] | | |
| | □ | $\varphi$ [ $x_0/x$ ] V $\psi$ [ $x_0/x$ ] | | یکسان |
| | □ | | | |
| | □ | | | |
| | . | | | |
| ۳ | | | | |
| 4 | | $\varphi$ [ $x_0/x$ ] | فرض $\psi$ [ $x0/x$ ] | |
| 5 | | E $x\varphi$ | E $x\psi$ | آی ۴ E $x$ |
| 6 | | E $x\varphi$ پنجم ایکس $\psi$ | E $x\varphi$ پنجم ایکس $\psi$ | V i5 |
| 7 | | E $x\varphi$ پنجم E $x$ $\psi$ | | V e ۳ □ ۴ — ۶ |
| 8 | | E $x\varphi$ پنجم E $x$ $\psi$ | | E $x$ ای ۱ □ ۲ — ۷ |

4. (ب) شده داده ... فرض □□□ E E □ $\varphi$ ، ما شده داشته باشند به لانه □□□ E و ای □ به ای □ E E گیری نتیجه

زیر عنوان به قوانین حذف اینها از قالب ... کردن اطاعت به باشند داشته ما ،دوره از $\varphi$ □□□□ □
: است شده انجام

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □□ ای ایکس |
| ۲ | فرض | □□ □□ ( ای $\varphi$ )[ $x_0/x$ ] . |
| ۳ | مختلف متغیرهای □□□□□□ که آنجایی از ،یکسان | ای ( $\varphi$ [ $x0$ / $x$ ]) |
| ۴ | فرض | □ . $\varphi$ [ $x_0/x$ ][ $y_0$ /$y$ ] |
| ۵ | . □□ . □□□□ □□□□□ □□□□□ که آنجایی از ،یکسان متغیرها متفاوت | $\varphi$ [ $y_0/y$ ][ $x_0$ /$x$ ] |
| ۶ | آی۵ □□□□□ ۶ | ایکس $\varphi$ [ $y_0/y$ ] |
| ۷ | آی۶ □□□ ۶ | ای E $x\varphi$ |
| ۸ | ۷ — ۴ □ ای۳ ای | ای E $x\varphi$ |
| ۹ | ۸ — ۲ □ ای۱ ایکس | ای E $x\varphi$ |

□ و □□□□ از هانقش کردن تعویض توسط راه همان ... در کرد ثابت است متوالی مکالمه ... از اعتبار □ .

## منطق گزاره از معناشناسی 2.4

الان بیایید ،منطق گزاره به یافته امتداد باش تواندمی منطق ای‌گزاره از کسر طبیعی چگونه شده دیده داشتن ... ،مورد ای‌گزاره ... در مانند فقط .کندمی کار منطق گزاره از معناشناسی ... چگونه در کن نگاه که معنی ما ،«جداگانه» با .منطق از ،معادل نهایت در اما ،جداگانه توصیف یک کردن فراهم باید معناشناسی تعریف بودند آنها ،نظریه اثبات در ؛ متفاوت روشی به الف در شده تعریف است هارابط ... از معنی ... داشتن انتظار ما ،معناشناسی در .توضیح □□□□□□□ یک کردن فراهم قوانین اثبات توسط شده کامل و صحت کردن ثابت به قادر باش باید ما که معنی ما ،«معادل» عبارت با میزها حقیقت مانند چیزی صحت اثبات گرفته بال و پر کامل طور به الف اگرچه – منطق ای‌گزاره برای داد انجام ما عنوان به ،بودن .کتاب این از محدوده ... از فراتر است منطق گزاره برای بودن کامل و

از کن نگاه بیشتر ما دهید اجازه ،منطق گزاره از معناشناسی ... کردن توصیف شروع ما از قبل شیء اساسی ... ،نظریه اثبات در . نظری-اثباتی روایت الف و معنایی الف بین تفاوت واقعی ... در نزدیک هالیست برای نویسی خلاصه الف عنوان به گاما بنویس ما بگذارید .اثبات الف است شده ساخته است که اثباتی باید ،باشد معتبر $\psi$ $\Gamma$ اینکه دادن نشان برای ،بنابراین . □ $\varphi$ □...□ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ هافرمول از نیست؟ $\Gamma$ نتیجه $\psi$ که دهیم نشان توانیممی چگونه ،حال این با .$\Gamma$ از .□□□□ □□□□ □ $\psi$ برای چیزی برای اثباتی هیچ که دهید نشان توانیدمی چگونه است؛ دشوارتر کار این ،شهودی طور به دادن نشان و اثبات «نامزد» هر بگیرید نظر در به باشند داشته بود خواهد شما □ □□□□ □□□□□ □□□□ فراهم آن منطق؛ ... از پردازی شخصیت «مثبت» الف دهدمی نظریه اثبات ،بنابراین .یک نه است آن تأسیس برای مفید خیلی نه است آن اما '،معتبر است $\psi$ $\Gamma$' مانند ادعاها برای شواهد کننده قانع کندمی نیست معتبر است $\varphi$ $\Gamma$' فرم ... از ادعاها برای شواهد .

پیامد الف □□ است $\psi$ که دادن نشان به راه مقابل ... در کندمی کار ،دست دیگر ... روی ،معناشناسی
.نیست $\psi$ اما ، دارند □□□□□ □□ $\varphi$ همه که در مدل الف کردن پیدا :بیت «آسان» ... است گاما از
،منطق ای‌گزاره برای .اصل در تر سخت است ،دست دیگر ... روی ،گاما از پیامد الف است $\psi$ که نمایش
را همه که (درگیر هااتم همه به هاارزش حقیقت از تکلیف یک) گذاری‌ارزش هر که دادن نشان به نیاز شما
ارزش از شماره کوچک الف است آنجا اگر .است درست $\psi$ شودمی باعث همچنین درست □□ $\varphi$ سازدمی
کردن پیدا اراده ما ،منطق گزاره در کن نگاه ما زمانی چه ،حال این با .بد بنابراین نه است این ،هاگذاری
.بگیرید نظر در به ،بدینوسیله از □□□□□ شود می نامیده ،هاگذاری‌ارزش بسیاری نهایت بی هستند آنجا که
کردن پیدا ما .منطق ... از پردازی شخصیت «منفی» الف باشند داشته ما معناشناسی در ،بنابراین
از ترآسان ($\Gamma$ در موجود های‌فرمول تمام بین از معنایی استلزام الف نه است $\psi$ ) $\Gamma \blacktriangleright \psi$ ' فرم از ادعاها اثبات
درباره کردن صحبت فقط نیاز ما مورد سابق ... در برای ،(گاما از معنایی استلزام یک $\psi$ ) $\Gamma \blacktriangleright \psi$ ' ایجاد
در که حالی در ،مدل یکی
.بسیاری نهایت بی درباره کردن صحبت به باشند داشته بالقوه ما دومی ...

به .معناشناسی □ نظریه اثبات □□ □□ مطالعه به مهم است آن که دادن نشان به رودمی این همه
زمان سخت الف باشند داشته شما و گاما نیست آن □□□□□ $\psi$ که دهید نشان دارید سعی اگر ،مثال عنوان
تلاش توسط که حالی در الف برای شما استراتژی تغییر به خواهم می است ممکن شما ،که دادن انجام
مطمئن برای بدانید شما ،مدرک یک کردن پیدا شما اگر . □ گاما از اعتبار ... کردن ثابت به کردن
اثبات در هاتلاش شما سپس ،مدرک یک کردن پیدا تواند؟ نمی شما اگر .گاما از پیامد الف است $\psi$ که
مثال شمارنده الف از ساز و ساخت ... به کند رهبری را تو که هابینش کردن فراهم اغلب آن کردن
کندمی آن اما ،انگیز شگفت است معادل هستند منطق گزاره برای معناشناسی و نظریه اثبات که واقعیت
.کردن مطالعه بستن سالاری شایسته کدام هر ،منطق در هانقش جداگانه داشتن آنها نشدن متوقف

## 2.4.1 هامدل

□ ) □ ( $p$ ) فرمول ،مثال برای .منطق ای‌گزاره در هافرمول شده ارزیابی ما چگونه بیاورید یاد به
،آن برای ( ف یا .شودمی ارزیابی (T) □□□□□ □□□□□ □□ → □□ □□□□ □□ □□ □

از مثال برخی کردن پیدا به کنید سعی ما ، $\exists y\,\psi$ فرمول الف برخورد ما اگر ،بنابراین
از مثال خاص که برای داردمی نگه $\psi$ که چنین (ارزش بتن برخی) □
سپس ،(است برقرار $\psi$ که برای □ از ارزش الف چنین است آنجا یعنی) شودمی موفق این اگر . □
که ندارد وجود $y$ از مشخصی مقدار □□□ یعنی) صورت این غیر در شود؛می ارزیابی T به $\exists y\,\psi$
ارزیابی $\psi$ که دادن نشان به مبالغ $x\psi$ ارزیابی ،دوگانه صورت به . اف بازده آن ( $\psi$ (کند محقق را آن
$x\psi$ که بدان ما ،موفق است این اگر ؛ □□□□ از هاارزش است ممکن □□□ برای تی به کندمی
$\psi$ که چنین □□□□ از ارزش □□□□ است آنجا یعنی) صورت این غیر در ؛ تی به کندمی ارزیابی
ارزش بتن از کیهان ثابت یک به نیاز هافرمول از هاارزیابی چنین ،دوره از . اف بازده آن ( و کندمی محاسبه
از ارزش حقیقت ... ،بنابراین .مورد در کردن صحبت ،کردن صحبت به بنابراین ،هستند ما چیزها ... ،ها
کندمی تغییر تابع و محمول معنای و مقادیر واقعی انتخاب با و ،روی دارد بستگی منطق گزاره در فرمول الف
.درگیر نمادها

کندمی ارزیابی که بنویسیم ای‌برنامه توانیم‌می ،بپذیرند را زیادی متناهی مقادیر بتوانند فقط متغیرها اگر
$\wedge$ ، است $\varphi$ از گره ریشه ... اگر راه ترکیبی الف در هافرمول
مربوطه از میز حقیقت ... از استفاده با توسط $\varphi$ از ارزش حقیقت ... محاسبه توانندمی $\varphi$ ها ، یا $\vee$،
مورد عنوان به ،ریشه که از (ها) زیردرخت از هاارزش حقیقت ... محاسبات توسط و دهنده پیوند منطقی
به چگونه بالا شده ترسیم باشند داشته ما ،سنج‌کمیت الف است ریشه ... اگر .۱ فصل در گرفت قرار بحث
بود این منطق ای‌گزاره در) □ نماد گزاره الف بودن گره ریشه از مورد ... با ما هابرگ این .دهید ادامه
به باشند داشته که هایی‌استدلال □ کندمی ایجاب گزاره الف چنین .(قبل از شده انجام بودند ما و اتم یک
را حقیقی مقادیر به قادر باش به نیاز ما ،بنابراین . □□ □□ □...□ ۲ □□ □ ۱ □□ اصطلاحات باش
$P$ □□□□□□ □□□□ ( □□ □ ۱ □□ □ ۲ □...□ □□ □ ). فرم های‌فرمول به
... در از روی رفتن بیشتر است آنجا ،( □□ □□ □...□ ۲ □□ □ ۱ □□ ) □ هافرمول برای
«آن» به شبیه چیزی برای ایستاده توانست‌می □ گزاره ... ،۲ = □ برای .منطق هاگزاره از مورد
. ۲ □□ توسط شده محاسبه شماره ... ،به مساوی یا ،از کمتر است ۱ □□ توسط شده محاسبه شماره
از معنی ... دانستن بدون مستقیماً □ به هاارزش حقیقت دادن اختصاص فقط توانندنمی ما ،بنابراین
،مثال برای .هستند دخیل آن در محمول و تابع نمادهای همه از □□□ الف داشتن نیاز ما اصطلاحات
... دادن نشان توانست‌می □ و □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ معنای به توانندمی اصطلاحات
. حقیقی اعداد از مجموعه ... روی 'به مساوی یا از کمتر رابطه

**۲.۱۴ تعریف** کدام هر ، ای‌گزاره نمادهای $P$ از مجموعه الف و نمادها تابع از مجموعه الف $F$ باش بگذارید
داده مجموعه شامل ( $P$ □ $F$ ) جفت این از $\models$ مدل الف هااستدلال نیاز مورد از شماره ثابت الف با نماد
است زیر های:

1. ها؛ارزش بتن از کیهان ... ، □□□ مجموعه خالی غیر الف
2. □□□ از □ عنصر بتن الف ، اف ∈ □ نماد تابع تهی کدام هر برای
3. ... ، □ □□ از □□□ □ □□ : □ تابع بتن الف ، ۰ < □ آریتی با $F$ ∈ □ کدام هر برای
و ؛ □□□ به ، □□□ از بیش هاتاپل $n$- از مجموعه
4. □□□ روی تاپل $n$- از □ □□ ⊆ $P$ زیرمجموعه الف ، ۰ < □ آریتی با پی ∈ □ کدام هر برای .

در ،نمادها :هستند همین فقط $P$ و $f$ نمادهای .است ترمهم همه از □ م و $P$ بین و $f$ م و $f$ بین تمایز ترتیب به دارند اشاره مدل یک در مشخص یرابطه و (عنصر یا) تابع یک به م □ و $f$ م که حالی است گزاره یک $F$ و ثابت یک $i$ آن در که □ □ {□} و □ ف ≔ $P$ □ ف ≔ $F$ کنید فرض **۲.۱۵ مثال** عناصر بتن از مجموعه الف شامل ⊨ مدل الف .استدلال دو با نماد گزاره الف □ و استدلال یکی با نماد □□□ ، □□ م ، □□ ام تفاسیر .برنامه کامپیوتر الف از هاایالت از مجموعه باشید یک است ممکن که – نهایی از ایمجموعه الف و ،رابطه گذار ایالت الف ،ایالت اولیه شده تعیین الف باش سپس است ممکن □ م و □□□ □□ □ { □ □□ □□□ } ف ≔ □□□ دهید اجازه ،مثال برای .ترتیب به ،هاایالت (پذیرش) □□ م □□ ، □□ □ ( □□□□ □□□ ) □ ( □□□□ □ ) □ ( □□□□ □ ) □ ( □□□ □ ) □□□ ، □□ □ ام ≔ ف ( □□□□ □□□ ) □ ( □□□□ □ ) □ ( □□□ □ ) از هافرمول برخی کنیمی بر رسی غیررسمی طور به ما □ □ □ ≔ ف م □□ و ( □ □□ □ ) □ ( مدل این برای منطق گزاره:

1. فرمول

□ ( □□□ □ ) ای

عنوان به ،مدل ما است صادق زیر موارد در این دارد؛ وجود دیگری حالت به اولیه حالت از گذار که گویدمی □ و □ ، □□□ به □□□ ایالت اولیه ... از هاانتقال هستند آنجا .

2. فرمول

□ ( □□ ) چ

□ و □ عنوان به ما مدل در درست است این .ایالت پذیرفتن ،نهایی الف نه است اولیه حالت ... که هاایالت یکی اولیه ... است □□□ و هاایالت نهایی فقط ... هستند.

3. فرمول

$$\square\square\square

کلمات ،دودویی های‌رشته تمام □ □ □ مجموعه عنوان به دارد ذهن در باشند داشته ما ⊩ مدل تفسیر (.وی . □□) $\epsilon$ توسط شده داده نشان رشته خالی ... جمله از ، { ۱ □ 0 } الفبا ... از بیش متناهی ،مثل برای .کلمات از پیوند است ۰ از م ۰ تفسیر (.وی . □□) $\epsilon$ کلمه خالی ... فقط است □□ از ام □□ □ و □ □□□ ... ۲ □□□ ۱ □□□ اگر ،کلی طور به .01101110 با است برابر ۱۱۱۰ م ۰ ۰۱۱۰ ... ۲ □□□ ۱ □□□ سپس ، { ۱ □ 0 } ∈ □□ □□ □ □□ با کلمات چنین هستند □ ... ۲ □ ۱ ≤ ، □□□□□ □□ ... ۲ □ □ □ □□□ ... $a_1 a_2$ □□□ با است برابر □ ... ۲ □ ۱ □ م ۰ □ □□□ پیشوند الف است □ که بگو ما .کلمات از دادن سفارش پیشوند ... :کنیمی تفسیر زیر صورت به را 011 ،مثال برای . ۲ □ است برابر ۳ خانم ۰ □ که چنین ۳ □ کلمه دودویی است یک آنجا اگر ۲ □ از ) } مجموعه م ≤ ،بنابراین .نیست هیچکدام ۰۱۰ اما ،است ۰۱۱ از و ۰۱۱۰۰۱ پیشوندِ الف است چک مدل غیررسمی برخی دوباره هستند اینجا . { ۲ □ از پیشوند الف است □ | ( ۲ □ .است {} , *s1* ها:

1. فرمول ... ،مدل ما در

$$\text{۶ □□□□□ } ((x)) \leq \text{□□□□ ۰ □ ) } \wedge \text{ ( □□□□ ۰ □□ } \leq \text{ □□□□ ))}$$

داردمی نگه این ،است واضح .برعکس و خورده پیوند خالی کلمه با که است خودش از پیشوندی کلمه هر گویدمی .است خودش پیشوند کلمه هر و □□ فقط است $\epsilon$ م □□ برای ،مدل ما در

2. فرمول ... ،مدل ما در

$$\text{( □ } \leq \text{ □□□□ ) □□□□□ ۶ ای}$$

عنوان به $\epsilon$ کرد انتخاب است ممکن ما زیرا ،است درست این .است دیگری کلمه هر پیشوند این دارد وجود s (مورد این در انتخاب دیگر خیر است آنجا) کلمه الف چنین.

3. فرمول ... ،مدل ما در

$$\text{( □□□□ } \leq \text{ □ ) ای □□□□□ ۶}$$

چندگانه کلی طور به هستند آنجا و مورد ... وضوح به است این پیشوند الف دارد کلمه هر که گویدمی □□□□ روی وابسته هستند که ، □ برای هاانتخاب .

4. فرمول ... ،مدل ما در ۶ □□□□□ ۶ □□□ 6 □ $((x)) \leq$ □ ) → ( □□□□ ۰ z ≤ □ ۰ □ )) الف باش به دارد □□□□□ ۱ سپس ، ۲ □ از پیشوند الف است □ کلمه الف همیشه -زمان هر که گویدمی کلمه هر برای □ ۲ □ از پیشوند

برابر s و 011 عنوان به ۲ □ ،۰۱ عنوان به □ گرفتن ،مثال برای مورد ... نه وضوح به است این *(s)* . باشد 0 با.

5. فرمول ... ،مدل ما در

$$\text{ای چ □□□□ ۶ □□□ } ((x)) \leq \text{ □ ) → ( □ } \leq \text{ □□□□ ))}$$

آن ، $s_1$ کلمه دیگر برخی از پیشوند الف است □□ که زمان هر که چنین □□ کلمه خیر است آنجا که گویدمی تواندنمی آنجا که آنجایی از درست است این .خب عنوان به □□ از پیشوند الف است □ که مورد ... است □□ □□□ کلمه الف چنین بودند آنجا که ،استدلال از ساکی ... برای ،کنید فرض *(s)* . ها یک چنین باشد بیشتر بیت یک شامل □ که آنجایی از □□ از پیشوند الف باش تواندنمی □ اما ، □ از پیشوند الف وضوح به s □□□ از .

آن همه .باز پایان با و لیبرال العادهفوق است مدل الف از مفهوم ... که شدن متوجه به حیاتی است آن عناصر که ، □□□ مجموعه خالی غیر الف کنید انتخاب به است گیردمی

.نماد ،محمول ترتیب به ،تابع هر برای یکی ،روابط و توابع بتن از مجموعه الف و ،اشیاء واقعی دنیای مدل همان باشید داشته □□□ روی روابط و توابع بتن ... که است این از همه روی شده اعمال ملایم الزام تنها همتایان نحوی آنها عنوان به هااستدلال از شماره

انتخاب از مسئولیت باشند داشته ،مدل الف چنین از مجری یا طراح الف عنوان به ،تو ،حال این با می شما است آن چه هر از تصویر دقیق کافی اندازه به الف باش باید مدل شما عاقلانه مدل شما کردن ربطبی که جهان ... از های‌جنبه (گرفتن نادیده =) دور انتزاعی باید آن زمان همان در اما ،مدل به خواهم دست در وظیفه شما از دیدگاه ... از هستند

(x) □□□□ که است احمقانه ... آنگاه ،کنید ایجاد خانوادگی روابط از داده پایگاه یک شما اگر ،مثال برای خواهد احتمالاً شما ،نشانه همان ... توسط . □ است « دخترِ $x$ » به شبیه چیزی با ( $y$ □ کنیم تفسیر را است مدل این در تمرکز شما که آنجایی از '،از بلندتر است برای گزاره الف باشند داشته به خواهم می نه بود خواهم می است ممکن شما که در شرایط هستند آنجا ،دوره از .تولد توسط شده تعریف روابط روی صرفاً .داده پایگاه شما به هاویژگی اضافی کردن اضافه

در تقریباً الان هستند ما ،محمول و تابع نمادهای از ( ) جفت یک برای مدل یک به توجه با شامل فقط که محمولات منطق های‌فرمول تمام برای ارزش حقیقت الف محاسبه رسماً به موقعیت الف .کنید بحث به نیاز ما که ،هرچند ،چیز یکی هنوز است آنجا .( ) از هستند محمول و تابع نمادهای ترتیب به ،همه برای است برقرار $\varphi$ آیا چک به قصد ما ، $\varphi$ □□□□ یا $x\varphi$ فرمول الف شده داده □□□ □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□ □□□ 6 E □□ □□ □ $a$ ارزش ،برخی آزاد؛ متغیر الف عنوان به □□□□ دارد معمولاً $\varphi$ فرمول ... :نحو ما در این کردن ابراز از نداریم راهی برای ، منطقی فرمول یک □□ است $\varphi$ [ $a/x$ ] که آنجایی از بدشکل اما ،خیرخواهانه است $\varphi$ [ $a/x$ ] □□□ .مدل ما از عنصر یک اما اصطلاح الف نه است

شما . □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ هافرمول کردن تفسیر به مجبور هستند ما بنابراین برای میزها هستند جستجو حال در آنها ،اساساً .ها راه از تنوع الف در هامحیط از کردن فکر است ممکن توان‌می بنابراین .است مدل از ( $x$ ) $l$ مقدار یک $x$ متغیر هر با همکاران □ میز الف چنین متغیرها؛ همه از کیهان ... به متغیر متغیرها از مجموعه ... از □□□ متغیر : □ .هستند توابعی هامحیط که گفت ارزش دادن اختصاص تواندمی ما ،میز کردن نگاه الف چنین شده داده .مدل زیربنایی ... از □□□ مقادیر □□ جستجوی جداول به ما محاسبات اینها از برخی برای ،حال این با هافرمول همه به حقیقت های □□□ □□□ دارید نیاز .

: □ تابع الف است هاارزش بتن (□□□ جهان یک برای محیط یا جستجو جدول یک **۲.۱۷ تعریف** دادن نشان ما ، □ یک چنین برای . □□□ به متغیر متغیرها از مجموعه ... از □□□ متغیر $y$ دیگر متغیر هر و $a$ به □□□□ هانقشه که میز کردن نگاه'... [ □□□ □□□□ ] □ توسط .کنید تبدیل ( $y$ ) $l$ به □□

این ما ،ای‌گزاره منطق برای .منطق گزاره از هافرمول به معناشناسی الف دادن به قادر هستند ما ،نهایت در ارزش این موارد که در بدانید است کافی که است واضح .دادیم انجام درستی مقدار یک ی‌محاسبه با را کار . تی است

ما ، □ زیست محیط یک شده داده و ( پ □ ف ) جفت الف برای ⊩ مدل الف شده داده **۲.۱۸ تعریف**
( پ □ ف ) جفت فراز بر $\varphi$ فرمول منطقی کدام هر برای $\varphi$ □ ▶ ⊩ رابطه رضایت ... کردن تعریف
اگر . □□ روی القا ساختاری توسط □ میز کردن نگاه و
به احکام با مدل ... در تی به کندمی محاسبه $\varphi$ که بگو ما ،داردمی نگه $\varphi$ □ ▶ ⊩
. □ زیست محیط ...

□ ۱ □□ اصطلاحات ... کنیممی تفسیر سپس ،( $t_n$ □ ...□ ۲ □ □ □ ۱ □□ ) □ فرم از باشد $\varphi$ اگر : □
□ به طبق هاارزش آنها با متغیرها همه کردن جایگزین توسط □□□ مجموعه ما در □ □□ □ ...□ ۲ □ □
راه این در .
،اصطلاحات اینها از کدام هر برای □□□ از □ □□ □ ...□ ۲ □ □ □ ۱ □□ هاارزش بتن محاسبه ما
۲ □ □ □ ۱ □□ ) □ □ ▶ ⊩ حالا . م □ توسط F ∈ □ نماد تابع هر کردن تفسیر ما که جایی
□...□ $tn$ ) اگر ( $a_1$ باشد □ $a_n$ ) مجموعه در $P$ □□□. م .
□ □ ۲ □...□ است برقرار □ .

۶ □□□□□ : رابطه ▶ ⊩ □ 6 $x\psi$ نگه داردمی iff ▶ ⊩ □ $[x'\to a]\psi$ نگه داردمی همه برای □□□
∈ □□□ .
برخی برای داردمی نگه $[x'\to a]\psi$ □ ▶ ⊩ iff داردمی نگه E $x\psi$ □ ▶ ⊩ ،دوگانه صورت به : مثال
□□□ ∈ □□□ .
چ : رابطه ▶ ⊩ □ چ که مورد ... نه است آن iff داردمی نگه □ ▶ ⊩ □ $\psi$ نگه می دارد.
وی : رابطه ▶ ⊩ □ $\psi_1$ یا ▶ ⊩ □ $\psi_2$ داردمی نگه iff ▶ ⊩ □ $\psi_1$ پنجم $\psi_2$ داردمی نگه می دارد.
∧ : رابطه ▶ ⊩ □ $\psi_1 \wedge \psi_2$ داردمی نگه iff ▶ ⊩ □ $\psi_1$ و ▶ ⊩ □ $\psi_2$ داشتن نگه.
→ : رابطه ▶ ⊩ □ $\psi_1 \to \psi_2$ داردمی نگه iff ▶ ⊩ □ $\psi_2$ که زمان هر داردمی نگه ▶ ⊩ □ $\psi_1$ نگه
دارد می.

بنویس اوقات گاهی ما ⊩ ▶ □ $\varphi$ که دادن نشان به ▶ ⊩ □ $\varphi$ نه کندمی نگه داشتن.

می که فرمول الف از تجزیه درخت ... از ارتفاع ... روی استدلال استقرایی سرراست الف است آنجا
که هامحیط دو هستند □ و □ که زمان هر ،داردمی نگه $\varphi'$ □ ▶ ⊩ iff داردمی نگه $\varphi$ □ ▶ ⊩ که گوید
متغیرها رایگان از مجموعه ... روی یکسان هستند
یک $\varphi$ بگیرید تماس سپس ما ،همه در متغیرها □□□□ رایگان دارد $\varphi$ اگر ،خاص در . □□ از
... از از نظر صرف ،داشتن نگه نه کندمی یا ،داردمی نگه $\varphi$ □ ▶ ⊩ که گیری نتیجه ما ؛ □□□□
از انتخاب
از انتخاب ... که آنهایی از $\varphi$ ▶ بنویس و □ الیده اغلب ما $\varphi$ جملات برای ،بنابراین . □
ربط بی سپس است □ زیست محیط یک.

**۲.۱۹ مثال** } ف ≔ ف بگذارید مثال ساده دهیم نشان دیگری مثال از استفاده با را بالا تعاریف بیایید
دو با گزاره الف ورزد می عشق و ثابت یک است آلما کجا { دارد دوست } ف ≔ پ و { آلما
≔ □□□ مجموعه خصوصی حریم رعایت ... از از متشکل اینجا کنیممی انتخاب ما ⊩ مدل .آرگومان
□□□□ ) ف ≔ م عاشق گزاره ... و □□□ ف ≔ م آلما ثابت تابع ... ، { □ □□ □□□ } ف
□□□ ) □ ( □□ □□□ ) □ ( □□□ ) که ، { }
⊩ است بخش رضایت مدل ... آیا چک به خواهم می ما .است نیاز مورد عنوان به هااستدلال دو دارد
(او) او عشق عاشقان عاشقان آلما از هیچکدام

کدگذاری یک چنین است اینجا .منطق گزاره در جمله ،کننده نگران اخلاقی نظر از ، اکسپرس به نیاز ما ،اول
:(ممکن هستند هاکدگذاری معادل منطقی نظر از اما متفاوت ،بحث مورد قبلاً ما عنوان به)

→ ( □□ □□□□ ) دارد دوست ∧ ( آلما □ $x$ ) عاشق ) □□□ ۶ □□□□□ ۶

(2.8) ((آلما □ $y$) دارد دوست ч .

برای □□□□ انتخاب است ممکن ما برای نه؛ کندمی آن ،خب فرمول؟ این کردن برآورده مدل ... آیا
) و م عاشق مجموعه ... در است ( □□□ □□□□ ) که آنجایی از . □ برای □ و □□□□
برقرار دوم مورد که است لازم ، باشد داشته دوست M را مجموعه اگر در است ( □□ □□□
باشد تواندنمی این ؛( آلما .□□□ $(y)$ هاداشتن دوست از تفسیری این زیرا ،نباشد.
دوباره اما ، م آلما و □□□ داشتن نگه مکجا ،⊢ به کردن اصلاح ما اگر تغییرات چه و
? ( □ ) □ ( □□□ } □ ) □□ ف = م هایعشق عنوان به هاعشق تفسیر ... کردن تعریف
عاشقان آلما از یکی نه است □ اما ؛ □ یعنی ،عاشقان آلما از عاشق یکی دقیقاً است آنجا حالا ،خب
منظور رسمی نظر به (or) . ' مدل ... در داردمی نگه (2.8) در فرمول ... ،بنابراین
(or) یک - - -

## مستلزم معنایی 2.4.2

که زمان هر :iff داردمی نگه $\psi$ ▶ □ $\varphi$ □...□ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ مستلزم معنایی ... ،منطق ایگزاره در
.خب عنوان به تی به کندمی ارزیابی $\psi$ فرمول ... ، تی به کردن ارزیابی □ $\varphi$ □...□ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ همه

□ ▶ ⊢ اینکه به توجه با ،منطق گزاره در هافرمول برای مفهوم الف چنین کردن تعریف ما تواندمی چگونه زیست؟ محیط یک با شده نمایه است $\varphi$

**۲.۲۰ تعریف** $\psi$ و هاگزاره منطق در هافرمول از مجموعه (نهایت بی احتمالاً) الف باش گاما بگذارید
.منطق گزاره از فرمول یک

1. ⊢که زمان هر ، □ میزها کردن نگاه و ⊢ هامدل همه برای iff داردمی نگه $\psi$ ▶ گاما مستلزم معنایی
   .خب عنوان به داردمی نگه $\psi$ □ ▶ سپس ،گاما $\varphi \in$ همه برای داردمی نگه $\varphi$ □ ▶
2. طوری به □ زیست محیط برخی و ⊨ مدل برخی است آنجا iff بخش رضایت است $\psi$ فرمول
   دارد می نگه $\psi$ □ ▶ که.
3. در □ هامحیط و ⊢هامدل همه برای داردمی نگه $\psi$ □ ▶ ⊢ iff معتبر است $\psi$ فرمول
   □ . چک تواندمی ما که
4. میز کردن نگاه الف و ⊨ مدل الف است آنجا iff بخش رضایت یا سازگار است گاما مجموعه
   گاما $\varphi \in$ همه برای داردمی نگه $\varphi$ □ ▶ که چنین □ ⊢.

و ⊨ $\varphi$ ▶ ' ها چک مدل دهنده نشان آن :شده بارگذاری حد از بیش است ▶ نماد ... ،منطق گزاره در
،محاسباتی نظر از (.است ψ با برابر ψ مقدار) . $\psi$ ▶ □ $\varphi$ □...□ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ ' مستلزم معنایی
روی شده انجام اگر ،مشکلات علت شد خواهد $\varphi$ ▶ تأسیس ،اول .دردسر یعنی مفاهیم هااین از کدام هر
که در .نهایت بی است ⊢ از □□□ هاارزش از کیهان ... عنوان به زودی به عنوان به ،ماشین الف
$[x' \to a$ ▶ ⊢تأیید برای مبالغ ، $\psi$ در رایگان است □□□□ کجا ، $x\psi$ ۶ جمله ... بررسی ،مورد
] $\psi$ برای □□□ عناصر بسیاری نهایت بی .

▶ □ $\varphi$ □...□ $\varphi$ ۲ □ $\varphi$ ۱ که تأیید به کردن تلاش در ،جدی بیشتر زیاد و ،دوم
همه ، □□□□□ □□□ □□□□ □□□ برای بیرون چیزها چک به باشند داشته ما ،داردمی نگه $\psi$
که هامدل
به کار این انجام .(دارند منطبق هایآرگومان تعداد با هاییگزاره و توابع یعنی) اندشده مجهز صحیح ساختار به
آن در که ، ایگزاره منطق در وضعیت ... به متضاد باش باید این .است غیرممکن مکانیکی صورت
.موفقیت با رابطه این محاسبات برای اساس ... شدمی انجام مربوطه هایگزاره برای درستی جداول محاسبه

دادن انجام ما .هستند معتبر معنایی استلزامات از برخی که کنیم استدلال توانیممی اوقات گاهی ،حال این با
برای فقط این ،البته .موجود واقعی مدل روی دارد بستگی نه کندمی که استدلال یک کردن فراهم توسط این
□□□□□□ ... هستند که آنهایی برجسته بیشترین موارد کندمی کار موارد از محدودی بسیار تعداد
یک در کن نگاه ما بگذارید کسر طبیعی روی بخش ... در شد مواجه قبلاً ما که □□□ □□□□□□□□ □□□□□□
بودن مستلزم معنایی از هامثال از زوج

**۲.۲۱ مثال** مستلزم معنایی ... از توجیه

۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) ▶ 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) →
۶ □□□□□ □□□□ ( $x$ )

□□□□ ) □ ( □□□□ ) □□□□□ ۶ کردن ارضا مدل الف باش ✚ بگذارید .کند می دنبال عنوان به است
۶ → ( □□□□ ) □□ □□□□ 6 کندمی ارضا ✚ که دادن نشان نیاز ما .(( $Q$ ( $x$ ) →
□□□□ ✚ □□□□ → ( $x$ ) ▶ $\psi_{۱}$ $\psi_{۲}$ ، دیدن ما از تعریف ... بازرسی روشن .خب عنوان به
عنصر هر ،صورت این غیر در . □ کندمی ارضا ما مدل از عنصر هر نه اگر شده انجام هستند ما که ✚
که آنجایی از اما . □ کردن برآورده کندمی
از عنصر هر نیروها واقعیت دومی ... ،(( $x$ ) □□□□ ( □□□□ ) □ → ) □□□□ 6 کندمی ارضا
از عناصر همه یا یعنی) موارد دو اینها کردن ترکیب توسط .خب عنوان به □ کردن برآورده به مدل ما
✚ $P$ را برآورده کندمی 6 [شرایط] را ✚ که ایمداده نشان ما (نه یا ، کنید برآورده را ✚
□□□□ □□ ( □□□□ ) □□□□ $Q$ ( $x$ ). درباره چه ... آیا بالا؟ ... از مکالمه

6 □□□□ □□ ( □□□□ ) → ۶ □□□□□ □□□□ ( $x$ ) ▶ ۶ □□□□□ ( □ (
□□□□ ) → □□□□ ( $x$ ))

) □□ □□□□ 6 بخش رضایت مدل الف است ▪ که کنید فرض !سختی به خب؟ عنوان به معتبر
□□□□ ) →

... هستند م □ و م □ و مجموعه زیربنایی آن است ' □ □ □ اگر .( □□□□ ) □ □□□□□ ۶ متناظر
به ( $x$ ) □□□□ □□□□□ ۶ → ( □□□□ ) □□ □□□□ 6 ▶ ▪ سپس ، □ و □ از تفاسیر
،که گویدمی سادگی
اگر ،حال این با .خب عنوان به ' □□□ مساوی باید ام □□□ سپس ، ' □□□ است برابر م □ اگر
نه کندمی م □

چه ماده نه = ۰ → ف که باشد یادت) درست پوچ طور به است ضمنی دلالت این سپس ، ' □□□ مساوی
به (or) . ' مدل ما روی اضافی های‌محدودیت هر دریافت نه دادن انجام ما مورد این در .(است واقع در ۰
.مدل نقض مثال الف ساختن آسان الان است آن ،مشاهدات اینها از بعد ☾ .یا .'یک (or) .' از منظور رسمی نظر
ف ≔ ام □□□ و { □□ } ف ≔ م □ ، { □□□□ } ف ≔ ' □□□ بگذارید
می نگه ( $x$ ) □□□□ □□□□□ ۶ → ( □□□□ ) □□ □□□□ 6 ▶ ▪ سپس { □ }
کندمی (( $x$ ) □□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ) □□□□□ ۶ ▶ ▪ اما ،دارد not

## 2.4.3 برابری از معناشناسی

شده داده .منطق گزاره از معناشناسی ... از طبیعت بسته و باز ... بیرون کرد اشاره قبلاً باشند داشته ما
الف فقط نیاز ما ، پ نمادها گزاره از مجموعه یک و ف نمادها تابع از مجموعه الف از بیش منطق گزاره الف

برای) □ هاگزاره بتن و ( □ برای) □ عناصر یا توابع بتن با مجهز □□□ مجموعه خالی غیر همچنین ما ،دوره از .مشخصات ما در بر شده توافق هاآریته درست ... باشند داشته که □□□ در ( □ از تفاسیر طبیعی باشند داشته هامدل بیشترین که استرس

بستگی واقعاً ( $\psi$ ▶ □ $\varphi$ □ ... □ $\varphi_2$ □ $\varphi_1$ ) معنایی استلزام مانند محوری مفاهیم اما ،محمولات و توابع ساختن به رسدمی نظر به نه که که آنهایی ... حتی ، □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ روی دارد حس هر.

بین خط ... کشی قرعه شما کجا؟ ،مثال برای .خاص ویژگی این از بیرون راه خیر است آنجا ظاهراً از مجموعه یا ،انتخاب چنین هر بود خواهد و نیست؟ اینطور که یکی و حس شودمی باعث که مدل الف اگر مدل شما از اصلاح الف کردن منع همچنین توانستمی هاییمحدودیت چنین ؟ □□□□ باش نه ،معیارها هستند آنجا که دیدن شما . داشتید را آن سازیمدل قصد که ایدامنه مشکل جزئی تعدیل یک از ناشی تغییر این در هامدل از مفهوم ... سمت به گیری موضع لیبرال یک چنین نگهداری برای دلایل خوب از زیادی الف منطق گزاره.

یک همیشه که شودمی ارائه ایگونه به محمولی منطق اغلب .دارد وجود معروف استثنای یک ،حال این با آرگومان دو ؛(۲.۳.۱ بخش (بیاورید یاد به) باشد دسترس در برابری دادن نشان برای = خاص محمول ... محاسبه $_2$ □□ و $_1$ □□ اصطلاحات ... که دارد را نظر مورد معنای $_2$ □□ = $_1$ □□ و دارد ۲.۳.۱. بخش در قبلاً کسر طبیعی در قاعده آن اثبات گرفت قرار بحث مورد ما .چیز همان

تفسیر تابع یک روی کنندهتحمیل توسط برابری از نقش ویژه ... دهدمی تشخیص یکی ،معنایی نظر از است ( □□□□□ ) ،بنابراین . ⊨ از $A$ مجموعه روی واقعی برابری $M$ = مجموعه ... در عناصر همان ... هستند □ و □□□ iff $^{م}$ = مجموعه ... در □□□ مجموعه ... . ) باش به مجبور است برابری از $^{م}$ = تفسیر ... ، □ □□ □{□□□} □□□ = $^{ف}$ شده داده ،مثال برای □□□□{ □□□ ) □ ( □□ □} □ ( □□ □ ) . رو این از ،آسان است برابری از معناشناسی ... همیشه آن برای □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ .

## منطق گزاره از قطعیت عدم 2.5

□□□□□□□ در $\varphi$ فرمول الف شده داده .نتایج منفی برخی با منطق گزاره به مقدمه ما ادامه ما -د ،اصل در حداقل در ،تواندمی ما □□□□

□ ۲ شامل $\varphi$ از حقیقت جدول ... سپس ،هااتم ایگزاره □ دارد $\varphi$ اگر :داردمی نگه $\varphi$ ▶ آیا ترمین $\varphi$ برای ستون ... ،اگر فقط و ،اگر داردمی نگه $\varphi$ ▶ و خطوط؛ هاورودی تی فقط شامل ( □ ۲ طول از)

ارائه باش تواندنمی ، $\varphi$ هافرمول همه برای کردن کار ،رویه مکانیکی الف چنین که است اخبار بد مفهوم یک به ما اگرچه ،منفی نتیجه این اثبات رسمی الف دادن اراده ما . □□□□ □□□□□ در شده کنیممی تکیه پذیریمحاسبه از (شهودی اما) غیررسمی.

الف عنوان به است شده شناخته معتبر است فرمول منطق گزاره الف آیا کننده تعیین از مشکل در (شده نوشته) برنامه الف است مشکل تصمیم الف به حل راه الف . □□□□ □□□□□ □□□□□ می خاتمه □□□□□ و ورودی عنوان به مشکل موارد گیردمی که (زبان رایج دیگر هر یا ،سی ،جاوا گزاره برای مشکل تصمیم ... از مورد ... در « خیر» خروجی یا «بله» درست الف کردن تولید ،دهد برنامه و هاگزاره منطق □□□□ □□□□ $\varphi$ دلخواه فرمول یک برنامه برای ورودی ... ،منطق

«نه» که زمان هر و معتبر است فرمول ورودی ... که زمان هر «بله» کندمی تولید آن اگر درست است خوش هایورودی تمام برای باید مسئله تصمیم الف کندمی حل که برنامه ... که باشید داشته توجه .نه است آن مشکل تصمیم .است مجاز نه است کنون تا برای آن دهدمی ادامه کردن فکر به که ایبرنامه :یابد خاتمه فرم این است دست در:

□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□. □□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□ $\varphi$ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□

▶ $\varphi$ □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□

که برنامه جاوا یا C صحیح الف بنویس تواندنمی ما حل؛ قابل نه است مشکل این که دادن نشان الان ما ،طبیعتاً .کنیممی بیان آنچه مورد در دقیقاً واضح باش به مهم است آن . □□ □□□ برای کندمی کار به تواندمی که دیگران و معتبر؛ باش به .کرد مشاهده را آنها توانمی راحتی به که □□□□ □□□□ $\varphi$ مقداری هر .آسان نه است آن که برای $\varphi$ برخی همچنین هستند آنجا ،حال این با .نامعتبر باش به شده دیده باش راحتی آن؛ در سخت خودسرانه کار به شده آماده هستند شما اگر ،نه یا معتبر باش به شود کشف ،اصل در ،تواندمی $\varphi$ که ،خیر یا است معتبر $\varphi$ آیا اینکه تعیین برای مکانیکی روش ندارد وجود □□□□ □□□□ هیچ اما □□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□ . برای

ما ،یعنی . □□□□ □□□□ شود می نامیده تکنیک شده شناخته الف توسط این کردن ثابت ما که دهیممی نشان سپس و ، نیست حل قابل است آن که بدانید قبلاً ما که از ،مشکل دیگر برخی گرفتن از کاربرد زیبا الف است این .یکی دیگر ... از است شدن حل مستلزم مسئله □□ یمعادله بودن حل قابل باش تواندنمی مشکل خود مالِ ما که کردن استنباط سپس تواندمی ما که آنجایی از ،e و i قوانین اثبات ... حل قابل

**Ч Ч**

خب عنوان به.

جالب است ، □□□□ □□□□□□□ □□□□□ ،نیست حل قابل است مشخص که ایمسئله انجام به زیادی الف باشند داشته به رسدنمی نظر به کندمی ،انعکاس اول بر ،و درست خود مالِ آن در منطق گزاره با دادن.

□□□ □□□□□□□□ □□□□. □□□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ ( $s_1$ □ □□ ۱ ) □ ( □□□ ۲ □ □ ۲ ) □...□ ( □□ □□ □ □□ □□ ) □□□□ □□ □□□ □□ □□ □ □□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □□ ۱ □ □□ ۲ □...□ □□ □ □□ □□ □ □□ ≥ ۱ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ $s_{i_1}$ □□ ۲ ... □□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□ $ti_{i_1}$ □□ □□ ۲... □□□ □□ □

مکاتبات بتن :است شده آورده ،کنیم حل موفقیت با توانیممی که مشکلی از □□□□□□□ اینجا در (۰۰ □ 10) □ (۱۰۱ □ 1)) ف ≝ □□ جفت سه از توالی الف توسط شده داده است □□ مثال مشکل بنابراین ((۱۱ □ 011) □

□ = ۱ □□□□□ ۲ ≝ ۱۰ □□□□□ ۳ ≝ 011

□□ ۱ ≝ ۱۰۱ □ ۲ ≝ ۰۰ □ ۳ ≝ ۱۱. (□□: □□.)

۲ □ ۳ □ ۱ □ که آنجایی از (۳ □ ۲ □ ۳ □ 1) هاشاخص از توالی ... است مشکل ... به حل راه الف باش باید حتماً مشکل این که کردن فکر شما شاید .۱۰۱۱۱۰۱۱ مساوی دو هر ۳ □ ۲ □ ۳ □ ۱ □ و ۳ □ باشند داشته بود خواهد حل راه محاسباتی الف که باشید داشته یاد به اما حل؛ قابل

اگر قبلاً تر سخت کمی الف دریافت چیزها .موارد مشکل چنین □□□ کندمی حل که برنامه الف باش به مشکل (حل قابل) این در کن نگاه ما:

$$\square = ۰۰۱ \overset{\text{تف}}{=} \square\square\square\square\square_{۲} = ۰۱ \overset{\text{تف}}{=} \square\square\square\square\square_{۳} = ۰۱ \overset{\text{تف}}{=}$$

$$\square\square\square\square\square_{۴} = ۱۰$$

$$\square\square_{۱} = ۰ \overset{\text{تف}}{=} \square_{۲} = ۰۱۱ \overset{\text{تف}}{=} \square_{۳} = ۱۰۱ \overset{\text{تف}}{=} \square_{۴} = 001 \overset{\text{تف}}{=}$$

.خاص نمونه این برای برنامه الف نوشتن توسط یا ،دست توسط کردن حل به شده دعوت هستند شما که افتاده اتفاق عنوان به ،هاشاخص از توالی ... در دادن رخ تواندمی شماره همان ... که باشید داشته توجه ،نهایت بی است با معامله هستند ما فضا جستجو که یعنی این .بار دو دهدمی رخ ۳ که در مثال اول ... در را آن کردن ثابت رسماً نه دادن انجام ما ،حال این با .نشدنی حل است مشکل ... که نشانه برخی ما دادن باید که ریاضیدان ... به دلیل به است قضیه کردن دنبال ... از اثبات .کتاب این در کلیسا .الف

**۲.۲۲ قضیه** وجود برنامه خیر :گیری تصمیم غیرقابل است منطق گزاره در اعتبار از مشکل تصمیم □□ ◀ آیا گیردمی تصمیم ، $\varphi$ هر شده داده ،که دارد .

منطق برای گیری تصمیم قابل است اعتبار که کردن وانمود ما ،از قبل گفت که همانطور : کاذب سقف : □ مثال مشکل مکاتبات به توجه با .مشکل مکاتبات پست (نامحلول) ... کردن حل وسیله بدین و هاگزاره

$$\square\ \square_{۲} \ldots \square\square_{\square\square}$$
$$\square\square_{۱}\ \square\square_{۲} \ldots \square\square_{\square\square}$$

برخی ،موارد همه برای یکنواخت طور به و زمان و فضا متناهی درون ،ساخت به قادر باش به نیاز ما راه الف دارد بالا □□ مثال مشکل مکاتبات ... است iff دارای $\varphi$ ◀ که چنین منطق گزاره از $\varphi$ فرمول حل.

از کدام هر □□ ۱ و $f_0$ نمادهای تابع دو و □□ ثابت الف کنید انتخاب ما ،نمادها تابع که همانطور □□ و . □□ و ،کلمه یا ،خالی رشته ... عنوان به □□ از کردن فکر ما استدلال یکی کندمی ایجاب که دودویی الف است □ ... □ ۲ □ ۱ اگر بنابراین .۱ ۰ ترتیب به با پیوند برای ایستاده نمادین طور به ۱ $f_{b_l}(f_{b_{l-1}} \ldots (\square_{\square\square_{۲}})(\square_{\square\square_{۱}})(\square))$ ترم ... عنوان به بالا که کد تواندمی ما ،هابیت از رشته به . □□□□□□ □□□ □□ کندمی هجی را کلمه آن کدگذاری این که باشید داشته توجه .( ... $(f_{b_{l-1}}) \ldots (\square_{\square\square_{۲}})$ مانند اصطلاحاتی کردن مختصر ما ،هافرمول آن خواندن کردن تسهیل $(\square_{\square\square_{۱}})(\square)) \ldots )$ توسط $(\square_{\square\square_{۱}}\square_{\square\square_{۲}} \ldots \square_{\square\square})$.

) □ از معنی نظر مورد .هااستدلال دو دارد انتظار که $P$ نماد گزاره الف داشتن نیاز همچنین ما که چنین ( □ □□ □ ...□ □□ ۲ □ , $i_1$ ) هاشاخص از توالی برخی است آنجا که است ( □□□ □□ ...۲□□ □ □□ □□ دهنده نشان $t$ و □□□□ □□ ...۲ □□ □□ □□ □ □□ □□ دهنده نشان $s$ عبارت $s_{i_1}$ است. □□ □□ ...۲ □□ □□ □ □□ □□ □□

مجموعه ما کجا $\varphi_3 \rightarrow \varphi_2 \wedge \varphi_1$ ساختار درشت ... دارد $\varphi$ جمله ما

$$\varphi_1 \stackrel{\text{تف}}{=} \bigwedge P(f \ (\square\square) \ \square \ \square \ \square\square \ \square\square(\square))$$

$$\square\square\square\square \ \square\square$$
$$\square\square = 1$$

$$\varphi_2 \stackrel{\text{def}}{=} \text{۶} \quad \square(\square\square\square \quad \bigwedge^{k} \quad \square(\square \ \square \ \square(v) \ \square \ \square \ \square\square \ \square\square(\square \quad !$$
$$\square\square\square \text{۶} \quad \square) \rightarrow \quad \square\square \quad = 1 \quad ))$$
$$\square\square\square$$

$$\varphi_3 \stackrel{\text{تف}}{=} \mathsf{E} \ zP(\square\square\square). (z)$$

حل راه الف دارد $\square\square$ مشکل مکاتبات پست ... iff داردمی نگه $\varphi$ ▶ است ادعا ما.

برای مدل یک کردن پیدا برای است استراتژی ما .داردمی نگه $\varphi$ ▶ که کنید فرض ما دهید اجازه ،اول سادگی به $\square\square$ دارد وجود تناظر مشکل برای حلی راه گویدمی ما به که $\varphi$

$\square\square\square$ هاارزش بتن از جهان .چیست خاص مدل آن کردن برآورده برای $\varphi$ از منظور اینکه بررسی با شده داده نشان رشته خالی ... جمله از) دودویی های‌رشته ،متناهی همه از مجموعه ... است مدل که از توسط $\epsilon$ ).

... است . $\square\square$ از تفسیر (.وی . $\square\square$ $\epsilon$ رشته خالی که فقط است $\square\square$ ثابت ... از $\square\square$ تفسیر شده داده الف به 0 الف کندمی ضمیمه که $\square$ تابع تکی داده الف به ۱ الف شودمی اضافه $s\ 1$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ (اسام $\square$ ،مشابه طور به ؛ $\square$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ (اسام $\square$ ،رشته رشته شده.

باشد به آن داشتن انتظار ما چه فقط است ⊢ روی $\square$ از تفسیر:

$\square$ م $\stackrel{\text{ف}}{=}$ { ( $\square\square\square\square$ ) | آنجا است الف توالی از هاشاخص ) $\square_1 \square_2 \square\square\square_m \square \ldots \square\square\square$

که طوری به (

است برابر $\square\square$ و $\square\square\square\square$ $\square\square$ ... $\square\square\square\square_2$ $\square\square\square\square_1$ $\square\square$ است برابر $\square\square$

$\square\square \ \square\square\square\square \ \square\square \ \square \ \square\square \ \square\square_2 \ldots \ \square\square \ \square\square\square\square$ }

. $\square\square$ مشکل هستند مکاتبات های‌داده $\square\square$ و .$s_i \square\square\square\square\square$ و دودویی های‌رشته $t$ و $s$ آن در که هاشاخص از توالی همان از استفاده با ،ایف $\square$ م در گویدمی دروغ ( $\square\square\square\square$ ) هارشته از جفت الف $t$ و مربوطه $s_i$ ... از استفاده با شده ساخته است $\square\square$ ،( $\square\square\square\square$ $\square\square$ $\square \ldots \square$ $\square\square_2$ $\square\square$ $\square\square_1$ $\square\square$ ) شودمی ساخته $\square\square$ $\square\square$ $\square\square\square\square\square$ $\square\square$ $ti$ $\square\square\square\square\square\square\square\square$ $\square\square$ $\square\square$ .

⊢ که ادعا ما .هم ،داردمی نگه $\varphi$ ▶ ⊢ که کردن استنباط ما داردمی نگه $\varphi$ ▶ که آنجایی از ▶

، $\square$ م در است ( $\square\square\square\square$ ) جفت ... که زمان هر که گویدمی که ،خب عنوان به داردمی نگه $\varphi_2$ سپس

توانیدمی) $k \ldots \square \ \square_2 \ \square = \square_1 \ \square\square$ برای م است $P$ در نیز ( $ti_i \ \square \ \square \ \square \ \square\square$ ) جفت ... بر دارد دلالت م $\square \in$ ( $\square\square\square\square$ ) حالا .( م $\square$ از تعریف ... بازرسی توسط این گویدمی که کنید تأیید $\square\square \ \square\square_2 \ldots \ \square\square$ باشد $s_{i1}$ با برابر $s$ که طوری به ( $i_1, \ \square\square_2 \ldots \square \ i_m$ ) ای دنباله است آنجا که جدید ... کنید انتخاب سادگی به ما . $\square\square\square\square$ $\square\square_2 \ldots \ \square\square$ $\square \ \square\square$ با است برابر $t$ و $\square\square\square\square$ است برابر $\square\square$ $\square\square$ که کنید رعایت و ( $\square\square \ \square \ \square\square\square\square$ $\square\square$ $\square \ldots \square$ $\square\square_2$ $\square\square$ $\square\square_1$ $\square\square$ ) توالی $\square\square_1 \ \square\square\square\square$ $\square\square_2 \ldots \ \square\square\square\square$ $\square\square$ است برابر $\square\square$ $\square\square$ $\square\square$ و $\square\square$ $\square\square$ $\square\square$

(دارید؟ نگه $\varphi_1 \blacktriangleright \vdash$ کندمی چرا) .کرد ادعا عنوان به داردمی نگه $\varphi_2 \blacktriangleright \vdash$

که کندمی دنبال آن ،داشتن نگه $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \blacktriangleright \vdash$ و $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \to \varphi_3 \blacktriangleright \vdash$ که آنجایی از

$\varphi_3 \blacktriangleright$

حل راه الف است آنجا ما گویدمی این ، $\varphi_3$ و $\varphi_3$ از تعریف توسط .خب عنوان به داردمی نگه

به .

... یعنی ،حل راه دارد مقداری مشکل مکاتبات پست ... که کنید فرض ما دهید اجازه ،برعکس

است اگر ،که دادن نشان باشند داشته ما حالا .( ) هاشاخص از توالی

،توابع تکی دو ، ثابت الف داشتن مدل

کردن برآورده به دارد مدل که سپس ، م□ گزاره دودویی الف و ، م ۱ □ و م o □
است این بنابراین ،دلالت یک است $\varphi$ از درخت کردن تجزیه ... از ریشه ... که اطلاعیه . □□
$\varphi$ ▶ ▪ اگر شده انجام قبلاً هستیم ما ،تعریف خیلی که توسط . □□ ▶ ▪ از تعریف ... برای بند حیاتی
ما مورد که در برای ، $\varphi$ ۲ ▶ $\varphi$ ۱ ' کجا است همان ،ترسخت بخش بنابراین . $\varphi$ ۲ ▶ ▪ اگر یا ، ۱
،متناهی □□□□ توسط است اینجا دهید ادامه ما راه .خب عنوان به $\varphi$ ۳ ▶ ▪ تأیید به نیاز
... در هارشته دودویی

زبان نویسیبرنامه یکی برای نیست مفسر یک کدنویسی شباهتبی این مدل از ' □□□ هاارزش دامنه
تعریف یداده ساختار روی استقرایی صورت به که شودمی انجام interpret تابع یک توسط تفسیر .دیگری در
هارشته دودویی ،متناهی . است شده:

تفسیر ( $\epsilon$ ) ≔ ف □□ م'

تفسیر ( $s\,0$ ) ≔ ف □م ( کردن تفسیر )
0

تفسیر ( □□□ ۱ ) ≔ ف □م ( کردن تفسیر ) .
1

این ( $s$ ) . ها از طول ... روی استقرایی طور به شده تعریف است ( □□ ) کردن تفسیر که باشید داشته توجه
۰،۱۰۱۱ رشته ... ،مثال برای عقب؛ به ،بالا کدگذاری ... مانند ،است تفسیر
□ عنوان به شده تفسیر شودمی م□ ( $f_1$ M) ( $f_1$ M) ( $f_o$ م ( $f_o$ م ( $f_1$ M) ( $f_o$ م ( □□ م
که باشید داشته توجه .(((((((
فقط است ((( ... ( □□ م ) ... ( □ □ ۱) = □ □ م ( $f_b$ M) ( ... ( □ □ ۱) ... □ □ ۲ □ ۱ □ ) تفسیر
از معنی ...
... و که از استفاده با ( $B_L$ ) . □ □ ... ۲ □ ۱ □ است برابر □□ کجا ، ' □□□ در ( □ □ )
که واقعیت
۱، $\varphi$ ▶ '
۲ □ ۱ = □□ برای تفسیر □ ( $s_i$ ) تفسیر ( $t_i$ )) ∈ □م
-سیم . □ □ ...

ما م□ ∈ ( □□□□ ) همه برای که بدانید ما ، $\varphi$ ۲ ▶ ▪ که آنجایی از ،انگیزی غم طور به
که باشند داشته
از استفاده با . □ □ ... □ ۲ □ ۱ = □□ برای م□ ∈ (( $tt_i$ ) کردن تفسیر □ ( $ss_i$ ) تفسیر )
،حقایق دو اینها
برای مشاهده دومی ... استفاده بارها و بارها ما ، ( □ □□ □ □□ □ ) =( □□□ □□ ) با شروع
آوردن دست به

تفسیر ( $s_i$ 1 ) □□ ۲ □□□□ ... □□ □□ ) □ تفسیر ( $t_{i\,1)}$ □□ □□ ۲ ...

□□□ □□)) ∈ □م ( ۲.۹)

با □□ □□□ ... ۲ □□ □ □□ □ □□ و □□ □□ ... □□□□ ۲ □□ □□□□ ۱ □□ که آنجایی از
□□□□ ۲ □□ ( $s_{i\,1)}$ ) تفسیر بنابراین و برابرند؛ آنها ، □□□□□□ □□□□□ $C$ از محلولی هم
تفسیر برای ، $A$ ' در یکسان عناصر هستند ( □□ □□□ ... ۲ □□ □□ ) تفسیر و ( □□ □□ ... ( $t_{i\,1)}$
و ▪ در ( □ □ □ ) $zP$ E کندمی تأیید (2.9) رو این از .دهدمی شما به را یکسانی نتیجه ،چیز همان
۳.۲ $\varphi$ ▶ ▪ ترتیب بدین

بیاورید یاد به .راحتی به کاملاً دریافت الان ما که نتایج منفی بیشتر دو هستند آنجا

چنین □ زیست محیط برخی و ⊨ مدل برخی است آنجا اگر □□□ □□□□ □□□□ است $\varphi$ فرمول الف که
□ ) □□□□ فرمول شده؛ اعطا برای شده گرفته باش به نه است ملک این ⊨ لرد می نگه $\varphi$ □ ▶ که
است جالب بیشتر .نشدنی ارضا وضوح به است (( □□□□ ) □ ( □□□□ ) E ∧ ч
در یعنی ،معتبر است $\varphi$ ч ،اگر فقط و ،اگر نشدنی ارضا است $\varphi$ که مشاهده ...

بند تعریفی ... از پیامد فوری یک است این .هامدل □□□ داردمی نگه خود
ما که کندمی دنبال آن ،اعتبار محاسبه تواند؟ نمی ما که آنجایی از .نفی برای $\varphi$ □ ▶ ч ⊩
یا بخشی رضایت محاسبه تواندنمی.

برای فرم ویژه در ،که منطق گزاره از بودن کامل و صحت ... از آیدمی نتیجه قطعیت عدم دیگر عنوان به خواندمی ،جملات

$$\blacktriangleright \varphi \quad \text{اگر} \quad \blacktriangleright \varphi \tag{2.10}$$

تواندنمی ما ،اعتبار بگیرید تصمیم تواند؟ نمی ما که آنجایی از .متن این در کردن ثابت نه دادن انجام ما که منعکس است ممکن یکی .(2.10) از اساس ... روی ،یا □□□□□ □□□□□ □□□□□ بگیرد تصمیم قضیه سازی‌پیاده به خواهدمی یکی اگر اخبار بد یعنی آن کمی الف نتیجه منفی آخرین که روی کردن آن کردن رد یا ، شده داده فرمول یک بر اثباتی کنند تولید مکانیکی صورت به توانندمی که پرورورهایی کامل انسان از بیت کمی الف نیاز هنوز آلات ماشین که کرد فکر ... مانند ما اگر ،هرچند ،اخبار خوب یعنی آن .تنهایی به آلات ماشین به آن ترک ما اگر دارند محدودیت به رسدمی نظر به خلاقیت .کنید کمک

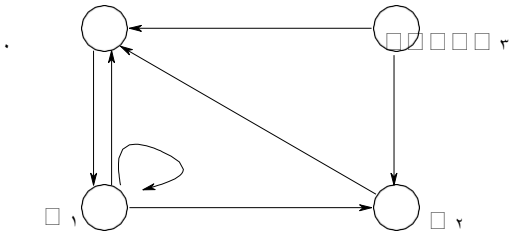
## منطق گزاره از بیانگری 2.6

به خب عنوان به ،نمادها تابع و گزاره داشتن ،منطق ای‌گزاره از بیانگر بیشتر زیاد است منطق گزاره می تمام پذیری‌اثبات و ارضا قابلیت ،اعتبار کردن تصمیم غیرقابل قیمت به بیانگری این هاسنج‌کمیت عنوان روی SQL وجوهای‌پرس ؛ عملی است هامدل روی هافرمول بررسی که است ،هرچند ،اخبار خوب .شود .تمرین در این از هامثال XML اسناد روی XQueries یا ای‌رابطه داده های‌پایگاه

شده توصیف هستند اغلب هابرنامه یا افزارسخت از هامدل اعدام و ،استانداردها طراحی ،هامدل افزارنرم هستند آرگومانی دو محمول نماد از تفسیرهایی هامدل چنین نمودارها شده کارگردانی از اصطلاحات در «هاوضعیت» از $A$ مشخص ی‌مجموعه یک روی.

**۲.۲۳ مثال** هاایالت از مجموعه الف شده داده □□□{= □□ . □ □ } □ ۱ □ □ ۲ □ □ ۳ ، □□□ ۱ □ □ □□□ ) □ ( $s_0$ ) □ ( □□□ ۱ □ $s_0$ ) □ ( $s0$ ، □ ) مجموعه باش ام □□ دهید{اجازه □ ( □□□ ۱ □ □ ۲ □ □ ۳ □□□ ) □ ( $s_0$ □ ۲ □□□ ) □ ( $s_0$ □ ۳ □□□ ) □ ( □ □ ۲ □□□ ۱ □ □ ) □ لبه یک کجا ،۲.۵ شکل در گراف شده کارگردانی الف عنوان به مدل این کردن تصویر است ممکن ما . که در . ام □□ ∈ ( □□□ □□ ) iff □□ گره الف به □□ گره الف از شودمی منجر ( گذار یک) □□ ($s'$) دهندمی نشان $s \rightarrow$ صورت به را این اغلب ما ،مورد

«خوب» وضعیت یک از «بد» الف که دادن نشان به کندمی ایجاب کاربردها بسیاری از اعتبارسنجی .زمینه ... روی که دارد این به بستگی «بد» و «خوب» معنای .رسید مطلوب وضعیت به توان‌نمی ،(۱ □ ) □□□□ بگو ،بیان صحیح عدد یک که در یکی باش است ممکن ایالت خوب الف ،مثال برای .۱۰ طول از الف آرایه یک به ایمن شاخص الف عنوان به کندمی خدمت که ارزش الف به کندمی ارزیابی مثلاً ،ناامن مقدار یک به را آن صحیح عبارت این که در یکی باش سپس بود خواهد ایالت بد الف (.۱۰ :یا) خوب الف از آیا گیری تصمیم ،جوهر آن در .استثنا شودمی «محدوده از خارج» باعث و کندمی ارزیابی ،۱۱ کارگردانی در مشکل □□□□□□ □□□□□□ ... است ایالت بد الف رسیدن تواندمی یکی ایالت نمودارها شده




**۲.۵. شکل** دو نماد گزاره الف برای مدل الف است که ،نمودار شده کارگردانی الف گذار یک اگر $R$ از ام تفسیر ... در است ( ′ ) هاگره از جفت الف هااستدلال نمودار آن در ′ $n$ گره به $n$ گره از (لبه یک).

**دسترسی قابلیت:** به $n$ از انتقال برای متناهی مسیر ،دارجهت گراف یک در آیا شده داده ′ $n$ و $n$ های‌گره ′ $n$ دارد وجود؟

مسیر ... طریق از مثلاً ، . ایالت از دسترسی قابل است ۲ ایالت ،۲.۵ شکل در طول از مسیر الف توسط خودش رسدمی ایالت هر ،کنوانسیون توسط . ۲ → → ۲ و ۱ ، . هاایالت فقط ؛ . از دسترسی قابل نه است ،حال این با ۳ ایالت .0 قابلیت اکسپرس ؟ توانیم‌می آیا ،مفهوم این از اهمیت مشهود ... شده داده . . از دسترسی قابل هستند این دادن قرار به بلاتکلیف؟ است آن اینکه بیانگر بنابراین ،همه از بعد ،است که – منطق گزاره در دسترسی فقط آن عنوان به و با $\varphi$ فرمول ای‌گزاره منطق کردن پیدا ما توانندمی :دقیقاً بیشتر سوال در داردمی نگه $\varphi$ که چنین (۲ آریتی از) نماد گزاره فقط هست که همانطور و متغیرها رایگان گره ... به به مرتبط گره ... از گراف که در مسیر الف است آنجا iff نمودارها شده کارگردانی بنویس به کنید سعی است ممکن ما ،مثال برای ؟ به مرتبط:

ضربدر پنجم (( ) ∧ ( ) ( $R$ ( $u$ مثال پنجم = ضربدر پنجم ... ( $x1$ , × ۲ ) ∧ $R$ ( $x$ ^2 , ) ) ∧ ( R ( $u$ , × ۱ )

الف کنیم‌می پیدا توانندمی :است سوال فرمول فرم خوش الف نه است آن بنابراین ،نهایت بی است این معنی؟ همان ... با فرمول فرم خوش

بودن کامل ... از پیامد مهم یک رکورد به نیاز ما این دادن نشان به مورد ... نه است این ،تعجب کمال با هاگزاره منطق برای کسر طبیعی از .

**۲.۲۴ قضیه (فشردگی قضیه)** همه اگر .منطق باشد گزاره با جملات از ای‌مجموعه $\Gamma$ کنید فرض گاما است بنابراین سپس ،بخش‌رضایت هستند گاما از هازیرمجموعه متناهی.

معنایی ... سپس .بخش‌رضایت نه است گاما که کنید فرض :تناقض توسط اثبات استفاده ما : کاذب سقف است درست هستند گاما $\varphi$ همه که در مدل خیر است آنجا عنوان به داردمی نگه ▶ گاما مستلزم ▶ ⊥ گاما متوالی ... که یعنی این ،بودن کامل توسط آن در که متوالی از مفهوم عمومی بیشتر کمی الف کندمی استفاده این که باشید داشته توجه) .معتبر است سقم و صحت .باشیم داشته اختیار در فرض نهایت‌بی است ممکن

کسر؛ طبیعی .است ... در اثباتی دارای دنباله این ،بنابراین (.ماندمی باقی صادق قرائت آن برای بودن کامل استفاده تواندمی – متن از قطعه متناهی الف بودن – اثبات این

کندمی دنبال ▶ Δ بنابراین ▶ ،هست هم معتبر Δ آنگاه اما .Γ از Δ مقدمات از متناهی تعداد فقط گاما از هازیرمجموعه محدود همه که واقعیت ... است متناقض دومی ... اما .سلامت و صحیحت توسط سازگار هستند. 2

برای تکنیک الف کردن اشاره ما .هاتکنیک مفید از شماره الف شده مشتق است ممکن یکی قضیه این از اندازه نهایت بی از هامدل از وجود ... از اطمینان.

چنین منطق باشد گزاره از ای‌جمله $\psi$ کنید فرض **(اسکولم قضیه -L ̈ö w enheim) 2.25 قضیه** بی با مدل الف دارد $\psi$ سپس .عناصر □ حداقل در با $\psi$ از مدل الف است آنجا ۱ □ شماره طبیعی هر برای عناصر بسیاری نهایت.

سقف P : فرمول $\varphi$ ≔ ف ایکس ایکس $_1$ .. ایکس $_n$ وی $_{1\le i<j\le n}$ ج ( $_i$ □□□ $_j$ □ = □□□□ ) کندمی مشخص

≔ ف گاما جملات از مجموعه ... بگیرید نظر در .عناصر □ حداقل در هستند آنجا که

۱ ≤ □ کنید فرض .آن متناهی های‌زیرمجموعه اگر باشد Δ بگذارید و { ۱ ≤ □ | □ $\varphi$ } ∪ { $\psi$ } ،متناهی است مجموعه دومی ... که آنجایی از .Δ ∈ □ $\varphi$ با □ همه برای □ ≤ □ که باشد ای‌گونه به معتبر است □ $\varphi$ □ $\varphi$ اما بخش رضایت است □ $\varphi$ □ $\psi$ ،فرض { توسط .}داشتن وجود دارد □ الف چنین □ □ همه برای

است گاما که دارد دلالت سپس قضیه فشردگی .خب عنوان به بخش رضایت است Δ ،بنابراین .(چرا؟) $\varphi$ کندمی ارضا ⊨ زمان آن از .داردمی نگه $\psi$ ▶ ⊨ ،خاص در ⊨ مدل برخی توسط بخش رضایت □ .عناصر بسیاری متناهی طور به باشند داشته تواندمی آن ،۱ ≤ □ همه برای □

.منطق گزاره در بیان قابل نه است دسترسی قابلیت که دادن نشان الان تواندمی ما

$\varphi$ فرمول ای‌گزاره منطق است خیر آنجا :منطق گزاره در بیان قابل نه است پذیری‌دسترسی **۲.۲۶ قضیه** (۲ آریتی از) نماد گزاره فقط هست که همانطور □ و متغیرها رایگان فقط آن عنوان به □□ و □□ با گره ... از گراف که در مسیر الف است آنجا iff نمودارها شده کارگردانی در داردمی نگه $\varphi$ که چنین $v$ . با مرتبط گره ... به □□ به مرتبط

به مرتبط گره ... از مسیر الف از وجود ... $\varphi$ بیان فرمول الف است آنجا کنید فرض : کاذب سقف ابراز فرمول ... باش □ $\varphi$ بگذارید . باشند ثابت ' □□ و □ بگذارید . □□ به مرتبط گره ... به □□ $\varphi$ ، ' □□ = $c$ که همانطور .کنیم‌می تعریف را $\varphi_0$ ما : ' $c$ به □ از □ طول از مسیر الف است آنجا که کردن عنوان به ۱ $R$ ( □□ برای n > 1 □

$\varphi_n$ ≔ ف ایکس ... ایکس $_n$ مثال ( $R$ ( $a$ □ $_1$ $_2$ $_{n-1}$ □□□□ ) ∧ $R$ ( □□□□ □ □□□□ ) ∧ · · · ∧ $R$ ( □□□□ □□ ')) .

و جملات هستند Δ در هافرمول همه . { $\varphi$ [ $c/u$ ][ $c'/v$ ] | □□ ≤ □ } ∪ { $\varphi$ [ $c/u$ ][ $c'/v$ ] خیر است آنجا که گویدمی Δ در جملات همه از «ربط حرف» ... که آنجایی از ،نشدنی ارضا است Δ ،است شده داده نشان ' $c$ با که ای‌گره به $c$ با گره ... از غیره و ۱، طول از مسیر خیر ،۰ طول از مسیر $\varphi$ [ $c/u$ ][ $c'/v$ ] که همانطور . دارد وجود ' $c$ به $c$ از متناهی مسیر یک اما ،شودمی داده نشان .است درست

.دارد وجود متناهی طول هر با مسیرهایی زیرا است ارضاپذیر $\Delta$ از متناهی زیرمجموعه هر ،حال این با باش تواندنمی آنجا ،بنابراین .تناقض الف است این .است ارضاپذیر $\Delta$ خود ،فشردگی قضیه طبق ،بنابراین □□ فرمول الف چنین □ .

## منطق دوم مرتبه وجودی 2.6.1

ما هزینه؟ چه در و ،تواندمی چه سپس ،نمودارها در دسترسی قابلیت اکسپرس تواندنمی منطق گزاره اگر ابداع جای به ،مهمی های‌ویژگی چنین کردن مشخص تواندمی که منطق گزاره از پسوند یک کردن جستجو اعمال توسط شد متوجه باش تواندمی این .دادن خراش از نظریه اثبات و معناشناسی ،جدید کاملاً نحو یک

۱ ≤ □ با □ گزاره نماد الف برای نمادها گزاره به همچنین اما ،متغیرها به فقط نه هاسنج‌کمیت کردن فرم ... از هافرمول بگیرید نظر در ،هااستدلال

$$\varphi \text{ □ ای} \tag{2.11}$$

از که آنهایی ... هستند فرم آن از هافرمول .دهدمی رخ □ که در منطق گزاره از فرمول الف است $\varphi$ کجا است ۲ آریتی از مثال یک . □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□

$$(۲.۱۲)\ (\square_{۱} \wedge \square_{۲} \wedge \square_{۳} \wedge \square_{۴}) \text{ □□ ۶ □□ ۶ × ۶ □□ ای}$$

[۴] بند شاخ الف است □□ □□ کدام هر کجا

$$\begin{aligned}
\square_{۱} &\stackrel{\text{def}}{=} \square(\square\square\square\square\square\ \square\square\square\square) \\
\square_{۲} &\stackrel{\text{def}}{=} \square(\square\square\square\square\square\ \square) \wedge \square( \\
\square\square &\stackrel{\text{def}}{=} \square) \rightarrow \square(\square\square\square\square\square\ \square) \square_{۳} \\
&= \square(\square\square\square\ v) \rightarrow \bot \\
\square_{۴} &\stackrel{\text{def}}{=} \square(\square\square\square\square\square\ \square) \rightarrow \square(\square\square\square\square\square\ \square).
\end{aligned}$$

می ۴ □ سپس ،هاایالت از مجموعه الف روی روابط گذار □□ عنوان به □ و □ از کردن فکر ما اگر کندمی مشخص ۲ □ ،انعکاسی است □ که هاایالت ۱ □ ،لبه- □ الف همچنین است $R$ لبه هر که گوید با مرتبط گره تا $u$ با مرتبط گره از مسیر- □ خیر است آنجا که کندمی تضمین ۳ □ و ،متعدی است □ که $v$ .

اجازه ، □ □□ □□ □□ ،(۲.۱۱) در $\varphi$ از نمادها گزاره و تابع همه برای تفاسیر با $\mathfrak{I}$ مدل الف شده داده یعنی ، □ از □□□ × □□□ ⊆ □□ تفسیر یک با شده تقویت مدل همان که باش آن دهید □□ □□□ □□□□□ $\varphi$ □ آنگاه EP $P$ معنای ، $l$ جستجوی جدول هر برای □□ = □□ ام □

$$\blacktriangleright \text{ آن ، □□□ × □□□ ⊆ □□ برخی برای } \quad \text{iff} \quad \varphi \text{ □□ ای □ } \blacktriangleright \ \mathfrak{I} \models \square\varphi \tag{2.13}$$

[۴] هااتم ای‌گزاره با شد جایگزین هستند هازیرفرمول اتمی همه از بعد بند شاخ الف ،معنی

مثال از ✚ مدل ... بگیرید نظر در و (۲.۱۲) در فرمول ... باشد $\varphi$ □□ ای بگذارید **۲.۲۷ مثال** □ ( $v$ )= □ ۳. □ ( $u$ ) = □ و □ با میز کردن نگاه الف باش □ بگذارید .۲.۵ شکل و ۲.۲۳ به □ از □□□ × □□□ ⊆ $T$ تفسیر یک نیاز ما ،که برای دارید؟ نگه $\varphi$ □□ ای □ ▶ ✚ آیا .است برقرار (۴ □ ∧ ۳ □ ∧ ۲ □ ∧ ۱ □ ) □ در □ □□ ۶ □□ ۶ □ ▶ $T$ ✚ که طوری □□ شامل که □□□ × □□□ ⊆ □□ رابطه متعدی و انعکاسی الف کردن پیدا به نیاز ما ،یعنی □□ □□□ ) } ف ∈ ( □□□ □□ ) { □□□ × □□□ ∈ □□ □□ که تأیید لطفا .( □□ □□□ ) نه اما ام □□□ | □□ ≠ □□ } 0 3 3 .دارد می نگه $\varphi$ □□ ای □ ▶ ✚ ،بنابراین . □□ الف چنین است { ( □□□□ ۳ □ □ ۳ ) } ∪

یک در داردمی نگه (۲.۱۲) در فرمول ... که دادن نشان به پرسید هستند شما تمرینات ... در آن در ( $v$ ) □ گره به ( □□ ) □ گره از مسیر متناهی الف نیست آنجا iff گراف شده کارگردانی دسترسی □□□ کندمی مشخص فرمول این ،بنابراین نمودار

## منطق دوم مرتبه یونیورسال 2.6.2

آوردن بدست و (۲.۱۲) کردن نفی تواندمی ما ،دوره از

(۴ □ چ پنجم ۳ □□ وی ۲ □ چ پنجم ۱ □□ چ ) Ez □ E مثال □ ۶
(۲.۱۴)

□□□ □□□□□ از فرمول الف است این .قوانین مورگان د آشنا ... روی کردن تکیه توسط دسترسی قابلیت کندمی بیان فرمول این . □□□□ □□□□□

در فرمول ... سپس .مدل هر باش ( ام □□ □□□□ ) = ✚ بگذارید **۲.۲۸ قضیه** ( $u$ ) □ از $R$ دسترسی قابل است ( $v$ ) □ iff ✚ در □ میز کردن نگاه تحت داردمی نگه (۲.۱۴) ✚ در .

کاذب سقف :

1. برای داردمی نگه (۴ □ ۳ □ ۲ ∨ ч ۱ ∨ ч □ □□□□ □ □ E E E ч □□ ▶ □□ که کنید فرض ،اول بسته متعدی ،انعکاسی ... است که تفسیر ... برای داردمی نگه همچنین آن سپس □ از □□ تفاسیر همه ج پنجم ۳ □□ وی ۲ □ چ پنجم ۱ □□ چ ) Ez □ E مثال □ ▶ آن ، $T$ آن برای اما . ام □□ از شدن ) $C_i$ □□□□□□ □□□ دیگر بندهای همه مانند ۳ □□ چ □ ▶ $T$ ✚ اگر فقط داشتن نگه تواندمی (۴ □□ ≠ ۳) □□ باشد برقرار باید ( $v$ □□□ ) □ □ ▶ □□ که معناست بدان این اما .نادرست هستند ✚ .باشد به ( $u$ ) $l$ از مسیر متناهی الف است که معنی این به ،آیدمی آن دنبال به $T$ (( $v$ ) □ ( $l$ ( $u$ )) ) بنابراین □ ( $v$ ).
2. در ( □□ ) □ از $R$ دسترسی قابل باش ( $v$ ) □ دهید اجازه ،برعکس ✚ .
   - ▶ آن رابطه ... ام □□ حاوی ندارد یا متعدی نه ،انعکاسی نه است که □ از □□ تفسیر هر برای از یکی $T$ زیرا ،است برقرار (۴ ج پنجم ۳ □□ چ پنجم ۲ □ چ پنجم ۱ □□ چ ) Ez □ E مثال □ ۱ ، □ ۲ یا □ ۴ است درست ч ч سازدمی را بندها
   - حاوی رابطه متعدی ،انعکاسی الف باش □□ که است امکان دیگر در (( $v$ ) □ □ ( □□ ) □ ) اما . ام □□ از شدن بسته متعدی ،انعکاسی ... شامل □□ سپس . ام □□ -تفسیر ... در درست شده ساخته است ۳ □□ چ ،بنابراین فرض توسط شدن بسته که است پنجم ۲ □ چ پنجم ۱ □□ چ ) Ez □ E مثال □ ▶ آن بنابراین و ، □ میز کردن نگاه تحت □□ بخش holds (۴ ج پنجم ۳ □□ چ

نگه ( ۴ ج پنجم ۳ □□ چ پنجم ۲ □ چ پنجم ۱ □□ چ ) Ez □ E مثال □ ▶ آن ،خلاصه در
چ ) Ez □ E مثال □ ۶ □ ▶ ✚ ،بنابراین . □□□ × □□□ ⊆ □□ تفاسیر همه برای داردمی
□□ چ پنجم ۱ □□ چ پنجم ۲ □ چ پنجم ۳ □□ پنجم ۴ ( $C_4$ است برقرار. 2

... واقع در است این اما ،منطق دوم مرتبه □□□□□ در .است متن این محدوده از فراتر ، کرد بیان تحت بسته است وجودی دوم ی‌مرتبه منطق آیا که است این تعیین برای نشده حل و مهم ی‌مسئله یک آن مورد دوم مرتبه وجودی از □□□ فرمول الف دارد وجود $\varphi$ □ هافرمول چنین همه برای آیا یعنی ،نفی سابق ... از نفی ... به معادل است معنایی نظر از دومی ... که چنین منطق.

E

□□□□ ... در کنند صدق نیز محمولی نمادهای مورد در جهانی و وجودی سورهای که دهیم اجازه اگر
E
مثلاً ،منطق دوم مرتبه مجهز کاملاً در رسیدن ما ،فرمول

□□ ۶ □ ( ۶ □□ ۶ □□□)( □ ( □□□□□ □ ) → □ ( □□ □□□□ )) ای
→ ۶ □□ ۶ □□ ( □)( □□□ □□□□ ) → □ ( □□□))) . $(v)$ ... (۲.۱۵)

□□ ۶ □ ( ۶ □□ ۶ □□□)( □ ( □□□□□ □ ) → □ ( □□ $x$)) ای باشند داشته ما
→ ۶ □□ ۶ □□ ( □)( □□□ $v$) → $P$ ( □□□ □ ))) اگر باشد آنجا 6 برخی 6 □□ →
□□ ) □□ ▶ □□□□ $y$ ( باشند داشته ما □□ 6 برای که چنین
□□ $v$ ( $Q$ ( $u, v$ ) □□ □□□□ ( □□ □□□□ )) $Q$ ( $x$, □ )
-اول در چک مدل الف بودن دومی ... ،$P$ ( □□□ $(v)$)
.منطق سفارش

مرتبه غیره و سوم مرتبه منطق شودمی یکی ،روابط از روابط از بیش کردن کمّی به خواهدمی یکی اگر فشردگی و بودن کامل عنوان به چنین نتایج معمولی .طراحی آنها در مراقبت عالی داشتن نیاز ها منطق بالاتر باش است ممکن منطق بالاتر مرتبه لوح ساده الف ،بدتر حتی .داشتن نگه به شکست سرعت به است ممکن ... در مثلاً ،نظریه مجموعه لوح ساده در شد کشف بودند مشکلات مرتبط .متا سطح ... در ناهماهنگ نه دادن انجام که □□□□ هامجموعه آن عناصر عنوان به شامل که □□□ 'تنظیم' ... کردن تعریف تلاش عنصر یک عنوان به کنند مهار را خود:

$$\square\square\square \overset{\text{def}}{=} \{ \square\square\square\square \mid \square\square\square\square \notin \square\square\square\square \} . \quad (۲.۱۶)$$

هاقضیه از بسیاری که باشید داشته توجه اما ،کرد نخواهیم مطالعه را بالاتر مرتبه های‌منطق متن این در ما . چارچوب منطقی بالاتر مرتبه روی کردن تکیه هاچارچوب قیاسی یا ها کننده اثبات

## 2.7 افزارنرم از هامیکرومدل

هستند دور بنابراین یافته توسعه مفاهیم مرکزی ... از دو

- ✚ مدل تطبیق الف و منطق گزاره از $\varphi$ فرمول الف شده داده : □□□□ □□□□□ □□□ آیا تعیین ✚ ▶ $\varphi$ نگه می‌دارد؛ و
- $\varphi$ ▶ گاما است ،منطق گزاره از گاما هافرمول از مجموعه الف شده داده : □□□□□□ □□□□□□ معتبر؟

... در افزار؟نرم مورد در استدلال و سازی‌مدل ... در استفاده به مفاهیم اینها دادن قرار ما تواندمی چگونه افزارنرم الف روی کردن تحمیل ما الزامات ... همه حاوی باید گاما ،بودن مستلزم معنایی از مورد می ملاقات که سازی‌پیاده □□ در داشتن نگه باید کنیم‌می فکر ما ملک الف باش است ممکن $\varphi$ و طراحی دارد؛ مطابقت افزارنرم اعتبارسنجی و مشخصات با خوبی به معنایی استلزام ،بنابراین .$\Gamma$ الزامات ... کند ،گیری تصمیم قابل است بررسی مدل که آنجایی از عمومی در گیری تصمیم غیرقابل است آن ،افسوس کنید بررسی سپس و مدل الف به الزامات ... همه دادن قرار نه چرا

-خاص طور به الف به ارتکاب توسط ،که است رویکرد این با دشواری ؟ $\varphi$ ▶ ▌ از بخشی فرم ندارد که جزئیات از زیادی الف به ارتکاب هستند ما ، مدل لار ▌ نقطه این از .الزامات ... در رایگان چپ بودند که کندمی سازی‌نمونه را پارامتر تعدادی مدل ،معمولاً .الزامات ارزش .کندمی فراهم را مختلف مفاهیم با متنوعی های‌مدل امکان زیرا ،است بهتر معنایی استلزام ،مشاهده از .پارامترها آن برای ها

ما دادن به هاتلاش که راهی الف در بررسی مدل و مستلزم معنایی کردن ترکیب به کردن جستجو ما آنها که چک و ،هامدل کوچک از شماره کوچک نسبتاً الف الزامات از عصاره اراده ما .دو هر از مزایا ... حالی در ،مدل بررسی ردیابی قابلیت دارد بررسی رضایت این .کرد ثابت باش به $\varphi$ ملک ... کردن برآورده این ما به ،کنیم‌می بررسی را محدوده (کوچک هرچند) هامدل از ای‌مجموعه روی بر ما که واقعیت این که .الزامات ... در مجموعه نه هستند که بگیریم نظر در را پارامترها از مختلفی مقادیر که دهدمی را امکان

جکسون .دی به دلیل به ،آلیاژ شود می نامیده ابزار الف در شده اجرا است رویکرد این

.افزارنرم از «□□□□□□□□□□□» هاتماس او چه هستند بگیرید نظر در ما هامدل

## 2.7.1 آلات ماشین ایالت

های‌ماشین آن های‌مدل .۱۲۵ صفحه از ۲.۱۵ مثال نظر تجدید توسط رویکرد این کردن تصویرسازی ما نماد گزاره الف □ ، است ثابت یک □□ که جایی ، □□ = و □□ = با □□□□□ بتن از مجموعه الف شامل مدل (بتن) الف هااستدلال دو با نماد گزاره الف □ و استدلال یکی با .برنامه کامپیوتر الف از هاایالت از مجموعه الف باش است ممکن که – □□□ عناصر -عناصر می شناخته شده مشخص یک عنوان به $A$ م □ و □□□ □□□ ام □□ ، □□□ M $i$ تفاسیر مدل .ترتیب به ،هاایالت ( پذیرش) نهایی از مجموعه الف و ،رابطه گذار ایالت الف ،ایالت اولیه شود چپ چیز هیچ است آنجا که آنجایی از بتن است

یا داشتن نگه یا آنها :هاپاسخ قطعی باشند داشته $\varphi$ ▶ ها چک همه و نامشخص (.نکن :یا) .نکن آنها

پیشقدم در شده شناخته هستند سیستم افزارنرم الف از الزامات دیگر یا عملکردی همه نه تمرین در چگونه بدانید نه است ممکن ما ،مثال برای . حیات چرخه آن طول در تغییر به احتمالاً هستند آنها و ،شدن است ممکن دیگران که حالی در اجباری باش است ممکن هاانتقال برخی و باش؛ اراده آنجا هاایالت بسیاری همه از م توضیحات الف کردن جستجو ما ،مفهومی نظر از .سازی‌پیاده یک در اختیاری باش □□□□□

،باشد $\psi$ تطبیق ویژگی اگر برخی شده داده .سیستم افزارنرم برخی از ( □□ □□ □□□) □□ هاسازی‌پیاده بدانیم خواهیم‌می

- یا ؛ م ∈ □□ هاسازی‌پیاده همه در داردمی نگه $\psi$ آیا (□□□□ □□□□□)
- م ∈ □□ سازی‌پیاده برخی در داردمی نگه $\psi$ آیا (□□□□□□□ □□□□□) .

بررسی یک .بالا مانند ،آلات ماشین ایالت از هامدل بتن همه از مجموعه ... باش م دهید اجازه ،مثال برای بررسی از مثالی .«نیستند اولیه های‌حالت هرگز نهایی های‌حالت» از است عبارت $\psi$ احتمالی ادعای بست‌بن به اما نهایی غیر الف شامل که دارند وجود حالتی های‌ماشین» از است عبارت $\psi$ سازگاری ایالت رسیده.

می خطر هاویژگی بررسی آنگاه ،باشد حالت های‌ماشین تمام مجموعه M اگر ،شد اشاره قبلاً که همانطور هاویژگی بررسی ، باشد شده تشکیل واحد مدل یک از M اگر باش حداقل و ،گیری تصمیم غیرقابل بودن کند نمونه به ما کامیت بود خواهد آن .است کافی عمومی نه است مدل مجرد الف اما بود؛ خواهد گیری‌تصمیم قابل جزئیات و اندازه مانند ،ماشین ایالت الف از الزامات ... از بخشی نه هستند که پارامترها مورد چندین سازی هامدل همه آیا چک و ،هامدل از اندازه ... کنیم تعیین آن برای متناهی حد یک که است این بهتر ایده .آن ساخت ملاحظه تحت ملک ... کردن برآورده همچنین الزامات کردن راضی که اندازه که از.

- .هامدل همه داردمی نگه خود در ملک ... که نفس به اعتماد با حدودی تا هستند ما ،پاسخ مثبت الف دریافت ما اگر ،ملک ... خوردمی شکست که مدل بزرگتر باشید یک توانست‌می آنجا زیرا ،قطعی نه است پاسخ ... ،مورد این در دهدمی نفس به اعتماد نوعی ما به پاسخ مثبت الف وجود این با اما .
- کندمی نقض که م در مدل یک شد پیدا باشند داشته ما سپس ،پاسخ منفی الف دریافت ما اگر نظر مورد مدل کردن بازرسی تواندمی و ،پاسخ قطعی الف باشند داشته ما ،مورد که در .اموال ... .

دهندمی رخ معمولاً منفی های‌پاسخ که کندمی بیان جکسون .دی □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ .دهید پاسخ مثبت یک در باشند داشته است ممکن ما نفس به اعتماد ... تقویت ،قبل از هامدل کوچک در Alloy: در حالت های‌ماشین برای م برای الزامات ... بنویس توانست‌می یکی چگونه است اینجا

ایالت سیگ {}

الف } دولتی ماشین سیگ
  :ایالت مجموعه،
  الف : من،
  F : مجموعه
  A، R : الف
  - > الف
}

شده داده نشان ،ساختار داخلی ندارد آن که در ساده است ایالت امضا . □□□□□□ دو کندمی مشخص مدل است ممکن هاسیستم واقعی از هاایالت ... اگرچه . {} توسط

،داخلی دارد دولتی ماشین امضا دومی .گیردمی نادیده را آن ما آلیاژ بیانیه ،دارد داخلی ساختار ،خب از من ایالت اولیه یک ، الف هاایالت از مجموعه الف دارد دستگاه ایالت هر اینکه گفتن با ،ساختار کامپوزیت ما اگر . الف <- الف نوع از ر رابطه گذار الف و ، الف از ف هاایالت نهایی از ای‌مجموعه الف ، الف خواندن

اطلاعات ساختاری سادگی به است ساختار داخلی این که دیدن‌بها ، محصول دکارتی ... عنوان به <- از □□□□□ هستند آلات ماشین ایالت از هامدل بتن (۱۲۵ صفحه) ۲.۱۵ مثال از هامدل برای نیاز مورد هایی‌نمونه آنها عناصر که بگیریم نظر در هایی‌مجموعه عنوان به را امضاها که است مفید . حالت ماشین امضا .امضا آنها در کرد اعلام ساختار ... همه بودن دارا عناصر .امضا .هستند آن از.

ادعا یک چک و کد تواندمی ما ،امضاها اینها شده داده:

} اولیه نه نهایی کردن ادعا
اف ام و می خیر | دولتی ماشین : م همه
دولتی ماشین ۱ اما ۳ برای اولیه نه نهایی چک {

مدل همه کندمی مشخص را آن بدنش که .کندمی اعلام FinalNotInitial نام با assertion یک تقاطع مجموعه برای و بخوانید .است درست است MF و MI بدون ملک ... دولتی ماشین نوع از م ها □□□ عناصر کندمی شناسایی .آلیاژ .خالی است س مجموعه برای (س خیر است («آنجا») س بدون و نقطه ای‌رابطه .شده تایپ خب است تقاطع مجموعه این بنابراین ، □□□ هامجموعه سینگلتون با اف ام و است M اولیه حالت Mi :حالت ماشین یک داخلی اجزای ... به دسترسی سازدمی قادر . اپراتور م از اولیه حالت «نه» هاایالت اف ام و می خیر بیان ... ،بنابراین غیره و هاایالت نهایی است آن مجموعه باید آن که آلیاژ از آنالایزر دهدمی اطلاع بخشنامه چک ... ،نهایت در . م از ایالت نهایی الف همچنین است هر برای عناصر سه بیشترین در با اولیه نیست نهایی ادعا ... از نقض مثال الف کردن پیدا به کنید سعی یکی بیشترین در باشند داشته باید که دولتی ماشین برای جز به ،امضا.

و اولیه تزئین به سفارشی شده دارد تجسم این .است شده داده نشان 2.7 شکل در Alloy ادعای بررسی نتایج برچسب الف عنوان به شده داده نشان است رابطه گذار . اف و من هابرچسب مربوطه با هاایالت نهایی که تأیید لطفا مثال این در ( O ایالت به برگشت O ایالت از) گذار یکی فقط است آنجا و گراف شده گذاری هامحدوده شده مشخص ... درون اولیه نیستِ نهایی ادعا ... از ادعا ... به نقض مثال الف است این :اینجا در) بیشتری شاهدان دنبال به ،وجود صورت در شما دهدمی اجازه گرافیکی کاربری رابط آلیاژها . باشید (نقض های‌مثال

کندمی استفاده آلیاژ .مدل ما با ثبات برای آلات ماشین ایالت از ملک الف چک تواندمی ما ،مشابه طور به مثلاً .ها چک ثبات برای کننده سرگرم کلیدی کلمه ...

(ارشد کارشناسی : ها ،دولتی ماشین : (M) شده‌هدایت سازی‌شبیه کننده سرگرم
{ (آقای) .س نه
#MF در ها نه
= ارشد کارشناسی
۳
دولتی ماشین ۱ اما ۳ برای AGioded سازی‌شبیه دویدن {

StateMachines درباره ماژول

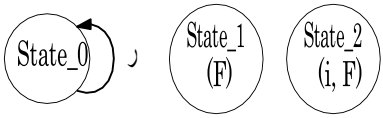
ایالت سیگ {  هاایالت ساده --

آلات ماشین ایالت کامپوزیت -- } دولتی ماشین سیگ
من دستگاه ایالت الف از هاایالت از مجموعه -- ،وضعیت تنظیم ( الف
دستگاه ایالت الف از ایالت اولیه -- ،الف :
R : دستگاه ایالت الف از هاایالت نهایی از مجموعه -- ،A مجموعه : F
دستگاه ایالت الف از رابطه گذار -- الف -> الف
}

اظهار نادرست :اولیه هرگز هستند هاایالت نهایی که ادعا --
FinalNotInitial {
اف ام و می خیر | دولتی ماشین : م همه
دولتی ماشین ۱ اما ۳ برای اولیه نه نهایی چک {

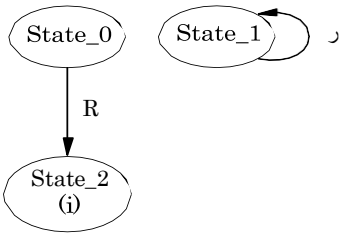
است کننده سرگرم .است درست بست؟ بن نهایی غیر الف با دستگاه حالته سه الف دارد؟ وجود آیا --
(ارشد کارشناسی : ها ،حالت ماشین : M) شده‌هدایت سازی‌شبیه {
خیر (MR) ها نه
در #MF
= ارشد کارشناسی
۳
دولتی ماشین ۱ اما ۳ برای شده‌هدایت سازی‌شبیه دویدن {

**۲.۶. شکل** یک و اعلان دستور یک با ،حالت های‌ماشین های‌مدل برای Alloy کامل ماژول .سازگاری بررسی lexeme -- .کندمی فراهم را خط همان در توضیحات درج امکان




**۲.۷. شکل** شده مشخص محدوده در را (انتقال یک با فقط) حالت ماشین مدل یک Alloy تحلیلگر اولیه ... :نادرست :باشد زیر صورت به FinalNotInitial عبارت که طوری به کندمی پیدا .نهایی همچنین است ۲ ایالت ایالت

متناهی شده داده سفارش توسط شده دنبال و شده‌هدایت سازی‌شبیه شده نامگذاری است چک ثبات این است یکی دوم ... , StateMachine نوع از م است پارامتر اول ... ها؛جفت نوع/پارامتر از فهرست از متناهی فهرستی ،سازگاری بررسی ی‌بدنه . م از ایالت الف است ها یعنی – ارشد کارشناسی نوع از ها خواهیم‌می ،مورد این در .اندشده متصل هم به ضمنی صورت به که است (محدودیت سه اینجا در) هامحدودیت ... ، م از ایالت نهایی غیر الف است ها که چنین ها و م پارامترها ... از کنیم پیدا هایی‌نمونه با مدلی است خیر آنجا و ؛ ارشد کارشناسی : ها اطلاعات نوع ... علاوه به اف ام در ها نه دوم محدودیت ( آقای) خیر محدودیت اول ... ، ها از بیرون گذار
است آن اینجا نه؛ « دارد وجود» دهنده نشان خیر کلیدی کلمه .توضیح بیشتر کندمی ایجاب دومی خیر هستند آنجا که کردن ابراز ، (MR) .س مجموعه ... به شده اعمال




**۲.۸. شکل** محدوده .کندمی پیدا شده مشخص محدوده در را حالت ماشین مدل یک Alloy تحلیلگر ،دارد وجود غیرنهایی بستبن حالت یک :است درست شده‌هدایت سازی‌شبیه چک ثبات ... که چنین است ۲ حالت اینجا در که .

سازه (آقای) .س چگونه فهمیدن نیاز ما ، م از رابطه گذار ... است آقای که آنجایی از ( آقای) در عناصر و ارشد کارشناسی از عنصر یک است ها ،خب .شده تنظیم الف ها
عناصر همه از مجموعه ... شود تشکیل است ممکن ما ،بنابراین . ارشد کارشناسی <- MA نوع دارد آقای هاایالت محدودیت سومی ( آقای) مجموعه ... است این ; 'ها به ها از گذار - MR الف است آنجا که چنین □ دقیقاً دارد س مجموعه ... که کندمی اعلام ک = س # ،آلیاژ در :کندمی بیان سه دقیقاً دارد م که .عناصر

ماشین یک حداکثر برای را AGuidedSimulation سازگاری بررسی ، اجرا دستورالعمل (مثال یک :اینجا) شاهد ... بازده آلیاژ از آنالایزر محدودیت ... دهد؛می دستور ،حالت سه حداکثر و حالت ... درون است آن که و چک ثبات های‌محدودیت تمام witness این که کنید بررسی لطفاً .۲.۸ شکل از هامحدوده شده مشخص

نام علاوه به کلیدی کلمه .۲.۶ .است شده داده نشان شکل در بررسی دو این با حالت های‌ماشین کامل مدل درستی به ، م مدل شده مشخص حد از کمتر کنید شناسایی را این StateMachines درباره ماژول پلتفرم تحلیل و مدولار مشخصات الف است آلیاژ که دهنده پیشنهاد

## شده بازدید دوباره – آلما 2.7.2

در فرمول ... کردن برآورده نکرد و عناصر سه داشت مدل آن .۱۲۸ صفحه از ۲.۱۹ مثال بیاورید یاد به باشند داشته هامدل □□□□□□ همه آیا هابررسی کدام آلیاژ در ماژول الف بنویس الان توانندمی ما .(2.8) و .کندمی نامگذاری AboutAlma را ماژول این .۲.۹ شکل در شده داده است کد .(2.8) کردن برآورده به دارد که صابونی اپرای امضا الف کندمی اعلام آن سپس شخص کندمی تعریف را نوع از ساده امضای یک رابطه الف و ، آلما عضو بازیگران شده تعیین الف – شخص نوع از مجموعه یک – بازیگران الف می بررسی محدوده حداکثر در را OfLovers ادعای ما <- Loves of Type سریال بازیگران (2.8) از نسخه شده تایپ ... است این ادعا که از بدن اپرا صابون یکی بیشترین در و اشخاص دو کنیم :کن نگاه ترنزدیک الف است سزاوار و

1. از ایکس .است درست هانمونه همه برای F فرمول که کندمی بیان T | F : ایکس all شکل به عبارات S. آبکی های{سریال همه برای درست است ... س با که هاایالت ادعا ... بنابراین . تی نوع

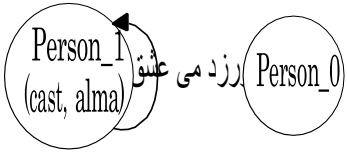
آلما درباره ماژول

شخص sig {} sig

صابونی اپرای {
شخص ،مجموعه : بازیگران،
بازیگران : آلما،
بازیگران -> بازیگران : ورزد می عشق
}

عاشقان از کردن ادعا {
با | صابونی اپرای : س همه
اس {
| بازیگران : ی ،ایکس همه
ی های‌عشق در آلما نه => .ی های‌عشق در ایکس && لاوز.ایکس در آلما.
}
}
صابونی اپرای ۱ اما ۲ برای عاشقان از چک

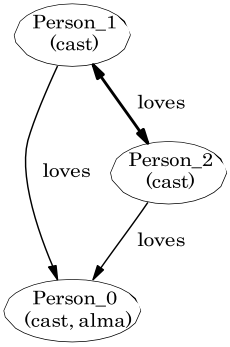
**شکل ۲.۹.** از مدل الف است آیا که کندمی بررسی OfLovers تحلیل ،ماژول این در ۲ نادرست ،128 صفحه ،(2.8) در شده جستجو عبارت که برای اپراها صابون ۱ و اشخاص است.




**شکل ۲.۱۰.** تنها آلما :کندمی پیدا (2.8) در موجود فرمول برای نقض مثال یک آلیاژ تحلیلگر دارد دوست را خودش و است بازیگران گروه عضو.

2. عشق جای به بازیگران و بنویس عشق به ما دهدمی اجازه که نمادگذاری { واحت الف است ... س با بیان } هایش‌کروشه درون (ترتیب به) کاست.اس و نیاز مورد مقدس های.
3. داشته دوست است آلما اگر ، اس از بازیگران ... در □ و ، □□□□ همه برای که هاایالت ... بدن آن کندمی بیان <= نماد ... – سپس ، □ توسط شده داشته دوست است □□□□ و □□□□ توسط شده نیست $y$ ی‌علاقه مورد است آلما – ضمنی دلالت .

است نقض مثال یک این .۲.۱۰ شکل در شده داده نشان ،ادعا این به نقض مثال الف یابدمی تحلیل آلیاژ ها به را خود مدل ما ،ظاهراً .هست نیز معشوقش های‌معشوق از یکی بنابراین و ،است خودش معشوق آلما زیرا باعث خود به عشق که فرض دامنه مختص ... شده ساخته ضمنی طور به ما :ایمنکرده مشخص کامل طور برای شودمی




**شکل 2.11.** محدودیت که کندمی پیدا (2.8) فرمول برای نقض مثال یک Alloy تحلیلگر 1 شخص که دهدمی نشان جهته دو فلش .کندمی برآورده را بازیگران عضو سه با NoSelfLove برعکس و است دوم نفر عاشق .

به ماژول ما آلیاژ در □□ □□ □□□□ □□□ خود به عشق اما ،دسیسه و حسادت از اسکریپت فقیر الف محدود و هانام باشد داشته است ممکن حقایق ماژول؛ ... به واقعیت الف کردن اضافه تواندمی ما ،این چاره که هامدل بتن از بیش فقط شده انجام هستند ها چک ثبات و ادعاها :هامدل است ممکن از مجموعه ... کردن اعلامیه ... کردن اضافه ماژول ... از حقایقی □□□ کردن برآورده

خود به عشق بدون واقعیت {
(لاوز .اس) .ص در ص نه | کاست.اس : ص ،صابونی اپرای : س همه
}

یا او نیستند عاشق آبکی های‌سریال بازیگران اعضای از یک هیچ که کندمی تأکید AboutAlma ماژول به این .نشد پیدا حلی راه هیچ که دریافتیم ما دهدمی اطلاع آنالایزر ... و ادعا ... کنید بررسی دوباره ما خودش اگر فرض دامنه که از حضور ... در یکی حداقل الف واقع در است ۲.۱۹ مثال از ما مدل که دهدمی نشان مثال الف دریافت ما ، ۳ به دستورالعمل چک در دهید تغییر را 2 وقوع اما ،واقعیت این کنیم‌می حفظ ما نقض؟ مثال یک است آن چرا دیدن شما توان‌می .۲.۱۱ شکل در شده کشیده تصویر به ،نقض

### 2.7.3 میکرومدل افزارنرم الف

را خاصی های‌محدودیت که منطق اول مرتبه از هامدل از موارد کردن تولید به آلیاژ شده استفاده ما دور بنابراین آن و آلیاژ کنیم‌می اعمال اکنون .کنندمی برآورده ،شوندمی بیان اول مرتبه منطق های‌فرمول صورت به که شده ارائه مزایا نظر مورد .سیستم افزارنرم یک مدل ما :وظیفه جدی بیشتر الف به آنالایزر محدودیت هستند مدل سیستم الف توسط

1. سیستم؛ رفتار و ساختار پویا و استاتیک رسماً کندمی تسخیر
2. فضا؛ طراحی مقید ... از ثبات تأیید تواندمی آن

3. فضای بسیار بالقوه طور به الف طریق از هاسازی‌شبیه شده هدایت دهدمی اجازه آن بنابراین ،اجرا قابل است آن و ؛ پیچیده طراحی
4. □□□ از های‌جنبه پویا و استاتیک درباره ادعاها از درستی ... به نفس به اعتماد ما تقویت تواندمی آن هاسازی‌پیاده مطابق آن

قابلیت عنوان به شده دیده باش تواندمی محصولات افزارنرم به پیوست هامدل رسمی ،این بر علاوه می نشان را مدل رفتار و ساختار ... وسایل افزارنرم ... که وعده الف □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ هایی‌مدل برای است ممکن این ،حال این با) .کند برآورده را آن در شده تأیید ادعاهای تمام رودمی انتظار و دهد (.نباشد مفید خیلی ،هستند لازم مشخصات فاقد شدت به که

است سیستم این . □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ الف مدل اراده ما ... در نیازهاپیش اگر آیا که کندمی بررسی سیستم . شودمی استفاده افزاری‌نرم های‌بسته ارتقاء یا نصب هنگام سرراست ،افزاری‌نرم بسته به وابستگی سیستم یک الزامات .حاضر هستند هابسته دیگر یا هاکتابخانه از فرم راه مختلف در اشتباه برو تواندمی فرآیند ارتقاء ... ،بدانید کاربران کامپیوتر بیشترین که همانطور . نیستند اما هانسخه جدیدتر با هاکتابخانه اشتراکی جایگزینی کردن شامل تواندمی بسته الف ارتقاء ،مثال برای .ها است ممکن هاکتابخانه شده گذاشته اشتراک به ... از هانسخه تر قدیمی روی کردن تکیه که هابسته دیگر .کردن کار به کن بس سپس

کلاه قرمز عنوان به چنین ، هاسیستم کامپیوتر چندین در شده استفاده هستند هاسیستم وابستگی بسته افزارنرم فنی سوالات چگونه که بزنند حدس باید اغلب کاربران .دیگران و پنهان حافظه مونتاژ جهانی نت‌دات ،لینوکس قابل و .ندارد وجود عموم دسترس در رسمی روش هیچ ،دانیم‌می ما که آنجا تا .شوندمی حل وابستگی سیستم در چنین داشت آنها اگر نوبت توانست‌می نویسان برنامه اپلیکیشن کدام به سیستم وابستگی خاص هر از مدل اجرا کارکردها داخلی آن درباره فنی سوالات افتاده پا پیش غیر

یک . دهندمی ارائه خدمات اجزا سایر به قطعات .اجزا از بیرون شده ساخته هستند کاربردها ،مدل ما در برنامه از قطعه ماژولار یک) روش الف است خدمات الف ،معمولاً .باشد چیز چندین شامل تواندمی سرویس .زبان نویسی‌برنامه گرا شیء یک در کلاس الف از نوع ... مثلاً – نوع یک یا ،ورود میدان الف ،(کد های‌سرویس چنین ،فنی نظر از .دارند دیگر های‌کامپوننت از هاسرویس کردن وارد به نیاز معمولاً هاکامپوننت جزء الف .پیوند قابل کامپوننت ... ... و کنندمی حل را کامپوننت آن درون نشده حل ارجاعات تمام وارداتی «اصلی» شود می نامیده ،خدمات ویژه الف باشند داشته است ممکن و نام الف دارای همچنین.

آلیاژ در امضا الف عنوان به اجزا مدل ما:

```
کامپوننت سیگ {
    نام: نام،                    جزء ... از نام --
    خدمات گزینه: اصلی، -- جزء ممکن است داشته باشند الف 'اصلی' صادرات خدمات:
    خدمات مجموعه،               -- خدمات ... جزء صادرات و واردات: مجموعه
    خدمات،                       -- خدمات ... جزء نسخه وارداتی: شماره -- نسخه
    تعداد جزء
}{ صادرات و واردات خیر }
```

مرتب بعداً امضا شماره .ندارند نیاز ترکیبی ساختار هیچ به ما سازی‌مدل اهداف برای نام و امضاها سرویس صادرات است خدمات از ای‌مجموعه ، نام یک دارای بنابراین و .است جزء از ای‌نمونه ،جزء یک .شد خواهد آخرین .اجزا دیگر از واردات به نیازها آن خدمات از واردات مجموعه الف و ،اجزا دیگر به پیشنهادات آن مجموعه ها کننده اصلاح ... از نقش ... کردن مشاهده .شماره نسخه الف دارد جزء الف ،حداقل نه اما بالا گزینه و.

الف اما ؛ اس مجموعه از زیرمجموعه الف است من که یعنی س مجموعه : من اعلامیه الف □□ □□□□□□ با س از زیرمجموعه الف است من که یعنی س گزینه : من اعلامیه گلتون- تک ،خالی غیر) است ممکن که عنصر یک مدل به ما سازدمی قادر گزینه ،بنابراین . □□□□ یک ،نهایت در .واقع در توانایی مفید خیلی الف حاضر؛ باش (شده تنظیم خالی) نه است ممکن یا (شده تنظیم □□□ شامل □□□□□□ است S از ای‌زیرمجموعه من که کندمی بیان س : من اعلامیه کندمی شناسایی آلیاژ که آنجایی از س نوع از عنصر/اسکالر الف کندمی مشخص واقعاً این ; □□□□ . □□□ هامجموعه با □□ عناصر

امضای اعلامی به سی کردن اضافه توسط سی با امضا الف از موارد همه کردن محدود تواندمی ما و واردات خیر محدودیت ... است C آن در که ، دادیم انجام امضا کامپوننت برای را کار این ما .آن ( نه ) خالی است صادرات و واردات از ( و ) تقاطع ،اجزا همه در ،که کردن بیان ، صادرات.

اجزا از مجموعه الف از از متشکل (اس دی پی) سیستم وابستگی بسته الف :

اس دی پی سیگ {
کامپوننت مجموعه : اجزا
...
}{ هاکامپوننت در import.هاکامپوننت export }

اجزا از مجموعه آن که است PDS الف در نگرانی اولیه .روی بعداً کردن مشخص ما که ساختار دیگر و که درون شده سرویس باش تواندمی آن اجزای تمام واردات تمام ،هازمان همه در : □□□□□ □□□□□ محدودیت ... کردن اضافه توسط اس دی پی از موارد همه برای شده اجرا است نیاز مورد این .اس دی پی □□□□□□ الف است اجزا اینجا .امضا آن به components.export در import.هاکامپوننت همه از □□□□□□□ ... عنوان به import.هاکامپوننت از معنی ... کندمی تعریف آلیاژ و اجزا از همه برای که کندمی بیان الزام این ... بنابراین . اجزا از عنصر یک است ج کجا ، واردات .ج هامجموعه این .خب عنوان به اجزا در جزء برخی توسط شده ارائه توانندمی c نیاز مورد های‌سرویس همه ، در c اجزای می نیاز مورد این که باشید داشته توجه .داریم نیاز PDS یک اجزای مجموعه برای که یکپارچگی قید دقیقاً است روی تحمیل قبول غیرقابل یک باش بود خواهد که ،سرویس که کندمی فراهم جزء که کردن مشخص نه کند آزادی سازی‌پیاده.

در جزء یک حذف یا (کردن اضافه) نصب ... مدل قبلاً تواندمی ما محدودیت صداقت این شده داده آنجایی از است ممکن است این .اس دی پی الف از ساختار باقیمانده مقدار کردن مشخص بدون ،PDS یک مدل ما . اجزا از مجموعه آن به اس دی پی الف انتزاعی است ممکن ما ،هاعملیات این از زمینه ... در ،که

سه و AddComponent نام با پارامتری fun دستور یک عنوان به PDS یک به کامپوننت یک افزودن پارامتر

ج نه } (جزء :ج ،اس دی پی :'پ ،P) کامپوننت افزودن کننده سرگرم
P. اجزای در
ج + P. اجزای = P' اجزای
۳ برای کامپوننت افزودن دویدن {

دی پی ... هامدل 'P ،عملیات که از اعدام ... به □□□□ اس دی پی ... باش به نظر مورد است پ کجا پارامتری محدودیت intent این .شود اضافه است قرار که جزء ... هامدل ج و ،اعدام که □□ □□□ اس به «ایالت» یکی از پیشرو □□□□□□ یک .کندمی تفسیر زیر صورت به را AddComponent ،هامحدودیت دو هاایالت کامپوننت کردن اضافه از بدن .( پ PDS از ج حذف توسط آمده دست به) دیگری ... در قبل از نه است ج جزء ... اگر فقط شودمی اعمال عملیات این ،بنابراین .ضمنی طور به پیوسته فقط PDS اگر و ( □□□□□□ از مثالی .P اجزای در ج نه ) اس دی پی ... از اجزا از مجموعه مثالی یک ؛ ج + .P اجزای = (.'P اجزای ) اجزا دیگر دهدنمی دست از را چیزی هیچ و کند اضافه c □□□□□ یک از ).

یا آگاهانه تصمیم ، هاسیستم افزارنرم طراحی از هارنجش و هاپیچیدگی ... برای احساس الف دریافت به این .دارد وجود اجزا از منسجم ای‌مجموعه PDS از موارد همه که بگیرید نظر در آن اعمال برای را ما ضمنی الف به شودمی کنون تا اس دی پی معیوب و «واقعی» الف اگر چه اما ،رسدمی نظر به خوبی بسیار ایده ممکن که اجزا کردن اضافه از .کرد جلوگیری باش سپس بود خواهد ما ؟ ناهماهنگ است آن که در ایالت که – تعمیر :شودنمی زیر موارد مانند مسائلی شامل ما مدل های‌جنبه ،بنابراین ! کند بازیابی را خود انسجام است باشد افزارنرم مدیریت مهم جنبه یک تواندمی واقع در.

کامپوننت افزودن برای که آن به مشابه خیلی است جزء الف از حذف ... برای مشخصات :

در c } (جزء :ج ،اس دی پی :'پ ،P) کامپوننت حذف کننده سرگرم
P.components
ج - P. اجزای = P' اجزای
۳ برای کامپوننت حذف دویدن {

دی پی ... دهنده تشکیل اجزای از مجموعه ... در باش ج که دارد اصرار الان شرطپیش ... که جز به اضافه نه داد انجام اما ج جزء گمشده PDS که کندمی مشخص شرطپس ... و حذف؛ ... به قبلی اس در نه هستند که س از «عناصر» آن دقیقاً دهنده نشان تی - س بیان .اجزا دیگر هر دادن دست از یا کردن تی .

است شده اضافه مورد سه . کنیم تکمیل را PDS امضای باید هنوز.

1. پی که‌در جزء الف واردات خدمات آن از هر و جزء اس دی پی کدام هر به تکالیف زمانبندی رابطه الف خدمات که کندمی فراهم که اس دی.

```
SoundPDS واقعیت
ها {همه P : PDS |
      } پ با
    همه c : اجزا، s : سرویس |                --1
      let c' = c.schedule[s] {
      (صادرات .ج در ها <= سی برخی) && (c.import در ها iff سی برخی)
     }
    همه ج : اجزا | .ج الزامات = c.schedule[سرویس]                -- 2
    }
}
```

**شکل ۲.۱۲.** همه از بندهازمان و ایالت ... کندمی محدود که واقعیت الف PDS ها.

2. ... کندمی بیان که اس دی پی اجزای بین دارد نیاز که آوریمی بدست را رابطه یک ما برنامه از برگرفته زمانی برنامه در بر مبتنی اجزا اینها بین هاوابستگی .
3. از رسیدگی درست و صداقت ... کردن حاصل اطمینان که هامحدودیت کردن اضافه ما ،نهایت در اس دی پی □□ □□□□□ □□□ برای کندمی ایجاب و برنامه .

است اس دی پی از امضا کامل

```
} اس دی پی سیگ
   اجزا : مجموعه کامپوننت،
   زمانی برنامه : اجزا به دارد نیاز ،اجزا ؟<- خدمات <- اجزا :
   اجزا
}
```

P.components نوع از ای رابطه دهنده نشان P.schedule عبارت ، P : PDS هر برای هر که گفتن □ □□□□□□□□ □□□□□□□□ الف است ? .P اجزای ؟<- خدمات <- .است امر این . باشد مربوط جزء یک به □□□□□□ دریافت خدمات کدام هر و اس دی پی ... از جزء کدام ... زمانی چه مثلاً – چیزی هر برنامه نه است ممکن آن که و . است قطعی زمانبند که کندمی تضمین علامت کثرت همچنین هستند آنجا آلیاژ در استدلال اول ... در جزء ... توسط نیاز مورد نیست خدمات یا صفر» معنای به هایی‌علامت چنین وجود عدم .بیشتر یا «یک» برای + و یک دقیقاً برای ! ها گذاری کندمی استفاده فرض‌پیش خوانش آن از requires اعلان ،مثال برای .است «بیشتر.

به ،ها PDS همه رفتار و ساختار ... بیشتر حتی کردن محدود به واقعیت بیانیه الف استفاده ما ... کنند می سنجی کمیت ها SoundPDS شده نامگذاری واقعیت .۲.۱۲ شکل در شده کشیده تصویر برای ... P با و ( ... | اس دی پی : پ همه ) ها PDS از موارد همه از بیش هامحدودیت را محدودیت دو واقعیت آن بدنه . کندمی استفاده Pe شکل به ناوبری{عبارات} از استفاده از جلوگیری : 2-- و 1-- کندمی فهرست

ایکس دهید اجازه فرم ... از عبارت- بگذارید الف درون هامحدودیت دو هاایالت 1--
در ایکس از وقایع رایگان همه کندمی اعلام عبارت- بگذارید الف چنین { ...} ای =
اپراتور نقطه ... از نسخه الف است [] که باشید داشته توجه . ای به مساوی باش به { ...}
برای شکر نحوی است زمانبندی برنامه .ج بنابراین ،اولویت صحافی ترپایین با .
(c. برنامه )

- سی مقداری ) شده ریزی برنامه 'ج جزء دیگری باشند داشته ها خدمات الف و ج جزء ،محدودیت اول ... در فقط . ج از مجموعه واردات در واقع در است ها اگر فقط و اگر (خالی غیر است سی مجموعه iff درست است شده ریزی برنامه هستند خدمات نیاز مورد!
- است ها سپس ، ج برای ها خدمات کردن فراهم به شده‌ریزی‌برنامه است سی اگر ،محدودیت دوم ... در برنامه های‌سرویس کردن فراهم تواندمی که اجزا برنامه فقط تواندمی ما – سی از مجموعه صادرات ... در شده‌ریزی!

برنامه هستند که دارد نیاز اجزا آن تمام به c جزء a : برنامه نظر از کندمی ایجاب کندمی تعریف 2--
. ج برای خدمات برخی کردن فراهم به شده‌ریزی
محدودیت آلیاژ ها از استفاده با .۲.۱۳ شکل در شده داده نشان است ها PDS برای مدل آلیاژ کامل ما به اجزا کردن اضافه و برداشتن از عملیات ویژه‌به ، کننده‌سرگرم جملات ما همه که اعتبارسنجی ما آنالایزر طراحی این برای سازگار منطقی نظر از هستند ،اس دی پی الف.
پی الف به جزء الف کندمی اضافه که عملیات از اعدام ... که ادعاها هاPDS برای تابعی افزودن ادعا ،ادعا این به نقض مثال الف یابدمی آنالایزر آلیاژ ها .PDS نتیجه فرد به منحصر الف رندرها اس دی داشته کامپوننت ''پ و 'پ و نیاز؛ مورد یا شده‌ریزی‌برنامه است چیز هیچ بنابراین ،اجزا ندارد پ کجا آن در شده‌ریزی‌برنامه و نیاز مورد است جزء این بنابراین ، پ به شد اضافه ،جزء فقط عنوان به ۲ باشید PDS ها.
نقض؟ مثال الف باش این تواندمی چگونه ،برابر باش به رسدمی نظر به ''پ و 'پ که آنجایی از ۲ اس دی پی ،۱ اس دی پی ،۰ اس دی پی = اس دی پی بنابراین ،۳ محدوده در تحلیل ... زد ما ،خب عنوان به ۲ اس دی پی و ، 'پ عنوان به ۱ اس دی پی ، پ عنوان به 0 اس دی پی کرد انتخاب آلیاژ و آنها همه «کندمی فکر» Alloy که است عنصر سه شامل PDS مجموعه ... که آنجایی از (P '') . ''پ در آنچه که است بدیهی .منطق گزاره توسط اجباری برابری از تفسیر ... است این .هستند متفاوت یکدیگر با اطمینان خواهیم‌می □□ : □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ ،است نیاز مورد اینجا الف . فرد به منحصر ساختار با اس دی پی الف به نتایج جزء الف از این بر علاوه ... که کنیم حاصل برابری ساختاری کردن مشخص به شده استفاده باش تواندمی کننده سرگرم جمله:

دی پی : 'پ ،P) برابر ساختاری نظر از کننده سرگرم
(اس { قطعات P. = اجزای P. برنامه P. =
P'.schedule P.requires =
P'.requires
۲ برای برابر ساختاری نظر از دویدن }

هستند هاعملکردی‌افزونه در ''پ = 'پ بیان ... کردن جایگزین سادگی به سپس ما
برای محدوده ... افزایش ، (P',P'')برابر ساختاری نظر از بیان ... با

اس‌دی‌پی ماژول

سفارش علامت خطی برای الگو مشخصات شودمی باز -- نظم/استاندارد باز

```
کامپوننت {
  نام: نام،
  صادرات، خدمات گزینه: اصلی:
  مجموعه: واردات، خدمات مجموعه
  شماره: نسخه، سرویس
} صادرات و واردات خیر {

اس دی پی سیگ {
  کامپوننت مجموعه: اجزا،
  اجزا <- اجزا: به‌نیاز، اجزا؟ <- خدمات <- اجزا: زمانی برنامه
} هاکامپوننت در import.هاکامپوننت export {

SoundPDS واقعیت
دی پی : پ همه } ها
  اس | پ با {
    دهید اجازه 1-- | خدمات : ها، اجزا : ج همه
      زمانبندی برنامه.ج = سی {
        (صادرات.ج در ها => c' کم یه) && (واردات.ج در ( داره فرق کم یه) } 2-- { [سرویس]زمانبندی.ج = c.requires | هاکامپوننت : c همه
}

خدمات، شماره، نام سیگ {}

کامپوننت افزودن کننده سرگرم (P، پ: 'اس دی پی: (جزء: ج، جزء) { نه
  P. اجزای در ج
  P' = اجزای P. + ج اجزای
اس دی پی ۲ اما ۳ برای کامپوننت کردن اضافه دویدن {

کامپوننت حذف کننده سرگرم (P، پ: 'اس دی پی: (جزء : ج، جزء) { در ج
  P. اجزای
    P' = اجزای P. - ج اجزای
  اس دی پی ۲ اما ۳ برای کامپوننت حذف دویدن {

نسخه بالاترین سیاست کننده سرگرم (P: اس دی پی)
  پ با{
    همه : ها، خدمات : ج، اجزا : c.schedule[s] : c'، c'' :
    سی - هاکامپوننت {
      در c نسخه => نام = نام && صادرات در s
        c'.version.^(Ord[Number].prev) } }
اس دی پی ۱ اما ۳ برای نسخه بالاترین سیاست دویدن {

سی۲، 1ج، اس دی پی : (P، P'، P'') شده‌هدایت سازی‌شبیه کننده سرگرم :
  جزء) { AddComponent(P,P',c1)
                RemoveComponent(P,P'',c2)
  نسخه بالاترین سیاست (P) نسخه بالاترین سیاست (P') نسخه بالاترین سیاست (P '')
۳ برای شده‌هدایت سازی‌شبیه دویدن {

PDSها برای تابعی افزودن کردن ادعا {
  کامپوننت: ج، اس دی پی: ''پ، 'پ، پ همه {
    کردن اضافه && AddComponent(P,P',c)
    کامپوننت(P، P''، c) => پ' = پ'' }
۳ برای PDSها برای تابعی افزودن چک {
```

**۲.۱۳. شکل** اس دی پی ... از مدل آلیاژ ما.

پیدا ما ،تعجب کمال با شاید .ادعا که کردن تحلیل دوباره و ،مدل ... شده بازسازی ،۷ به ادعا که
import.۰ کامپوننت که مانند ۱ جزء و ۰ جزء اجزا دو با 0 اس دی پی الف نقض مثال عنوان به کردن
زمان از ۱ سرویس = import.۱ کامپوننت و ۲ سرویس =
ساختاری نظر از دو باشند داشته ما ، صادرات ۲ کامپوننت در حاوی است ۲ سرویس { }
متفاوت که اما ۲ کامپوننت کردن اضافه توسط آمده دست به هستند که هاایالت پست مشروع متفاوت
۰) . ۰ اس دی پی در عنوان به موارد ریزی‌برنامه همان ... باشند داشته ما 'پ در .ریز برنامه آنها در
همچنان ۰ کامپوننت و ؛ ۰ کامپوننت برای ۲ سرویس ارائه برای ۲ کامپوننت هابرنامه ''پ حال این با (.
از این بر علاوه ... که کندمی آشکار تحلیل این ( ۱) ۱ کامپوننت به ۱ دهدمی ارائه را سرویس
مثلاً) بهتر برای ،خدمات کردن ریزی برنامه دوباره به هافرصت کندمی ایجاد اجزا
.(تخلفات امنیت مثلاً) بدتر برای یا (هاسازی‌بهینه
شده هدایت طریق از آن کردن کاوش باشد آن توانایی در بیشتر افزاری‌نرم میکرومدل یک کاربرد شاید
تولید توسط این دادن نشان ما .یقین مطلق با خواص آن از برخی تأیید به مخالف عنوان به ،هاسازی‌شبیه
برنامه که مانند PDS یک به جزء الف از این بر علاوه ... و حذف ... دهدمی نشان که سازی‌شبیه یک
زمان چنین که دانیم‌می بنابراین .هاPDS تمام در ممکن نسخه شماره بالاترین ... با اجزای هابرنامه همیشه ریز
نه است و سیاست چنین فقط ... یعنی خیر توسط است آن عملیات؛ دو اینها برای سازگار است سیاست بندی
شده‌ریزی‌برنامه از استفاده با که وقتی بشکن کرد نخواهد کاربردها که کردن حاصل اطمینان به شده تضمین
کننده سرگرم جمله .خدمات

با { (اس دی پی :P) نسخه بالاترین سیاست کننده سرگرم
P {
موارد همه : خدمات، c : هاکامپوننت، c' : c.schedule[s]، c'' :
هاکامپوننت - c' {
در c نسخه => نام = نام && صادرات در ها
c'.version.^(Ord[Number].prev)
}
}
} اس دی پی ۱ اما ۳ برای نسخه بالاترین سیاست دویدن

بالاترین ... با یکی کندمی انتخاب زمانبند ... ،نام یکسان با کنندگان‌تامین آن میان در ،که کندمی مشخص
بیان .شماره نسخه است موجود

c'.version.^(Ord[Number].prev)

تواندمی ^ نماد شماره نوع از عنصر یک ، 'سی از شماره نسخه ... است ج نسخه :توضیح نیازها
و تی < - تی نوع دوباره دارد r^ که چیزی چنین < - تی : ر رابطه دودویی الف به شده اعمال باش
با است برابر ر و مساوی عدد T ،مورد این در . ر شدن □□□□□ □□□□ ... دهنده نشان
Ord[Number].prev .

زیر موارد شامل ماژول که کندمی فرض عبارت این باشم؟ داشته باید برداشتی چه اخیر عبارت مورد در اما فایل در ماژول دیگری از مشخصات امضا شودمی باز که نظم/استاندارد است باز بیانیه الف :است یک که .است Ord نام به امضایی حاوی ماژول که ( STD) مقاربتی بیماری کتابخانه ... از ord.als متغیر نوع که کند می نمونه [شماره]سفارش بیان . □□□□□□□□ دارد؛ پارامتر عنوان به نوع از متغیر مقید است قبلی کجا ،نوع که با امضا که از رابطه قبلی ... دهدمی فراخوان سپس و ، شماره نوع ... با روی سفارش خطی الف کردن ایجاد ما که است اثر خالص . خطی نظم الف باش به نظم/استاندارد در تمام n.^prev ،بنابراین .دهید سفارش که به احترام با ن از عنصر قبلی ... است قبلی.ن که چنین شماره به کننده سرگرم جمله که از بدن بخوانید دوباره لطفاً .ترتیب آن به کندمی فهرست را n از کوچکتر عناصر .است نظر مورد چه هاایالت آن که خودت کردن متقاعد

تواندمی ما ،پارامترها آنها از موارد با شد فراخوانده باش تواندمی کننده سرگرم جملات که آنجایی از : نسخه بالاترین سیاست روی بر مبتنی سازی‌شبیه نظر مورد ... بنویس

{ (جزء : سی۲ ،1ج ،اس دی پی : (P، P'، P'') شده‌هدایت سازی‌شبیه کننده سرگرم
AddComponent(P,P',c1) RemoveComponent(P,P'',c2)
HighestVersionPolicy(P)
(P '') نسخه بالاترین سیاست (P') نسخه بالاترین سیاست
} ۳ برای شده‌هدایت سازی‌شبیه دویدن

های‌عکس عملیات متفاوت دو مقدار به که ،سازی‌شبیه این برای سناریو الف کندمی تولید آنالایزر آلیاژها بالاترین سیاست به طبق برنامه ها PDS کننده شرکت سه همه که چنین پ در گرفته سرچشمه فوری ؟ سی۲ و 1ج اجزا دو با کار به داشت ما چرا شویدمی متوجه شما توان‌می . نسخه

در . آن آنالیزور و آلیاژ از هامحدودیت بیرون کردن اشاره توسط مطالعه مورد این گیری‌نتیجه ما ما ،موتور تحلیل یک عنوان به منطق ای‌گزاره برای کننده حل شنبه الف استفاده به قادر باش به سفارش در یا ادعاها از اجساد ... در منطق دوم مرتبه جهانی یا وجودی از هافرمول دویدن یا چک فقط تواندمی برای .( باشند شده پیچیده وجودی های‌سنج‌کمیت در پارامترها همه برای اگر) fun دستورات از اجساد ... PDS برای که طوری به AddComponent از مثال یک است آنجا آیا چک حتی تواندنمی ما ،مثال نظر به همچنین آن دلایل صریح کمتر برای . □□□ □□□□□□□ خاص بندی‌زمان سیاست یک ،حاصل عنوان به اجزا از منسجم مجموعه هر که کنید بررسی Alloy در تواندمی ما که است بعید رسدمی ذاتی ... به دلیل به است کمبود این . پ اس دی پی برخی .باشد تحقق قابل ... برای P.components چنین اگر شده استفاده باش به باشند داشته است ممکن ها کننده اثبات قضیه و مشکلاتی چنین از پیچیدگی سریع برای دهدمی اجازه آلیاژ از گرایی بیان ... ،دست دیگر ... روشن .شده تضمین باش به نیاز خواص را طرح یک درک باید که احتمالی نقض های‌مثال و هاسازی‌شبیه از اکتشاف ... و هامدل از اولیه سازی‌نمونه .اطمینان قابلیت طراحی که بخشیدن بهبود بنابراین و دهند افزایش

# تمرینات 2.8

۲.۱ تمرینات

* ۱. هاگزاره ... کنید استفاده

□□□ ( □□□□□□ □ ):
□□□□ کندمی تحسین □□□□ ( □
□□□□□□ ): □□□□
□ کرد شرکت
□ ( □□□□ ): $x$ استاد یک
$S$ □□□ ( $x$ ): $x$ دانشجوی
$L$ ( $x$ ) است: $x$ سخنرانی یک
است

(ثابت) نماد تابع تهی ... و

□□□ : مری

منطق گزاره به کردن دنبال ... کردن ترجمه به:

(a) نیست این جواب). استاد هر کندمی تحسین مری
□□□□ □□□ ( □□□ 6 □□ ( □□□□
)).)
(b) مریم کندمی تحسین استاد برخی.
(c) خودش کندمی تحسین مری
(d) سخنرانی هر کرد شرکت دانشجو خیر.
(e) دانشجو هر توسط کرد شرکت بود سخنرانی خیر
(f) دانشجو هر توسط کرد شرکت بود سخنرانی خیر

۲. مشخصات گزاره ... کنید استفاده

□ ( □□□□□□ □ ): □□□□ و ضرب □□□ $y$
□ ( □□□□ ): □□□□ تیم فوتبال (آمریکایی) یک است
□ ( □□□□□□ □ ): □□□□ است
$y$ $L$ ( □□□□□ □ ): از کوارتربک
$x$ به $y$ □□□□

نمادها ثابت ... و

□ : وحشی های‌گربه
□□ : جیهاوکس

منطق گزاره به کردن دنبال ... کردن ترجمه به.

(a) کوارتربک الف دارد تیم فوتبال هر
(b) به دادن دست از نه دادن انجام جیهاوکس ... سپس ،وحشی های‌گربه ... شتم و ضرب جیهاوکس ... اگر فوتبالی تیم هر
(c) جیهاوکس ... شتم و ضرب که ،تیم برخی شتم و ضرب وحشی های‌گربه

* ۳. محمولات منطق از پیروی با ... کردن ترجمه به مشخصات آنها و هاگزاره مناسب کردن پیدا:

(a) جعبه ... در هستند چیزها قرمز همه
(b) جعبه ... در هستند چیزها قرمز فقط
(c) سگ الف و گربه الف دو هر است حیوان خیر
(d) پسر الف توسط شد برنده بود جایزه هر.

(e) ا
ل
ف

ب
ا
ر

ب
ر
ن
د
ه
ش
د
ه
ر

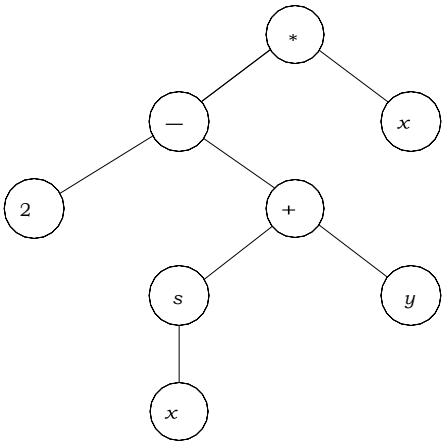
ج
ا
ب
ز
ه
.

4. دهنده نشان ( □ □□□□□ ) □ □ از پدر ... است □□□□ که معنی ( □ □□□□ ) □ بگذارید $B(x,y)$ و ( $y$ □□□□□ ) □ ،( □ □□□□□ ) □ ،مشابه طور به . □ از مادر ... است □□□□ دادن نشان به هاثابت استفاده همچنین است ممکن شما .ترتیب به ، □ .است برادر/خواهر/شوهر $x$ که بگویید به بالا ... از غیر نمادها گزاره هر استفاده به مجاز نه هستند شما ،حال این با «پتسی» و «اد» مانند ،افراد منطق گزاره به جملات کردن دنبال ... کردن ترجمه:
   (a) مادر الف دارد همه
   (b) مادر الف و پدر الف دارد همه
   (c) پدر الف دارد مادر الف دارد که هر
   (d) پدربزرگ الف است اد
   (e) والدین هستند پدران همه
   (f) همسران هستند شوهران همه
   (g) عمه یک است عمو خیر
   (h) برادر و خواهر هستند برادران همه.
   (i) پدر کسی هر مال است مادربزرگ نیست هیچکس مال
   (j) همسر و شوهر هستند پاتسی و اد
   (k) شوهر برادر مونیک است کارل
5. ایمن های‌اعتبارنامه - الزامات» سند ویژه گروه اینترنت RFC3157 ... از شده گرفته هستند جملات کردن دنبال «موجود». مناسب عنوان به نمادها گزاره کننده تعریف ،منطق کنید مشخص گزاره در را جمله هر:
   (a) باشد نیفتاده اتفاق این اگر حتی ،داده رخ دارد ورود موفق الف که سرور الف کردن متقاعد تواندمی مهاجم یک.
   (b) سرور ... روی هااعتبارنامه دیگران مال کسی بازنویسی تواندمی مهاجم یک
   (c) هانام از عوض در عبور رمزهای شوید وارد کاربران همه
   (d) شده پشتیبانی باش باید دستگاه الف از و به دو هر انتقال اعتبارنامه.
   (e) از دیگر دستگاه هر در واضح متن در حاضر باش به پروتکل ... توسط مجبور باش نه باید تحصیلی مدارک کاربر پایان ...
   (f) ،نامتقارن و متقارن های‌الگوریتم جمله از ،هاالگوریتم رمزنگاری از محدوده الف پشتیبانی باید پروتکل MAC های‌الگوریتم و هش های‌الگوریتم .
   (g) که باشد دانلود قابل قالبی در فقط یا هویت احراز کاربر کردن دنبال دانلود قابل باش فقط باید تحصیلی مدارک باشد داشته کاربر هویت احراز تکمیل به نیاز رمزگشایی برای.
   (h) مجموعه همان کردن مدیریت یا ،آپلود ،دانلود به شده استفاده باش است ممکن هادستگاه کاربر پایان متفاوت تحصیلی مدارک.

---

۲.۲ تمرینات

1. تابع الف □□□ و هااستدلال دو با نماد تابع الف □ ،ثابت الف است □ کجا ، □□□ { □□ □ } باشد F بگذار هااستدلال سه با نماد
   (a) آن از درخت کردن تجزیه ... کشی قرعه ؟ F شد تمام اصطلاحات هستند هارشته کردن دنبال ... از کدام اصطلاحات واقع در هستند که هارشته:
      i. □□□ ( □□ □ )
   * دوم. □ ( □□□□□ □□□ ( □□ □ ) □ □ )




**شکل ۲.۱۴.** اصطلاح حساب یک نماینده درخت کردن تجزیه الف

* iii. □□□ ( □□□□□ □ ( □□ □ ) □ □ )
iv. □□□ ( □□□□□ □□□□ ( □□ □ ) □ □ )
v. □ ( □ ( □ ( □□ □□□□ ) □ □□ ( □ ( □□ □□□□ ) □ □□ □□□ ( □□ □ )) □ □□□ ( □□ □ )) □ □□□ ( □)( □□ □□ □□□□ ) □ □ ) □ □ )

(b) پرانتزها و کاما همه شماریهمی ما کجا ،نمایندگی رشته آن از طول ... F است از بیش اصطلاح الف از طول بدون همه فهرست (.۱۳ :یا) .۱۳ است ( □ □ ) □□□ □□□ ( □□ □ ) □□□□□ ( □ □ ) از طول ،مثال برای ۱۰. (یا F ≠ ۱۰.) از کمتر طول از از بیش اصطلاحات متغیر

* (ج) تجزیه آن در .شودمی تعریف مسیر ترین‌طولانی طول علاوه به F صورت به روی عبارت یک ارتفاع از بیش اصطلاحات متغیر بدون همه فهرست .۱.۳۲ تعریف در عنوان به ،درخت کردن ۴. از کمتر ارتفاع از F

2. در با ،( □ □□ □ ) + (( □□□□ ) ∗ □) □□ 2) اصطلاح ... از درخت کردن تجزیه ... کشی قرعه تجزیه ... با حل راه شما مقایسه اصطلاح این در اینفیکس در شده استفاده هستند و ،+ ، که گرفتن نظر ∗ در درخت کردن
شکل ۲.۱۴.

3. رشته برای شکست برای دلیل الف کنید مشخص منطق؟ گزاره در هافرمول هستند هارشته کردن دنبال ... از کدام هستند که هارشته همه از درختان کردن تجزیه کشی قرعه ،نیستند که ها.

* □ و □ و استدلال یکی با نماد تابع الف □ ،ثابت الف باش □□□ بگذارید

(الف) هااستدلال دو با کدام هر ،نمادها گزاره دو:
i. □ ( □□□□ □□□□ )
ii. □ ( □□□□ □ ( □□□ ))
iii. □ ( □□□ )
iv. □ ( □ ( □□□□ □□□□ ) □ □ )
v. □□ ( □□ ( □ ) □ □ )
vi. ( □ ( □□□□□ □ ) → ( Ez ) □ ( □□ □ )))
vii. ( □ ( □□□□□ □ ) → □ ( □□ □ ( □ ( □□□□ ))))
viii. ( □ ( $x$ )) → □ ( □ ( $x$ ))).

(b) نماد تابع الف □ و هااستدلال دو با تابع نماد آ □ ،استدلال یکی با نماد تابع الف □ ،هاثابت باشد □ و □ بگذارید هااستدلال سه با نمادها گزاره هستند $Q$ و □ ،این بر علاوه .هااستدلال سه با:

i. 6□□□□ □□ ( □ ( □ ) □ □ ( □ ( □□ □□□□ ) □ □□ □ ))
ii. 6□□□□ □□ ( □ ( □ ) □ □□□□ ( □ ( □□□□□ □ ) □ □□ □ ))
iii. 6□□□□□ □ ( □ ( □ ( □□□□□ □ ( □ ) □ □□□□ ) □ □□□ ( □□□□□ □□□□ )) □ □□□□ ( □□□□□ □□□□□ □□□□ ) □ □ )
iv. E□ ( □ ( □□ → □ □ ) □ ( □ ))
v. 6□6□□ □ ( → □□□ ( □□□□□□ □ ) □ ( □□□□□ □□ □□□□ ))
vi. □ ( □□ □□ □ ).

4. و $P$ آن در که، $\varphi$E باش □□□□ ( □□ ( □□ □ ) ∨ ( □ ( $Q(y,x)$ $P$ ( □□ □ ))))، کنید فرض
هااستدلال دو با هستند ای‌گزاره نمادهای □□□

* (الف) از درخت کردن تجزیه ... کشی قرعه □□ .
* (ب) در هابرگ متغیر رایگان و مقید همه شناسایی □□ .
(c) اتفاقات؟ مقید و رایگان دارد که $\varphi$ در متغیر الف آنجا آیا
* (د) عبارات $w$ ( $w$ یک متغیر است) □ $f$ □□ □□ □□□ □□□□□□. ( $x$ ) $g$ ( $y$ )$z$ و $f$ آن در که، ترتیب به ۲، و ۱ آریتی با نمادها هستند تابع □□ و.
i. محاسبه $\varphi$ [ $w/x$ ]، $\varphi$ [ $w/y$ ]، $\varphi$ [ □ ( □□□□ ) /□ ] و $\varphi$ [ $g$ ( $y, z$ ) /$z$ ].
ii. از کدام □□□□□ ، □ ( □□□□ ) و □□□ ( □□ □ ) برای رایگان هستند □□□□ در $\varphi$ ؟
iii. از کدام □□□□□ ، □ ( □□□□ ) و □□□ ( □□ □ ) برای رایگان هستند □ در $\varphi$ ؟
(هـ) از محدوده ... است چه □□E □□ در $\varphi$ ؟

* $\varphi$ را به □□□□ ( □ ( □□ □ ) E ∧ (6□□ ч □□ ∨ □□ ( □□□□□ □□ ( □□□□□ $z$ ))))) کاربرد دامنه □□□□ ) E □□□□ □ الان چیست؟ آن

5. (الف) بگذارید □ $\psi$ از درخت کردن تجزیه ... کشی قرعه .۳ آریتی با نماد گزاره الف باش $\psi$ =ef ( □□ □□ ( □□□□□ □□ □ )) ( □□ □□ ( □□□□□ □□ □ )) ∧ 6□□ □ ( □□□□□□ □□ □ )) E □□ ч (6□□ □□ □ ))).
(b) تجزیه درخت آن در مقید و آزاد متغیرهای دادن نشان.
(c) آن در مقید و رایگان دادن رخ که متغیرها همه فهرست.
(d) محاسبه $\psi$ [ $t/x$ ]، $\psi$ [ $t/y$ ] و $\psi$ [ $t/z$ ]، کجا □□ $\psi$ =ef □□□ ( □)( □ ( □□ □ )) □ □ ).
آیا □□ برای رایگان □□□□
در □ برای رایگان ؛ $\psi$ در □ برای رایگان ؛ $\psi$ در □ ؟

6. □□ $\varphi$ معنای همان $\psi$ حاصل فرمول که طوری به (۱۰۶ صفحه) ۲.۹ مثال در $\varphi$ برای متغیرها نام تغییر □□□□ ، اما $f$( □□ $y$ ) □□□□ $x$ در $\psi$ آزاد است .

---

۲.۳ تمرینات

1. اثبات ... از اعتبار ... استفاده با هادنباله کردن دنبال ... ،دیگران میان در ،از استفاده با هادنباله کردن دنبال ... از اعتبار ... اثبات بساز .ه= و من = قوانین ... ،دیگران میان در ،از استفاده با هادنباله کردن دنبال ... از اعتبار ... اثبات
هستند □□ ۲ و $t_1$ ، $\varphi$ قاعده های‌نمونه ... چه ه= از کاربرد کدام هر برای دادن نشان شما که مطمئن.
(a) ( □ = 0) ∧ ( □ = □□□□ ) ► 0 = □□□□
(b) □□ ۱ ► □□ ۲ ( □□ + □□ ۲ ) = ( □□ + □□ ۱ )
(c) ( □□□ ∨ □ = 0) (( $x$)) ► + □□□□ ) > 0) ( □ = √( □□□□ + □□□□ )) (( □ > 0) ( □ = (0 + □ ))) .

2. بگیرید نظر در را فرمول .هامدل ما در عناصر از برابری ... اکسپرس به = استفاده ما که بیاورید یاد به □□□□ □ ( ( E □□ ч = □ ) ∧ □ 6(( $z = x$ )) ∨ ( $z = y$ )))) ،بگویید ساده زبان به توانیدمی آیا کند؟می مشخص فرمول این چه

3. ... iff مدل یک در داردمی نگه شهودی طور به که منطق گزاره از جمله الف پایین بنویس به کنید امتحان

(ترتیب به) دارد مدل

* (الف) عناصر متمایز سه دقیقاً

(ب) عناصر متمایز سه بیشترین در

* (ج) عناصر متمایز بسیاری متناهی طور به فقط.

آخر؟ مورد برای جمله الف چنین کردن پیدا در مشکلات علل منطق گزاره از «محدودیت» چه

4. (الف) برای اثبات (ای‌گزاره) الف کردن پیدا $\varphi$ $\rightarrow (q_1 \wedge q_2) \vdash (\varphi \rightarrow q_1) \wedge (\varphi \rightarrow q_2)$.

(b) برای اثبات (مصداق) الف کردن پیدا $\varphi$ $\rightarrow$ 6□□□□□□□□□□ $(x)$ $x(\varphi Q(x))$ □ که شده ارائه

□□□□ در رایگان نه است □□ .

(.اثبات (مصداق) ... در قوانین ۶ استفاده ، کردید استفاده قبلی مورد (ای‌گزاره) اثبات در $\wedge$

(c) برای اثبات الف کردن پیدا ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$)) |— 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) → ۶ □□□□□ □ ( □□□□ ).

(راهنمایی: سعی کنید ( □ ۱ ∧ □ ۱ ) → ( □ ۱ |— □ ۲ ∧ □ ۲ ) → □ ۱ ∧ □ ۲ □ ۱ □ ۲ .اول)

5. □□□□ $\varphi$ E ч ► ч6□□□□ □□ . به دارد مطابقت که متوالی منطق ای‌گزاره الف کردن پیدا آن اثبات

6. هادنباله کردن دنبال ... برای هااثبات ارائه:

(a) 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) ► ۶ □□□ □ ( □ ) ؛ 6 از استفاده با □□□□ □□ ( □□□□ ) □ فرمول ... کندمی ایجاب که من از کاربرد یک با پایان به نیازها اثبات شما ،فرض الف عنوان به □ . ).

(b) 6□□□□ (→□ $(x)$ ► $Q$6 $(x)$) → (6□ч□□□ □□□□ $(x)$) ( □□□□ □ ( □□□□ ))

(c) 6□□□□ (→□ч $(x)$ ► ч $Q$E $(x)$) ∧ ( □□□□ ( □ $(x)$ $Q(x)$)). $(x)$

7. درک واقعاً شما که شویدمی مطمئن آنها اعتبار اثبات با اما ،رسندمی نظر به کنندمخسته کمی زیر های‌دنباله قوانین اثبات ... لانه به چگونه کردن:

(الف) * ۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □□□□□□ □ ) |— 6 □□ ۶ □□ □□ ( □□□ □□□□ )

(ب) ای ایکس □□□ □□ ( □□□□□□ □ ) |— یو E $vF$ ( □□□ □□□□ )

(ج) * ۶ ایکس □□□ ( □□□□□□ □ ) |— ۶ □□□ ایکس □□ ( □□□□□□ □ ).

8. سمت آن چگونه کردن اشاره باید شما ،هاسنج‌کمیت برای قاعده اثبات الف استفاده شما که زمان هر ،ورزش این در راضی است (اجرا قابل اگر) وضعیت.

(a) اثبات 2(bh) قضیه از ۲.۱۳ صفحه ۱۱۷.

(b) اثبات (ب)۱ قضیه از ۲.۱۳: ч E $x\varphi$ ► 6 $x$ ч □□ .

(c) اثبات 3(الف) قضیه از 2.13: ( □□□□ $\varphi$ ) ∧ (6 $x\psi$ ) E► 6□□□□ ∧ ( $\varphi\psi$ ) یاد به ؛ دهید انجام جداگانه اثبات دو باید شما که بیاورید.

(d) اثبات از هاجهت دو هر از (الف)۴ قضیه از ۲.۱۳: □□□□ □ 6 $\varphi$ 6 E► 6□6 □□□□ □□ .

9. $S$ و ۱ نسبت دارای $Q$ و ، □ ، □□ ، □ کجا ،منطق گزاره در هادنباله کردن دنبال ... از اعتبار ... اثبات است («ای‌گزاره اتم» یک) ۰ آرگیته دارای □□□□□:

(الف) * ایکس ( □ → □□□□ ( $x$)) |— □ → ایکس □□□□ ( $x$)

(b) □ → ایکس □□□□ ( $x$) |— ایکس ( □ → □□□□ ( $x$))

(c) ایکس □□ ( □□□□ ) → □ |— ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □ )

(د) * 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) → □□ |— ایکس ( □ ( □□□□ ) → □ )

(e) ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) پنجم □□□□ ( $x$)) |— 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) ایکس پنجم □□□□ ( $x$)

(f) ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) پنجم □ ( □ )) |— ای ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) ای □ ( □ )) پنجم

(g) ۶ □□□□□ ( چ □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) ► ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$))

(h) ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) ► ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$))

(i) ایکس ( چ □ ( □□□□ ) ∧ ч $Q$ ( $x$)) ► ایکس ( چ ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ (

$x$)))

(j) ایکس ( چ □ ( □□□□ ) پنجم □ ( $x$)) ► ایکس ( چ ( □ ( □□□□ ) ∧ ч □□□□ ( $x$)))

* (ک) ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) |— 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) ∧ ۶ □□□□□ □ ( □□□□ ).

* (ل) 6 □□□□ □□ ( □□□□ ) پنجم ۶ □□□□□ □□□□ ( $x$) |— ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) پنجم □□□□ ( $x$)).

*(متر) ایکس ( □ ( □□□□ ) ∧ □□□□ ( $x$)) |— ایکس □□ ( □□□□ ) ∧ ایکس □ ( □□□□ ).

* (ن) E $xF$( □□□□ ) پنجم ایکس □□ ( □□□□ ) |— ایکس ( □ ( □□□□ ) پنجم □□ ( □□□□ )).

(ا) ۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □ ( □) ) → □ ( □□□□ )) |— ای □□□ □□ ( □ ) → ۶ □□□□□ □ ( □□□□ ).

* (ص) ۶ □□□□□ پ ( □□□□ ) |— ای چ □□□□ □□ ( □□□□ ).

* (س) ای چ □□□□ □□ ( □□□□ ) |— ۶ □□□□□ پ ( □□□□ ).

* (ر) ۶ چ □□□□□ پ ( □□□□ ) |— ایکس □□ ( □□□□ ).

10. ثابت به سخت باش تواندمی آسان نگاه آن چیزها قطعی ،منطق ای‌گزاره برای هااثبات کسر طبیعی مانند فقط کردن شامل اینها ،معمولاً .منطق گزاره برای کردن ...

هستند الگوها ... عنوان به همان در گزاره ای‌منطق: .کردن حکومت ای

(a) اثبات که □ □ ( □ |— □ □ ) ∧ □ □ □

14. ترجمه ... نمادهای از مناسبی مجموعه الف از استفاده با منطق گزاره در متوالی الف به استدلال کردن دنبال گزاره:

اگر .هستند دهندگان مالیات سیاستمداران همه پس ،باشند داشته وجود دهندگانی مالیات اگر
اگر ،بنابراین نیکوکاران هستند کنندگان پرداخت مالیات همه سپس ،نیکوکاران هر هستند آنجا
نیکوکاران هستند سیاستمداران همه سپس ،نیکوکاران دهنده مالیات هر هستند آنجا

منطق گزاره در متوالی که از اثبات الف با بالا بیا حالا.

15. ، $\varphi$ شده داده ،که الگوریتم یک از اساس فرم (۱۱۷ صفحه) ۲.۱۳ قضیه از هامعادل ... حس چه در کنید بحث شما تواندمی چه ، است $\psi$ نتیجه ... اگر درخت کردن تجزیه هافرمول ... از بالا ... به هاسنجکمیت دهدمی هل چیست؟ $\psi$ و $\varphi$ بین های‌تفاوت و اشتراکات درباره بگو

---

۲.۴ تمرینات

* ۱. $\varphi$ فرمول ... بگیرید نظر در $\stackrel{\text{def}}{=}$ ۶ □□□□□ ۶ □□□ □ ( □ ( □□□□□ □ ) □ □□□ ( □□ □ ) □ □ ( مربوطه با ′ و ✝ هامدل دو کردن پیدا .ترتیب به ،۲ و ۳ آریتی باشند داشته □□□ و □ کجا ،( □ □ □

هر
کدام
رضایت
بخش
دو فقط
اینها از
خواص
.

۷. نمایش ... مستلزم معنایی □□□□ $\varphi$ ▶ ϛ ч чE□□□□ $\varphi$ به باشند داشته شما که برای ؛
همچنین باید مدل این چرا دلیل به باشند داشته شما و $\varphi$ □□□ کندنمی ارضا که مدلی هر گرفتن
در هامثال ... به راه مشابه الف در این دادن انجام باید شما . □□ کنید راضی чE□□□□
۲.۴.۲. بخش

* ۸. نمایش ... مستلزم معنایی □□□□ □□ (6□□□□ ∨ 6□□□□ □6□□ ( $x$ ) ∨▶ □□□□ ( □ ( $x$ ) $Q(x)$). (x)

9. منطق گزاره از جملات باش $\eta$ و $\psi$ و $\varphi$ بگذارید.

(a) معنایی نظر از ؟ است چنین $\psi$ □□□□ □□□ □□□□□□ $\varphi$ مستلزم معنایی نظر از $\psi$ اگر
$\varphi$ ؟ نیست آن مستلزم ч

* (ب) نظر از $\psi$ که مورد ... لزوماً آن است ، □□□ $\eta$ ∧ $\varphi$ مستلزم معنایی نظر از $\psi$ اگر
؟ □ توسط مستلزم معنایی نظر از و $\varphi$ توسط مستلزم است معنایی

(c) $\psi$ که مورد ... لزوماً آن است ، $\eta$ توسط یا $\varphi$ توسط مستلزم معنایی نظر از است $\psi$ اگر
$\varphi$ توسط مستلزم معنایی نظر از است ∨ $\eta$ ?

(d) $\varphi$ iff $\varphi$ توسط مستلزم معنایی نظر از است $\psi$ چرا دهید توضیح $\psi$ → معتبر است.

10. آیا 6□□□□ (∨□□ ( $x$ ) 6 ∨ 6□□□□ ( $x$ )) ▶ □□□□ □□ ( □□□□ )
□□□□ □□□□ ( $x$ ) معنایی الف؟ توجیه الزام شما پاسخ کردن . .

11. سازگار هستند آنها که دادن نشان زیر هافرمول از مجموعه کدام هر برای:

(a) 6□ч□□□ □E( □□□□□ E □□□□□ )6□ → E□□□□ □□ ( □□□□□ ) □ □□□□ □ □ ( □□□□□□ □ ) □ □□□□ ( □ ( □□□□□ ) □ □ ( □□ □□□□ ))

* (ب) 6 □ч□□□ □6 (E□□□□□ □□□□□ ) □ □□□□ □ □ ( □□□□□ □ ) □
6□□□□ □ □ ∧( □ ( □□ → □□□□ ) □ ( □□ □ )) □ ( □□□□□□ □ ))

(c) (6□□□□□ ∨ ( □ ( $x$ ) → E $Q(x)$)) 6 $y$ □ ( □ ) → □ E□ч□□□ (∨ $R(x)$ $Q(x)$) □ $y$ ( □ ( □ ) □ ( □ ))

* (د) E□□□□ □6 ( 6□□□□□ □ → □□□ ) □ □□□□ □ ( □ ( □□□□□□ □ ) ( □□□□ ) = □ )).

12. یا ،کندنمی برآورده را آن که مدل الف کردن پیدا یا ،زیر در منطق گزاره از هافرمول ... از کدام هر برای
است معتبر که کندنمی ثابت:

(a) ( ۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □ ( □□□□□ □ ) → □ ( □□ □ ))) → ( ۶ □□□□□ ч □ ( □□□□□ □□□□ ))

* (ب) ای (( 6 □□□□ □□ ( □□□□ )) → □ ( □ ))

(c) ( ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → ای □ ( □ ))) → ( ۶ □□□□□ ای □ ( □ ( □□□□ ) → □ ( □ )))

(d) ( ۶ □□□□□ ای □ ( □ ( □□□□ ) → □ ( □ ))) → ( ۶ □□□□□ □ ( □ ( □□□□ ) → ای □ ( □ )))

(e) ۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □ ( □□□□□ □ ) → ( ه □ ( □ ( □□□□□ □ ) ∧ □ ( □□ □ ))))

(f) ( ۶ □□□□□ ۶ □□□ ( □ ( □□□□□ □ ) → ( □□□□ = □ ))) → ( 6 □ч □ ( □□ □ ))

* (گ) ( ۶ □□□□□ ای □ ( □ ( □□□□□ □ ) ∧ (( □ ( □□□□□ □ ) ∧ □ ( □□ □□□□ )) → ( □□□□ = □ )))) →
( چ ای □□ ۶ □□□ ( □ ( □□ □ ))).

(h) ۶ □□□□□ ۶ □□□ (( □ ( □□□□ ) → □ ( □ )) ∧ ( □ ( □ ) → □ ( □□□□ )))

(i) ( ۶ □□□□□ (( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) ∧ ( □ ( □□□□ )) → □ (

□□□□ )))) → (( 6 □□□□ □□ ( □□□□ )) → ( ۶ □□□□□ □□□□ ( $x$ )))

(j) (( 6 □□□□ □□ ( □□□□ )) → ( ۶ □□□□□ □□□□ ( $x$ ))) → ( ۶ □□□□□ (( □ ( □□□□ ) → □□□□ ( $x$ )) ∧ ( □ ( □□□□ )) → □ ( □□□□ ))))

(k) دشوار: ( ۶ □□□□□ ای □ ( □□□□ ) → □ ( □ ))) → ( ای ۶ □□□□□ ( □ ( □□□□ ) → □ ( □ ))).

---

۲.۵ تمرینات

1. (زیر در ۳ ورزش ببینید) صدا است منطق گزاره برای انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات ما که کنید فرض، کدام هر برای کردن پیدا با کرد ثابت باش تواندنمی هادنباله کردن دنبال ... از اعتبار ... که دادن نشان ارزیابی F به راستِ سمت فرمول تنها و T به ارزیابی از چپ ... به هافرمول همه که چنین مدل الف متوالی شودمی (اثبات الف از وجود عدم ... کندمی تضمین این چرا که دهید توضیح):

(a) 6□□□□□(□(x) ▶ 6□□□□□(6x)) x□(□□□□) □□□□ □□□□(x )

* (ب) 6□□□□□(□(x) 6R(x)) □ ▶ Ex(Q(x) R(x)) x)(□(x) □□□□(x))

(ج) (6□□□□□□□(6)) → Lx(□(x) L)، کجا □ آریتی دارد 0

* (د) 6□E□□□ □□(6□□□□□□) □ □□□□□□(□□□□□□□)

(e) E□□□□E□□(□E□□) □ □□(□) □(□(□) □□□□(z)).

* (و) E□□□□ □(□□□□) → □□□□(x)) □□□□(□(□□□□) □□□□(x))

* (گ) E□□□□□(□□□□) □□□□(x)) □□□□(□(□□□□) □□□□(x)).

2. دلالت ▶ قطعیت عدم دلیل جزئیات در دهید توضیح ،منطق اول مرتبه در ▶ برای کامل و صدا است که کنید فرض منطق که برای گیری تصمیم غیرقابل همه پذیری‌اثبات و اعتبار ،ارضا قابلیت که دارد این بر.

3. به است کافی شهودی طور به را آن ،منطق گزاره برای طبیعی استنتاج قوانین ما از صحت دادن نشان به چه .است درست هستند محل آن همه که شرطی به درست است قاعده اثبات الف از گیری‌نتیجه ... که دادن نشان ... کردن رسمی دقیقاً شما توان‌می ها؟ سنج کمیت و متغیرها از حضور به دلیل به شودمی مطرح عارضه اضافی سلامت؟ کردن اثبات برای فرضیه لازم القای

---

۲.۶ تمرینات

1. کندمی ارضا □ اگر داشتن نگه $\varphi$ □□ ای □ ▶ ⊩ کندمی ،۱۳۶ صفحه ،۲.۲۳ مثال در

* (الف) □(□□) = □۳ و □(v)= □ ؛

(b) □(u) = s1 و l(v)= s⁻¹□ □□□□□□□□ خود را کنید توجیه.

2. اثبات ▶ ⊩ که ای □ □□ ۶ □□ ۶ × ۶ □□ (□۱ ∧ □۲ ∧ □۳ ∧ □۴) حالت است iff دارای l(v) رسیدن نه :است زیر صورت به ( -روی (۲.۱۲) از که آنهایی ... هستند □□ ...□□ کجا ، مدل ... در (□□) □ ایالت از قادر صفحه ۱۳۹. (یا: ۱۳۹)

3. از نمادها بودن تابع شامل ماند؟می باقی معتبر یا شودمی اعمال ۱۳۸ صفحه از ۲.۲۶ قضیه ،بگیریم نظر در را $\varphi$ آریتی؟ متناهی هر

* ۴. ... شاهد که آنجا هستند مسیرها بسیاری چگونه ،۱۳۷ صفحه از ۲.۵ شکل از گراف شده کارگردانی ... در □□۲ از □۳ گره از دسترسی قابلیت؟

5. در که $\psi$ □ فرم منطق دوم مرتبه وجودی از هافرمول بنویس .۲ آریتی از نمادها گزاره باشد □ و □ بگذارید ⊩ کنندمی صدق فرم های‌مدل تمام E = (□□□□ □□ام) iff

* (الف) رابطه؛ متقارن و انعکاسی یک حاوی □

(b) رابطه سازی معادل یک شامل □

(c) نامیده است مسیر یک چنین – بار یک دقیقاً گراف ... از گره کدام هر بازدیدها که $R$ مسیر یک است آنجا همیلتونی شود می

(d) □□ام با $T$ ارزی‌هم رابطه برخی است آنجا :رابطه سازی معادل یک به شده تمدید باش تواندمی □□ ⊆

* (هـ) متعدی است '۲ طول از $R$ مسیر یک است آنجا رابطه ...

* ۶. نمی و باید □□□ :پارادوکس راسل به افزایش دهدمی ۱۴۱ صفحه روی (۲.۱۶) که غیررسمی طور به نمایش $A$ □□□□ از عنصری تواند .

7. □ رابطه دودویی الف اگر که است استوار واقعیت این بر (۱۴۰ صفحه) ۲.۲۸ قضیه اثبات در دوم مورد از $T$ رابطه متعدی ،انعکاسی الف در حاوی است

. کنید ثابت را این . □□ از شدن بسته متعدی ،انعکاسی ... شامل همچنین □□ سپس ،نوع همان ...

8. کردن توجیه و داشتن نگه کندمی بررسی مدل کدام کنید مشخص ،(۱۳۷ صفحه) ۲.۵ شکل و ۲.۲۳ مثال مدل برای پاسخ شما:

* (الف) E □6(6□□□□ □→ч□ □□(□□□□□□) → □(□□□)) (□□ □□□(□□□□□) □(□□□ □□□□));

(b) 6□ (E E E □ □□ □□(□□□□□□) → 6 6 → □(□□□) □(□□□□□□□)) (□□ □□□□(□□□□□) □(□□□ □□□□□));و

(c) 6□ (6 ч□□□ □□(□□□□□□)). (□□ □□□(□□□□□) □(□□□)). (v)).

9. یا ،منطق دوم مرتبه جهانی .کنید بیان محمولات منطق در $R$ دودویی یرابطه مورد در را زیر عبارات است ممکن چیز همه در اگر – منطق دوم مرتبه وجودی:

(a) ارزیهم روابط هستند یا □ حاوی نکن یا روابط متعدی ،متقارن همه .

* (ب) □ - چرخه یکی حداقل در روی هستند هاگره همه .

(c) متقارن است که □ حاوی رابطه کوچکترین الف است آنجا

(d) انعکاسی است که □ حاوی رابطه کوچکترین الف است آنجا

* (ه) رابطه خیر است آنجا و رابطه؛ سازی معادل یک است □ :رابطه سازی معادل حداکثر الف است □ رابطه رابطه سازی معادل یک است که □□ در حاوی

---

۲.۷ تمرینات

*.۱ به نقض مثال الف است (۱۴۸ صفحه) ۲.۱۱ شکل از مدل ... چرا دهید توضیح (الف) . خود به عشق بدون واقعیت حضور در عاشقان از

(b) شکل از مدل با (۱۲۸ صفحه) ۲.۱۹ مثال از □□□□□□ کنید شناسایی را مجموعه شما توانمی { } .کنید توجیه را خود پاسخ همان؟ ... ساختاری نظر از هستند هامدل دو اینها که چنین ۲.۱۱

* (ج) از (2.8) sat-isfy توانمی عناصر سه از کمتر با مدل خیر چرا غیررسمی طور به دهید توضیح NoSelfLove . که واقعیت این و ۱۲۸ صفحه

2. ماژول آلیاژ یک از قطعه قطعه کردن دنبال ... کنید استفاده

عنصر هاگراف درباره ماژول

{

نمودار سیگ {
کنید تنظیم را هالبه ،عنصر : هاگره
هاگره -> هاگره :
}

وظایف هاسازیمدل این برای:

(a) آنجا که کندمی مشخص (□□□□□□) □ کجا ،جملات سه آن و ۱۶۳ صفحه از ۶ ورزش بیاورید یاد به تولید به هاتلاش که سازگاری بررسی الف بنویس ،جمله کدام هر برای . □ به □□□□ از لبه یک است را آن .است درست هستند دیگر نفر دو ... اما ،دروغ است جمله که که در گراف الف از مدل الف کردن مدل الف یابدمی آنالایزر ... که در ،کدام هر اگر ،دامنه است آن کوچکترین چه .آلیاژ درون کنید تحلیل این؟ برای

(ب) * استفاده (. دارد □□□□ $S$ $n$ مجموعه که کندمی مشخص # S = n عبارت که باشید داشته یاد به
در گره پنج به دقیقاً تواندمی گره کدام هر که چنین هاگره هفت با گراف الف کردن تولید به آلیاژ کنید
(گره پنج همان لزوماً نه) برسد متناهی مسیرهای.

(c) می شروع ... از که آنهاست از یک هر میان از مسیری و گره $n$ از ایمجموعه $n$ طول به چرخه یک
۴ طول از چرخه الف کردن تولید گره همان ... با دادن پایان و .شود.

3. دو کندمی متصل لبه هر که جز به ،هالبه از مجموعه الف و هاگره از مجموعه الف دارد گراف جهت بی یک
جهت از حس هر بدون هاگره.

(a) شبیه» برای – مناسب واقعیت یک کردن اضافه توسط مثلاً – مورد قبلی ... از ماژول آلیاژ ... تنظیم
جهت بدون هایگراف «سازی.

(b) داشته است ممکن شما .کنید تحلیل و تجزیه را آنها و بنویسید ادعا و سازگاری بررسی چند ، نفس به اعتماد
نمودارها جهت بی از ماژول آلیاژ شما در باشند

* ۴. گره بین (ها لبه) رابطه متقارن دودویی الف ،هاگره از مجموعه الف از از متشکل گراف آمیزی رنگ قابل الف
که محدودیت ... به موضوع است تابع این .رنگ الف گره کدام هر به دهدمی اختصاص که تابع الف و ها
هستند مرتبط هم به لبه یک با آنها اگر رنگ همان ... باشند داشته هاگره خیر.

(a) هامحدودیت اینها و ساختار این برای رنگی هایگراف درباره امضا الف بنویس.

(b) فقط هارنگ دو توسط رنگی هستند هاگره که گراف الف کندمی تولید که کننده سرگرم جمله الف بنویس.
پذیر رنگ-۲ است گراف الف چنین.

(c) رنگی هستند ها گره که گراف الف کندمی تولید که کننده سرگرم جمله الف بنویس ۴ □ ۳ = □ ایک برای
□□□□□□□ $k$- گراف الف چنین .شده استفاده بودن هستند هارنگ □ همه که چنین هارنگ □ توسط
است .

(d) ماژول یک در توابع سه این تست

(e) دو قطعاً اما پذیررنگ-۳ است که گراف الف کندمی تولید که کننده سرگرم جمله الف بنویس به کنید امتحان
کمی با کنندهسرگرم گزاره آن بدنه از که را فرمولی دهد؟می گزارش چه Alloy مدل سازنده .نیست پذیررنگ
دارد تعلق است آیا تعیین .پارامترها آن همه با بدن که .بگیرید نظر در ،است آمده دست به وجودی سازی
منطق دوم مرتبه جهانی یا وجودی ،منطق کردن گزاره.

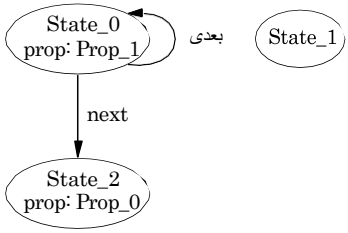
* ۵. از گامتکیه برداری نقشه ، اولیه هاایالت اولیه از مجموعه خالی غیر الف با دستگاه ایالت الف است مدل کریپکه الف
و ، بعدی رابطه گذار ایالت الف ،(هاایالت که در هستند درست خواص که کردن مشخص) خواص اتمی به هاایالت
: KripkeModel ماژول یک با .(ندارند بعدی حالت که هایحالت) نهایی هایایالت نهایی از مجموعه الف

(a) هامحدودیت اینها و ساختار این کردن منعکس که حقایق اساسی برخی و دولتی ماشین امضا الف بنویس

(b) الف و . کند دریافت اول پارامتر عنوان به را حالت ماشین یک که بنویسید Reaches نام به جالب دستور
مجموعه پارامترها اول ... دهنده نشان پارامتر دوم ... که چنین پارامتر دوم الف عنوان به هاایالت از مجموعه
بیان ... ، تی < - تی : ر اعلامیه نوع ... شده داده :توجه .ایالت اولیه هر از دسترسی قابل هاایالت از
تی نوع دارد ر *
. ر از شدن بسته متعدی ،انعکاسی ... دهنده نشان و خب عنوان به تی <-

(c) :ثبات آنها چک و کننده سرگرم جملات اینها بنویس

i. توانندمی نهایی موارد فقط متر از هاایالت دسترسی قابل ... میان در ، (حالت ماشین :متر) بستبن بدون
برسند؛ بستبن به




**۲.۱۵. شکل** غیرنهایی حالت بست‌بن هیچ آن در که غیرقطعی حالت ماشین یک از تصویری هستند یکسان ،کنندمی برآورده را یکسانی های‌ویژگی که هایی‌حالت و ندارد وجود.

ii. قطعی است رابطه ایالتی گذار ... متر از هاایالت دسترسی قابل همه در ، (حالت ماشین :متر) قطعی: ؛ خروجی انتقال یکی بیشترین در دارد ایالت کدام هر

iii. Reachability(m: StateMachine, p: Prop) ، ص است ویژگی دارای که حالتی و ؛ متر در رسیده باش تواندمی

iv. سرزندگی (پروپ :ص ،دولتی ماشین :متر) ، متر ایالت که ماده خیر دارد می نگه ص که در ایالت الف رسیدن – ایالت که از – تواندمی آن ،رسدمی.

(d) سرزندگی کندمی راضی دستگاه ایالت الف که زمان هر که گویدمی که دارد دلالت ادعا یک بنویس .من ملک آن برای دسترسی قابلیت کندمی ارضا همچنین آن سپس ملک الف برای.

تحلیل ... از کنید می نقاشی شما تواندمی هاگیری‌نتیجه چه .انتخاب شما از محدوده الف در ادعا که تحلیل .دوم ها؟ یافته

(e) آن . دارد آن بودن زنده بر دلالت ویژگی این الف از دسترسی قابلیت که هاایالت که کانورس ادعا یک بنویس ؟ گیریدمی ای‌نتیجه چه تحلیل نتیجه اساس بر .کنید تحلیل تایی ۳ محدوده یک در را

(f) آن که چنین هاایالت سه و هاگزاره .کند تولید ... دو با حالت ماشین یک ،شودمی تحلیل وقتی که بنویسید جالب ۲.۱۵ شکل از عنوان ... در جمله از بیانیه ... کندمی ارضا.

* ۶. زمانی چه زمینه‌پس ساکت ... در شده اعمال هستند عملیات گروه و رمزنگاری از کره و نان ... هستند هاگروه .غیره و هالایه سوکت امن ،بتونه استفاده شما □□ : □ کجا ،(۱ □□ □ $G$ ) است چندتایی یک گروه الف که طوری به $G$ است ۱ و تابع یک $G$ □□ $\times$ $\rightarrow$ $\in$ □□□□ ? □ = □ □ □ □ □ □ که چنین □□ □ برخی است آنجا □□ □□ $\in$ □□ هر برای جی۱ □ چنین کدام هر) 1 =
از معکوس یک شود می نامیده است □□□□ )؛

G2 همه برای $x$□□□ □□ $z \in$ □□ ، آیا x داریم □ ( □□) □ )= (
□□□□ ? □ ) ? □ همه برای $x \in G$ ، داریم $x$□ ۱ = ۱ □$x$ =
□□□□ .

(a) هامحدودیت آن و عملکرد این شودمی متوجه که هاگروه برای امضا الف کنید مشخص.

(b) عناصر سه با گروه الف کندمی تولید که AG گروه کننده سرگرم جمله الف بنویس.

۵. از محدوده ... در کنید بررسی .فرد به منحصر هستند عناصر معکوس که گفتن معکوس ادعا یک بنویس (c) دهد؟می پیشنهاد فرضیه محدوده کوچک ... بود خواهد چه هایافته شما گزارش

(d) پذیرجابجایی گروه یک .هستند پذیرجابجایی هاگروه همه بگوید که بنویسید پذیرجابجایی یگزاره یک .من اگر است $x ? y = \square ? x$ عناصر تمام برای $x$ و $y$ □□ .

ii. محدوده کوچک ... بود خواهد چه .هایافته شما گزارش و ۵ محدوده در جابجایی ادعا ... بررسی دهید؟ می پیشنهاد فرضیه

iii. کردن پیدا به کشد می طول ابزار ... طولانی چگونه رکورد و ۶ محدوده در جابجایی ادعا مجدد بررسی این؟ از بگیرید یاد شما دادن انجام (ها)درس چه .حل راه الف

(e) می چطور و ؟۱ تا هاگروه برای محدوده ... کردن محدود به امن آن است ،بالا ادعاها و توابع ... برای داد؟ انجام Alloy در را کار این توان

7. کردن اعلام است ممکن ما ،مثال برای .امضا الف دادن گسترش تواندمی یکی ،آلیاژ در

} اس دی پی یابدمی امتداد برنامه سیگ
اس دی پی از اصلی اولیه -- اجزا : متر
}

نیز مشخص تجاری علامت یک دارای اما ، باشد PDS نوع از کند می اعلام را برنامه از هایی نمونه این مجموعه ... به دارد اشاره اجزا : متر در اجزا از وقوع ... چگونه کردن مشاهده متر شده نامگذاری جزء باشد کردن اصلاح به پرسید هستند شما ،ورزش این در . PDS [5] یک عنوان به شده مشاهده ،برنامه الف از اجزا از ۱۵۴ صفحه در ۲.۱۳ شکل از ماژول آلیاژ ...

(a) همه کندمی بیان که کنید اضافه واقعیت یک .شد ذکر بالا در که همانطور کنید وارد را شده امضا برنامه یک ... است اجزا از ایمجموعه آنها ،هابرنامه همه برای و روش؛ اصلی الف دارد جزء اندشده تعیین هابرنامه ر* کندمی استفاده آلیاژ متر جزء شده تعیین ... به دارد اعمال به نیاز رابطه آنها از شدن بسته متعدی ،انعکاسی . ر رابطه از متعدی ،انعکاسی بستار ... دادن نشان به

(b) از یکی دقیقاً که کند تولید PDS سه با مدلی ،سازگاری صورت در که بنویسید شدههدایت سازیشبیه یک خدمات برنامه که از همه – متر شده تعیین ... جمله از – .دارد جزء چهار برنامه این .باشد برنامه یک آنها در شده ذکر مشخصات با شما سازیشبیه آیا کردن تعیین به آنالایزر آلیاژها کنید استفاده .اجزا سه مانده باقی از .است منطبق و سازگار مورد این

(c) قابل خدمات .است ارزشیی برنامه آن برای ،باشد نداشته وجود برنامه یک از جزء یک اگر که بگوییم بیایید اگر و ،آیا که دهید توضیح .کندمی بندیزمان را جزء آن دارد نیاز طریق از متر خدمات اصلی ... از دسترسی ، وجود صورت در RemoveComponent و AddComponent هایمحدودیت ،چگونه ،است چنین هابرنامه باش به مقید هستند 'پ و پ از موارد .کنندمی الزامی را «garbage collection» وجود

8. ... از ساختار ... مطالعه سپس .۲.۶ بخش از منطق دوم مرتبه جهانی و وجودی از بحث ما بیاورید یاد به تحلیل آلیاژ ،بدانید است ممکن شما که همانطور .۱۵۴ صفحه روی ۲.۱۳ -شکل در ادعاها و کننده سرگرم جملات ... درون مدل الف کردن پیدا به کندمی تلاش آن که برای فرمول الف آنها از شدن مشتق توسط هابیانیه چنین کندمی وجودی صورت به ، کنندهسرگرم یجمله الف از بدن ... یا ادعا؛ یک از بدن ... از نفی ... : شده مشخص محدوده ،هافرمول شده مشتق اینها از کدام هر برای .پارامترها آن همه با شده سازیکمّی

[5] از زیرمجموعه الف کندمی ایجاد ،۲.۱ و ۲.۰ آلیاژ در .نوع جدید الف extends creates ،جاوا مثلاً ،هازبان گرا شیء بیشترین در کردن برآورده به نیاز است ممکن و ساختار اضافی دارد زیرمجموعه ... کجا ،چنین عنوان به نوع جدید الف نه و نوع الف .باشد داشته اضافی هایمحدودیت

دوم مرتبه جهانی یا منطق دوم مرتبه وجودی منطق ،اول مرتبه منطق در خیر یا هستند بیان قابل آنها آیا اینکه تعیین منطق.

9. یادآوری ... بررسی مدل کندمی ترکیب آلیاژ که ۱۴۲ صفحه روی نظر $\varphi$ ▶ ⊩ گاما بررسی اعتبار و ▶ $\varphi$ ، خب؟ است این وسعت چه به کردن بحث شما تواندمی

---

## 2.9 هایادداشت کتابشناختی

که شکلی به محمولات منطق از توسعه ... در شده گرفته شده باشند داشته تصمیمات طراحی بسیاری تمرینات و هامثال ... از بسیاری که داشتند هایی‌سیستم وسطی قرون و یونانیان .است شده شناخته امروزه منطق گزاره عنوان به دادن تشخیص بود خواهد ما که چیز هیچ اما ، نماینده باش توانست‌می کتاب این در از شرحی .شد پدیدار ،شد چاپ [Fre03] در که ۱۸۷۹ سال در فرگه گوتلوب اثر انتشار زمان تا تعداد اول ... در شد پیدا باش تواندمی منطق از توسعه ... در درگیر مردم دیگر بسیاری ... از هامشارکت آن و منطق کلاسیک پوشش هاکتاب بسیاری هستند آنجا .[هود۸۳] در فصل هاجز .دبلیو از صفحات کمی ،[SA91] هاکتاب .ادبیات ... به گرهااشاره ناقص کمی تعداد الف دادن ما ؛ علم کامپیوتر در استفاده برنامه منطق ،نظریه نوع جمله از ،کتاب این در آن از کاربردها نظری بیشتر پوشش [گال۸۷] و [vD89] قضیه خودکار روی کردن تمرکز رویکرد یک .هاسیستم اصطلاحات بازنویسی و مشخصات جبری ،نویسی محمولی منطق های‌جنبه ریاضی ... مطالعه که هاکتاب .[فیت۹۶] توسط شده گرفته است کردن اثبات و [Ham78] شامل ،اول مرتبه حساب بودن ناقص و اثبات های‌سیستم بودن کامل مانند ،بیشتر جزئیات با مانند هایی‌قیاس طبیعی این بر علاوه هاسیستم اثبات دیگر حاضر هاکتاب اینها از بیشترین .شودمی [Hod83] مزایای موضوعی اصل های‌روش به نسبت طبیعی قیاس اگرچه .جدولی های‌سیستم و موضوعی اصل های‌سیستم الف در شده داده قرار هدف هاکتاب منطق در آن از هانمایشگاه کمی تعداد ... اما ،دارد را سادگی و ظرافت دادن ارائه یکی اول ... است که ،[BEKV94] کتاب ... است این به استثنا یکی . مخاطب علم کامپیوتر بوده جیه نام به قضیه کننده‌اثبات کسر طبیعی الف .اینجا شده استفاده ما فرم ... در هاسنجکمیت برای قوانین ... باشد متفاوت تواندمی یک کدام در ،یافته توسعه است

. هستند تا [۶] که آنهایی جدید کردن مشخص و قوانین است موجود از مجموعه ...

مسئله قطعیت عدم برای اثبات الف .[جی۸۰بی] است نظریه محاسبه قابلیت برای مرجع استاندارد الف گرفته ... از پست مکاتبات مسئله یک دوم نمونه .یافت [Tay98] درسی کتاب در توان‌می را پست مکاتبات بحث . [EN94] است هاسیستم داده های‌پایگاه از اولیه اصول ... روی متن الف .[شصت۹۲] .است شده روابط درباره خواهیمی اگر که [پاپ۹۴] متن ... روی بر مبتنی زیادی حد تا است ۲.۶ بخش از پیچیدگی محاسباتی و منطق بین کنیم‌می توصیه اکیداً ،بدانید بیشتر صمیمانه.

[۶] www.comlab.ox.ac.uk/oucl/users/bernard.sufrin/jape.html

خب عنوان به (۲.۱ و ۲.۰ آلیاژ تحت (کردن کار) فصل این از هاماژول آلیاژ کامل همه از کد منبع
آلیاژ با مطابق کد منبع عنوان به
الف از بیرون کرد رشد PDS مدل سایت‌وب هاکتاب ... در مواد «فرعی» تحت است موجود هستند ۳.۰
□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ برای ۲۰۰۲ پاییز ... در مجموعه آموزشی های‌دوره
حافظه برای که شده منتشر مدل یک نویسنده؛ اول ... و آیزنباخ سوزان توسط آموخته‌هم ، □□□□□□
سازی‌مدل زبان .شد خواهد ظاهر [EJC03] در ،است شده سفارشی NET. اسمبلی سراسری پنهان
در او افزارنرم طراحی گروه و D. Jackson توسط [JSS01] آن محدودیت تحلیلگر و Alloy
وب یک دارای ابزار این .اندشده داده توسعه ماساچوست فناوری موسسه در کامپیوتر علوم آزمایشگاه
. است alloy.mit.edu در اختصاصی مخزن سایت

از تأیید و سازی‌مدل در آنها کاربرد و شده‌تایپ بالاتر مرتبه های‌منطق مورد در بیشتر اطلاعات
و محاسبه روی [۷] اصلی صفحه دوره پفنینگ .اف روی شد پیدا باش تواندمی هاچارچوب نویسی‌برنامه
.کسر

[۷] www-2.cs.cmu.edu/~fp/courses/comp-ded/

# ۳

# بررسی مدل توسط تأیید

## 3.1 تأیید برای انگیزه

،آنها از ترکیبی یا افزاری‌نرم چه ،افزاری‌سخت چه ،کامپیوتری های‌سیستم صحت تأیید توانایی در بزرگی مزیت ، □□□□□□-□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ از مورد ... در .است واضح کاملاً این .دارد وجود عنوان به چنین ، □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□ هستند که آن به شودمی اعمال همچنین اما اخیراً کاملاً باشند داشته هاروش تأیید رسمی .غیره و ، □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ ،چیپس انبوه تولید اعمال به قادر متخصصان برای تقاضا رشد حال در الف است آنجا و صنعت توسط استفاده قابل شدن تبدیل تأیید مسئله به ها منطق از کاربردها دو کردن بررسی ما ،یکی بعدی ... و ،فصل این در .را آنها کردن کامپیوتری های‌برنامه یا هاسیستم صحت.

بخش سه شامل عنوان به از کرد فکر باش تواندمی هاتکنیک تأیید رسمی:

- الف □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ مرتب برخی از زبان توضیحات الف معمولاً ، سازی
- الف □□□□□□ □□□□ کردن توصیف برای □□□□ □□□□□□ شده؛ تأیید باش به خواص ...
- الف □□□□□ □□□ □□□ آیا کردن برقرار به □□□□□ کندمی ارضا سیستم الف از توضیحات ... مشخصات ...

زیر معیارهای ... به طبق شده بندی طبقه باش تواندمی □□□□□ □□ □□□□□□□□ :

**.مدل بر مبتنی مقابل در اثبات بر مبتنی** سیستم توصیف ... ،رویکرد اثبات بر مبتنی الف در دیگری :است زیر صورت به آن مشخصات و است (مناسب منطق با) $\Gamma$ های‌فرمول از ای‌مجموعه این . □□ گاما که اثبات یک کردن پیدا به کردن تلاش از از متشکل روش تأیید . □□ فرمول .کاربر از تخصص و راهنمایی‌کندمی ایجاب معمولاً

منطق‌یک برای مدل الف توسط شده نمایندگی است سیستم ... ،رویکرد مدل بر مبتنی الف در محاسبات از از متشکل روش تأیید ... و $\varphi$ شودمی داده نشان فرمول یک با دوباره مشخصات .مناسب مدل الف آیا

خودکار معمولاً محاسبه این .( $\varphi$ ▶ شده نوشته) $\varphi$ کندمی ارضا محدود های‌مدل برای

اغلب هستند هاسیستم اثبات منطقی که دیدن توانستمی ما ،۲ و ۱ هافصل در
مستلزم معنایی) $\varphi$ ▶ گاما ،اگر فقط و ،اگر داردهی نگه (پذیریاثبات) $\varphi$ گاما که معنی ،کامل و صدا
هامدل همه برای :است زیر شرح به عنوان به شده تعریف است دومی ... کجا ،داردمی نگه (بودن
. ▶ سپس ، ▶ باشند داشتهما گاما $\psi$ همه برای اگر ،
از ترساده بالقوه است رویکرد مدل بر مبتنی ... که دیدن ما ،بنابراین
الف اینکهای به مدل مجرد الف روی بر مبتنی است آن برای ،رویکرد اثبات بر مبتنی ...
.را آنها از کلاس نهایت بی احتمالاً

... است؛ .هستند متفاوت روش خودکارسازی میزان مورد در رویکردها **.خودکارسازی درجه** به ... از بسیاری .راهنما دفترچه کامل طور به و خودکار کامل طور به هستند تفریط و افراط .وسط ... در جایی هستند هاتکنیک کامپیوتر کمک

ملک کند توصیف را واحد مورد یک است ممکن مشخصات این **.مالکیت تأیید مقابل در کامل تأیید** تأیید به گران معمولاً است دومی .رفتار پر آن کردن توصیف است ممکن آن یا ،سیستم ... از .کردن

یا واکنشی همزمان؛ یا ترتیبی افزار؛نرم یا افزارسخت باش است ممکن که **،کاربرد از دامنه نظر مورد** نه است و زیست محیط آن به دهدمی نشان واکنش که یکی ... واکنشی سیستم یک .غیره و دهنده؛خاتمه **پیش** .(افزارسخت کامپیوتر و هاسیستم شده جاسازی ،هاسیستم عملیاتی مثلاً) دادن خاتمه به بود منظور ... در اوایل .دارد بیشتری مزیت ،شود معرفی **تأیید اگر .توسعه از پس مقابل در توسعه از** پرهزینه کمتر هستند چرخه تولید ... در زودتر شده گرفته خطاهای زیرا ،توسعه سیستم از دوره هامیلیون FDIV خطای با خود پنتیوم تراشه عرضه با اینتل که شودمی ادعا آن) .کردن اصلاح به (. است کرده ضرر دلار

مدل ،بندی طبقه بالا ... از . است □□□ □□□□□ نام به تأیید روش یک به مربوط فصل این برای شده استفاده باش به نظر مورد است آن .رویکرد اموال تأیید ، مدل بر مبتنی ،خودکار یک است بررسی روش توسعه از پس الف عنوان به است گرفته سرچشمه و هاسیستم □□□□□□ □ □□□□□□ فعالیت ) □□□□□□ توسط کردن پیدا به دشوار بیشترین ... میان در هستند اشکالات همزمانی .شناسی آزمون توسط شده پوشیده نه یا ناپذیر تکرار دارند تمایل آنها زیرا ،(مهم سناریوهای از سازیشبیه چندین اجرای .را آنها کردن پیدا به یکی کمک تواندمی که تکنیک تأیید یک داشتن ارزش خب است آن بنابراین ،موارد

بر مبتنی و مدل بر مبتنی رویکردی ،خودکار یک همچنین است ۲ فصل در شده توصیف سیستم آلیاژ هایمثال که کندمی پیدا را هاییمدل آلیاژ .است متفاوت کمی هامدل از استفاده نحوه ،حال این با .ویژگی تأیید توصیف مدل الف با شودمی شروع بررسی مدل کاربر ... توسط شده ساخته . هستند ادعاها برای نقضی آنها اگر .مدل ... در معتبر هستند کاربر ... توسط کرد ادعا هافرضیه آیا کندمی کشف و ،کاربر توسط شده مدل و آلیاژ بین تفاوت دیگری ردپاها اعدام از از متشکل ،نقض هایمثال کردن تولید تواندمی آن ،نه هستند از تکامل زمانی ... و خواص زمانی روی صریحاً تمرکزها (آلیاژ برخلاف) بررسی مدل آن؟ آیا بررسی .هاسیستم

یک ،فوق بندی‌طبقه نظر از که تکنیکی تأیید متفاوت خیلی الف کندمی توصیف ۴ فصل ،تضاد توسط نظر در هایی‌برنامه در استفاده برای تکنیک این .است رایانه کمک به و اثبات بر مبتنی ویژگی تأیید رویکرد نتیجه الف کردن تولید و دادن خاتمه به داشتن انتظار ما که است شده گرفته.

فرمول الف آن؟ آیا منطق زمانی از ایده . □□□□ □□□□□ روی بر مبتنی است بررسی مدل گزاره در است آن عنوان به ،مدل الف در نادرست یا است درست □□□□□ □□□ □□ نه است باش تواندمی فرمول الف و هاایالت چندین حاوی منطق زمانی از هامدل ... ،عوض در .منطق گزاره و ای شد جایگزین است حقیقت از مفهوم استاتیک ... ،بنابراین .دیگران در نادرست و هاایالت برخی در درست سیستم ... عنوان به هاارزش حقیقت آنها تغییر است ممکن هافرمول که در ،یکی □□□□ الف توسط □□□□□□□□ هستند هامدل ... ،کردن بررسی مدل در .ایالت به ایالت از یابدمی تکامل کندمی برآورده را یک سیستم الف که تأیید به منطق زمانی در هافرمول هستند $\varphi$ خواص و □□□□□□ چیزها سه دادن انجام باید ما ،ملک:

- در رسیدن ،کننده چک مدل الف از زبان توضیحات ... از استفاده با سیستم ... مدل مدل الف ;
- $\varphi$ زمانی منطق فرمول یک به منجر که ،کنید کدگذاری مدل کننده‌بررسی مشخصات زبان از استفاده با را ویژگی □□□□□ .
- □□ و هاورودی با چکر مدل ... کنید اجرا .

بررسی اکثر ،دوم حالت در صورت؛ این‌غیر در «نه» و $\varphi$ ▶ اگر «بله» پاسخ ... هاخروجی چکر مدل کنندمی تولید نیز سیستم رفتار از ردی ،مدل های‌کننده.

طراحی ... در ابزار مهم یک است «متقابل های‌ردیابی» چنین خودکار تولید این .شودمی خرابی این باعث که هاسیستم از زدایی اشکال و.

بندی‌طبقه ... از اصطلاحات در ،رویکرد □□□ □□ □□□□□ □□□ الف است بررسی مدل که آنجایی از بود نخواهیم معناشناسی نگران ما ،دو قبلی ... در برخلاف ،فصل این در که کندمی دنبال آن ،زودتر شده داده اثبات با یا ،( $\Gamma$) ▶ $\varphi$ بودن مستلزم

برای انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی الف از توسعه ... عنوان به چنین ،( $\Gamma$ $\varphi$) نظریه الف و مدل الف بین رابطه رضایت یعنی ،رضایت از مفهوم ... با منحصراً کار اراده ما .منطق زمانی فرمول ( ▶ $\varphi$ ).

و اند داده پیشنهاد مردم که زمانی های‌منطق وحش باغ کل است یک آنجا

اساس بر آنها بندی‌طبقه با توان‌می را هایی‌گرایی‌صورت چنین فراوانی .شودمی استفاده مختلف چیزهای برای به زمان از کردن فکر □□□□-□□□ های‌منطق .کرد سازماندهی «زمان» از خاصشان دیدگاه □□□□ .موارد زمان از توالی الف است مسیر الف کجا ،مسیرها از مجموعه الف عنوان به شدن شاخه شاخه و حال لحظه در دار ریشه ،درخت الف عنوان به زمان نمایندگی ها منطق □□□□□□ یکی صریح بیشتر آینده ... از طبیعت قطعی غیر ... ساختن رسدمی نظر به زمان بندی شاخه .آینده ... □□ □□□ □□ □□□□ یا □□□□□□ را آن ما آیا که است این زمان های‌کیفیت از دیگر نظر در را دوم حالت اگر و ،شودمی پیشنهاد اول حالت ،کنیم مطالعه را آنالوگ کامپیوتر یک اگر . □□□□□ شبکه همزمان الف برای شده داده ترجیح باش .را دوم حالت است ممکن ،بگیریم.

عنوان به ،مدل الف در ثابت نه است فرمول یک درستی زیرا ،دارند پویا ای‌جنبه زمانی های‌منطق ،فصل این در .مدل ... داخل زمانی نقطه ... روی دارد بستگی اما ،منطق ای‌گزاره یا گزاره در است آن و ،(LTL) □□□ □□□□□ □□□□ □□□ شود می نامیده ،خطی است زمان کجا منطق الف مطالعه ما اینها .(CTL) □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ یعنی ،شدن شاخه شاخه است زمان کجا دیگری مردم و ها؛پروتکل ارتباطات و افزارسخت تأیید در ثمربخش العاده‌فوق باش به شده اثبات باشند داشته ها منطق یک محاسبات از فرآیند ... است □□□□□ □□□ .افزارنرم از تأیید به آنها کردن اعمال به آغاز هستند پاسخ

از یکی از فرمول الف است $\varphi$ کجا ،داردمی‌نگه $\varphi$ ▶ □□□ آیا از سوال ... به ،ملاحظه تحت سیستم ... از مدل مناسب یک است ،هامنطق اینها

رابطه رضایت زیربنایی ... است ▶ و مدل که از ایالت الف است □□

سیستم فیزیکی واقعی یک با گیج باش نه‌باید مانند هامدل.

بی هستند که ،سیستم فیزیکی الف از هاویژگی واقعی از زیادی تعداد کردن حذف که انتزاعات هستند هامدل و دیفرانسیل حساب در کندمی یکی که انتزاعیاتی ... به مشابه است این . □□ از بررسی ... به ربط یا ، □□□□□ های‌دایره ،خطوط □□□□□□ درباره کردن صحبت ما آنجا .مکانیک یا انتگرال تمرکز به ما دادن اجازه آنها برای ،قدرتمند ... بسیار هاانتزاع این . □□□□□□ □□□□ آزمایشی خاص نگرانی ما از ملزومات ... روی .

## 3.2 منطق زمانی خطی زمان

دادن اجازه که ربط حروف با ،منطق زمانی الف است ،کوتاه برای LTL یا □□□ □□□□□ منطق این .آینده ... به نهایت بی گسترش ،هاایالت از توالی الف عنوان به زمان هامدل آن .آینده ... به ارجاع به ما ،کلی طور به .شودمی نامیده مسیر یک خلاصه طور به یا محاسباتی مسیر اوقات گاهی است هاایالت از توالی .هستند مختلف ممکن های‌آینده دهنده‌نشان که گیریم‌می نظر در را مسیر چندین ما بنابراین ،نیست قطعی آینده .شد متوجه است که مسیر «واقعی» ... باش است ممکن که از یکی هر

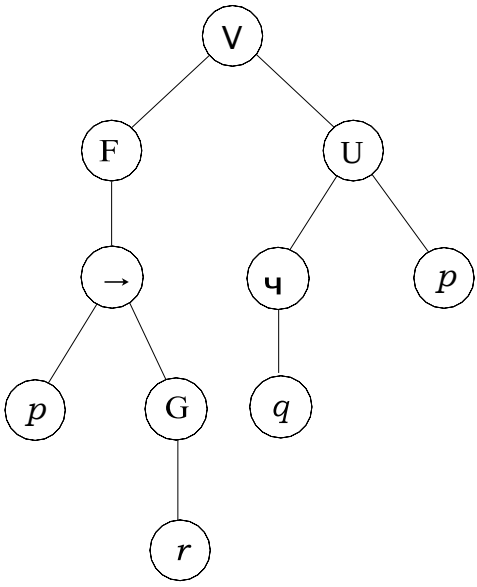
□ □ ۱ □ یا ، ... □□ □□ □□ □□ عنوان به چنین) هافرمول اتمی از هاتم مجموعه ثابت الف با کار ما مانند ،سیستم الف از داشتن نگه است ممکن که حقایق اتمی برای ایستاده هاتم اینها .( ... □ ۲ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□» یا «□□□ □□□□□ *Q5* □□□□□» □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ R1» □□□□□ □□□□ است ۶ . یا «□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□» دست در سیستم الف در علاقه خاص ما روی دارد بستگی آشکارا اتمی توصیفات انتخاب

### 3.2.1 از نحو LTL

**۳.۱ تعریف** فرم نائور بکوس در شده داده نحو کردن دنبال ... دارد (LTL) منطق زمانی خطی زمان:

$$\varphi ::= \text{تی} \mid \bot \mid \square \mid (\text{چ}\ \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi\ \text{پنجم}\ \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi) \mid (\text{ایکس}\ \varphi) \mid (\mathrm{F}\ \varphi) \mid (\mathrm{G}\ \varphi) \mid (\varphi\ \mathrm{U}\ \varphi) \mid (\varphi\ \mathrm{W}\ \varphi) \mid (\varphi\ \mathrm{R}\ \varphi) \tag{3.1}$$

. هاتم مجموعه برخی از اتم ای‌گزاره هر است □ آن در که




**شکل ۳.۱.** درخت تجزیه از (ف) → (جی □) پنجم □ (یو □ (چ □)) .

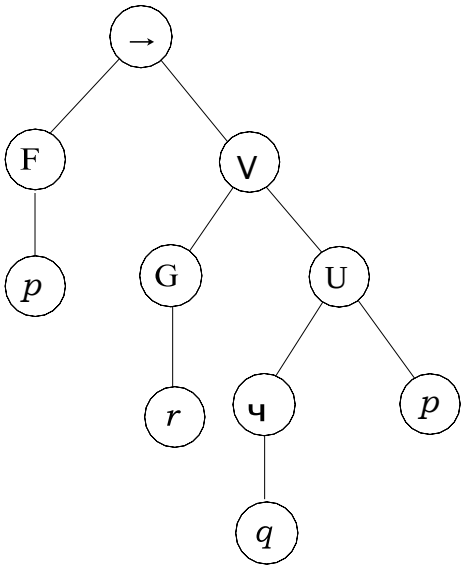
یک است $\varphi$ و ؛ هااتم از هااتم همه هستند عنوان به ،هافرمول LTL هستند و نمادها ... ،بنابراین شود می نامیده هستند دبلیو و ،آر ،یو ،جی ،ف ،ایکس هارابط غیره و ،یکی است $\varphi$ اگر فرمول LTL معنی به G و «آینده های‌حالت از برخی» یعنی ف '،ایالت بعدی یعنی X. □□□□ □□□ □□□□□ □□□□ تا» شود می نامیده هستند دبلیو و R و U ،بعدی مورد سه .است «(جهانی صورت به) آینده های‌حالت همه» در هارابط اینها همه از معنی دقیق ... در کرد خواهد نگاه ما .ترتیب به «تا ضعیف» و «کردن رها» «،اینکه نحو آنها روی کنسانتره ما ، فعلاً بخش؛ بعدی ...

هافرمول LTL از هامثال برخی هستند اینجا:

- (((ف □) ∧ (گ □)) → (□ دبلیو □))
- (ف □ → (گ □)) ∨ ((□ یو □) ∧ □)
- (□ دبلیو (□ دبلیو □))
- ((جی (ف □)) → (ف (□ پنجم □□)))).

شکل در مصور است فرمول این از درخت کردن تجزیه ... ۳.۱.

آنها از بسیاری .بخوانید به سخت هافرمول ... شودمی باعث و ،هابراکت آن همه بنویس به کننده خسته است این □ شده نوشته باشد تواندمی (($q$ ف) □) ،مثال برای ابهامات؛ کردن معرفی بدون شده حذف باش تواندمی کردن حذف به سفارش در .ابهامات فصل و حل به نیاز مورد ← دیگر برخی ،حال این با .ابهام بدون $q$ ف برای شده فرض ما آن به هارابط LTL ... برای هااولویت صحافی کنید فرض مشابه ما ،آنها از برخی منطق گزاره و گزاره.




**شکل ۳.۲.** تجزیه درخت F □□ جی → الزام های‌اولویت فرض با □ Up $q \vee r$ ۳.۲. کنوانسیون آور

کردن مقید (ز و ف ،ایکس زمانی های‌رابط ... و از از متشکل) هارابط تکی **۳.۲** کنوانسیون آیدمی → آن از بعد و ؛ ∨ و آیندمی ∧ سپس W؛ و R ،یو بیا سفارش ... در بعدی محکم بیشترین .

می بالا هامثال .ابهام کردن معرفی بدون ها براکت برخی قطره به ما دادن اجازه هااولویت صحافی اینها شده نوشته باش تواند:

- ف □ ∧ جی □ → □ دبلیو □
- ف ( □□□ → ∨ G) □ ) □ یو □
- □ دبلیو ( □ دبلیو □ )
- اف جی □ → ف ( □ پنجم □ □ ).

زدایی‌ابهام به یا ۳.۲، کنوانسیون از هااولویت ... گرفتن نادیده به سفارش در بودند شده حفظ ما ها براکت فرمول دوم ... ،همه در ها براکت خیر با ،مثال برای .فصل و حل نه کندمی کنوانسیون ... که موارد ۳.۲، شکل از درخت کردن تجزیه ... به متناظر ، □ یو □ □ جی □ شوید F به تبدیل بود خواهد استن متفاوت کاملاً که ∨.

هافرمول فرم خوش □□ هستند زیر موارد:

- تکی نه ،دودویی است یو که آنجایی از – □ یو
- دودویی نه ،صدایی‌تک است جی که آنجایی از – □ جی □

است درخت شودمی تجزیه که $\psi$ فرمول هر است $\varphi$ فرمول LTL یک از زیرفرمول الف **۳.۳ تعریف** درخت کردن تجزیه ها $\varphi$ از درخت زیر الف

□ دبلیو □ ( $q$ U □ ). و □ $q$ U □ ، □ ، □ ، □ هستند ،مثلاً، ( □ U $q$ ) دبلیو □ از هازیرفرمول

## 3.2.2 LTL از معناشناسی

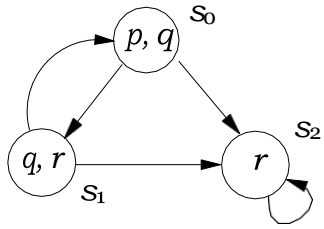
به .شوند سازی‌مدل است ممکن ،مندیم‌علاقه LTL از استفاده با آنها تأیید به ما که هایی‌سیستم انواع (ساختار استاتیک) □□□□□□□ از وسیله به سیستم الف هامدل سیستم گذار الف .هاسیستم گذار عنوان : تررسمی .(ساختار پویا) □□□□□□□□ و

دارای $S$ هاایالت از مجموعه الف است ( □ □ → □ □ ) = ⊢ سیستم گذار الف **۳.۴ تعریف** دارد □ ∈ □□ هر که طوری به ،( $S$ روی دودویی رابطه یک) → است انتقالی رابطه یک که ( □□ ) □ هاگزاره اتم جنس از مجموعه ... دارد یکی ، □□ ایالت کدام هر با مرتبط ،و ،ایالت به از ای‌مجموعه ، بنویسید را ( هااتم ) ،هااتم توانی مجموعه برای ما .ایالت خاص که در درست هستند □ □ □ □ □ است □□□ توانیِ مجموعه ،مثال برای .اتمی های‌توصیف P □□□ که است □ درباره تفکر برای خوب روش یک ∅ { } { } { } { } گزاره برای مورد ... بود آن عنوان به ،هااتم گزاره همه به هاارزش حقیقت از تکلیف یک فقط است آن □□ □□□ ما که است این اکنون تفاوت .( گویندمی □□□□□□□□□ آن به که ما) منطق ای :در است سیستم ... □□ ایالت که روی دارد بستگی تکلیف این بنابراین ، □□□□□ □□□□ □□ شامل ( □□ ) □

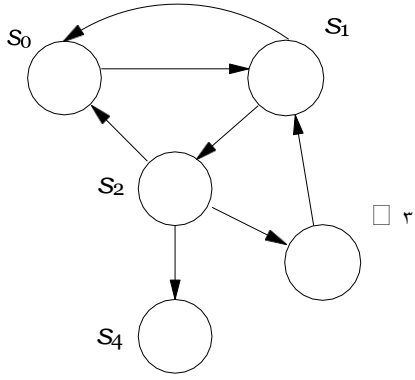
( $s$ ) . ها ایالت در درست هستند که هااتم همه

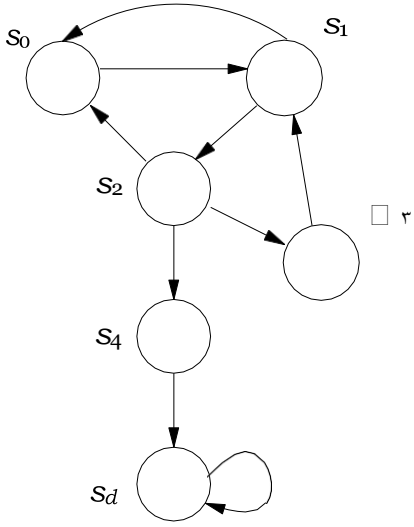
از استفاده با سیستم گذار (محدود) الف درباره اطلاعات ... همه اکسپرس راحتی به است ممکن ما هستند که هااتم ای‌گزاره همه شامل (هاایالت بگیرید تماس ما که) هاگزاره که نمو ها شده کارگردانی فقط ... اگر ؛ ۲ □ و □ ، . □□ هاایالت سه فقط دارد سیستم ما اگر ،مثال برای .ایالت که در درست و ۲ □ □ ، . □□ □ ۲ ، □ □ ۱ ، □ هستند هاایالت بین گذارها است ممکن = ( $s2$ ) $L$ و □ □□ = ( $s1$ ) $L$ ، □ □ = ( $s0$ ) $L$ اگر و ؛ ۲ □□□□□ ۲ □ هامدل حاضر به دادن ترجیح ما. ۳.۳ شکل به اطلاعات این کنیم خلاصه را همه توانیم‌می سپس ، □ شدنی است که که زمان هر تصاویر چنین از ای وسیله توسط.

به $S$ · □□□□□ یک حداقل در است □□□□ ∈ □□ هر برای که ۳.۴ تعریف در نیاز مورد فنی الف است این .باشد داشته « بست‌بن» تواندنمی سیستم از حالتی هیچ یعنی · □□ $s$ که طوری الف اگر .مدل تواندمی ما هاسیستم ... روی محدودیت واقعی هر نمایندگی نه کندمی آن واقعیت در و ،راحتی هم با ،بست‌بن نماینده □□ □□ ایالت اضافی یک کردن اضافه همیشه توانستیم‌می ما ،بست‌بن داد انجام سیستم جدید با




به $(S ، \rightarrow ، L) =$ ⊩ سیستم گذار الف از نمایندگی مفید و مختصر الف **۳.۳. شکل**
. □ ( □□ ) . کنیم‌می گذاری‌برچسب $l \in$ iff $l$ با □□ $s$ های‌حالت .دارجهت گراف یک عنوان



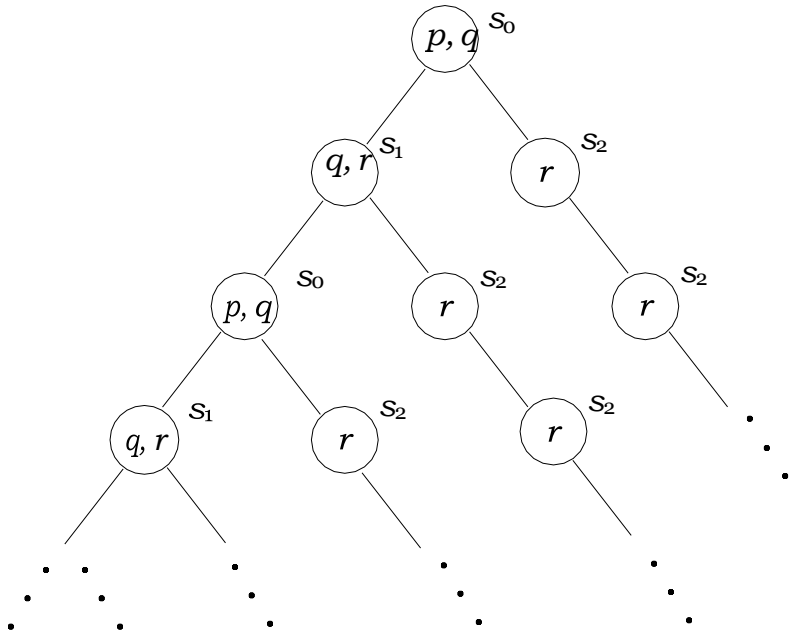




**۳.۴. شکل** .ندارد دیگری انتقال هیچ که . □□□□□ $s4$ های‌حالت با سیستمی ،چپ سمت در
□□ □□□□ □□ .□□□□□□ □□□□□ $s_d$ «بست‌بن» حالت با را سیستم آن ،راست سمت در
ما برداشت صورت این در ،البته ؛ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□
.است اصلی سیستم در بست‌بن معادل ... «بست‌بن» حالت به رسیدن که است این

به همچنین عنوان به ،سیستم قدیمی ... در بست‌بن الف بود که □□ کدام هر برای □□ □□ → □□ هاانتقال
مثال یک چنین برای ۳.۴ شکل ببینید . □□ □□ → □□ □□ عنوان

**۳.۵ تعریف** الف در مسیر مدل‌ ⊩ = ( □□ → □ □ ) هاایالت از توالی نهایت بی یک است □
به را مسیر . $s_{i+1}$ → □□ □ ، ۱ ≤ $i$ هر برای که طوری به $S$ در ... , $s3$ □ ۲ □ □ ۱
. → □□□□□ ۲ → ... . نویسیم‌می $s_1$ صورت

اول :سیستم ماست احتمالی آینده دهنده نشان این ... → □ ۲ → □ = $\pi$ مسیر ... بگیرید نظر در
که پسوندی برای $\pi^i$ بنویس ما .روی بنابراین و ، □ ۲ ایالت در است آن سپس ، □ ۱ ایالت در است آن
از $s_i$ □□□□ □□□□□ ، مثلاً $\pi^3$ □ ۳ است → □ ۴ → ... .

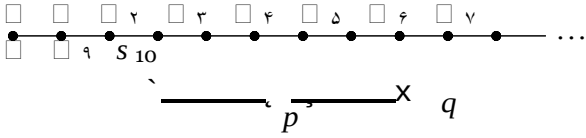



**۳.۵. شکل** تمام از درخت نهایت بی یک عنوان به ۳.۳ شکل از سیستم ... کردن باز شوندمی شروع خاص حالت یک از که محاسباتی مسیرهای.

... کردن باز توسط ایالت شده داده الف از مسیرها محاسبه است ممکن همه کردن تجسم به مفید است آن برای را ۳.۳ شکل حالت نمودار اگر ،مثال برای .درخت محاسبه نهایت بی یک آوردن بدست به سیستم گذار ۳.۵. شکل در درخت نهایت بی ... دریافت ما سپس ، . □□ ایالت کنیم باز شده‌تعیین شروع نقطه مدل کردن باز با آمده دست به درخت ... در شده نمایندگی صریحاً هستند مدل الف از مسیرها اعدام.

**۳.۶ تعریف** بگذارید = □□ □ $L$ ) و باشد مدل یک $\pi$ = □□□□ ۱ ... مسیری رابطه ... توسط شده تعریف است فرمول LTL یک کندمی ارضا *(π)* □□ □□□ آیا در است زیر شرح به عنوان به ▶ رضایت:

1. □□ ▶ تی
2. □□ ▶ ⊥
3. □□ ▶ □ iff □ ∈ □ ( □□□□□ ۱)
4. □□ ▶ چ $\varphi$ iff □□ ▶ $\varphi$
5. □□ ▶ $\varphi$ ۱ ∧ $\varphi$ ۲ iff □□□ □□ ▶ $\varphi$ ۱ و □□ ▶ $\varphi$ ۲
6. □□ ▶ $\varphi$ ۱ پنجم $\varphi$ ۲ iff □□ ▶ $\varphi$ ۱ یا □□ ▶ $\varphi$ ۲
7. □□ ▶ $\varphi$ ۱ → $\varphi$ ۲ iff □□ ▶ $\varphi$ ۲ که زمان هر □□ ▶ $\varphi$ ۱
8. □□ ▶ ایکس $\varphi$ iff □□□ □□ ۲ ▶ $\varphi$
9. □□ ▶ جی $\varphi$ ،ایف همه‌برای □□ ≥ ۱، □□ □□ ▶ $\varphi$




**شکل ۳.۶.** فرض کنید p از معناشناسی LTL. در تا از معنی ... از تصویرسازی یک $s^{--}$ (در فقط و) در $q$ و باشد برقرار $s8$ □ $s_7$ □ $s_6$ □ $s5$ ، $s_4$ ، $s3$ (در فقط و ) در □□□□□□ است . $s_{--}$ های‌حالت فقط به $s_9$ کدام هر $p$ □□ □□□□□□□ □□ شده داده نشان مسیر امتداد در $q$ یو □□□□.

10. □□ ▶ ف $\varphi$ iff برخی است آنجا □≤ ۱ که چنین □□ □□ ▶ $\varphi$
11. □□□ □□ ▶ $\varphi$ U $\psi$ اگر $i1$ ≤ ای وجود که باشد داشته همه برای و $\psi$ ▶ $\pi^{i}$ که باشد داشته وجود ای □ $j$ = ۱ □ $\pi^{j}$ ▶ $\varphi$ داریم 1 ... □ $i$
12. □□ ▶ $\varphi$ دبلیو $\psi$ iff برخی است آنجا یا □ □ ≥ ۱ که چنین □□ □□ ▶ $\psi$ و همه برای □□ □□ ▶ $\varphi$ ; یا همه برای □ ≥ ۱ باشند داشته ما □□ □□ باشند داشته ما □ $i$ — ۱ ... □ □□ = ۱
13. □□ ▶ $\varphi$ ر $\psi$ iff یا آنجا برخی است □□ ≥ ۱ که چنین □□ □□ ▶ $\varphi$ و همه برای □□ = ۱ □ ... □ □□

□□ باشند داشته ما □□ □ ▶ □ . یا همه برای □ ≥ ۱ باشند داشته ما □□ □□ ▶ $\psi$ ، همه برای

۷ تا ۳ بندهای .نادرست همیشه است و ،درست همیشه است که حقایق ... کردن منعکس ۲ و ۱ بندها ،مسیر ... از ایالت اول ... کندمی حذف ۸ بند . دیدیم ای‌گزاره منطق در که هستند متناظری بندهای مشابه حالت (دومین) «بعدی» ... در شودمی شروع آن از که مسیری کردن ایجاد به سفارش در.

این با .ملاحظه در مسیر امتداد در ایالت اول ... در شده ارزیابی هستند هاتم که یعنی ۳ بند که اطلاعیه ... از ایالت اول ... به ارجاع فرمول LTL یک در دهندمی رخ هاتم ... همه که معنی ندارد که ،حال ... سپس ،( □ ایکس □ ) جی در ،مثلاً ،دهنده پیوند زمانی الف از محدوده در هستند آنها اگر مسیر؛ ایالت اول ... به ارجاع هاتم و ،ملاحظه در مسیر ... از است کافی گرفتن شودمی شامل رضایت محاسبه است کافی آن از.

برای هاغرفه که ،یو . زمانی های‌رابط دودویی ... با معامله که ،۱۳—۱۱ بندها در کن نگاه الان بیایید الف روی داردمی نگه $\varphi_2$ یو $\varphi_1$ فرمول اینها از شد مواجه یکی با معمولاً بیشترین ... است «،اینکه تا» $\varphi$ ،این بر علاوه .دارد می نگه $\varphi_2$ □□ مداوم طور به داردمی نگه $\varphi_1$ که مورد ... است آن اگر مسیر برای ۳.۶ شکل ببینید .ایالت آینده برخی در داشتن نگه □□□□□ $\varphi_2$ که هاخواسته واقع در $\varphi_2$ یو $\varphi_1$ اما ،شده داده نشان مسیر امتداد در $q$ یو کندمی برآورده را $p$ $s_9$ به $s_3$ هاایالت از کدام هر :تصویرسازی $s_0$ به □□□□□ $s_2$ .نکن (یا: نکن.)

«.کن رها» برای ایستاده ،ر و ،است «ضعیف تا» مخفف که W از عبارتند دوتایی ربط حروف دیگر ... همراه راضی نهایت در است $\psi$ که نیست نیازی کندمی $\varphi$ W $\psi$ که جز به ،یو مانند فقط است تا ضعیف است $\psi$ ر $\varphi$ ،است که یو؛ از دوگانه ... است ر انتشار . □ یو $\varphi$ توسط است نیاز مورد که ،سوال در مسیر باقی باید $\psi$ که کندمی تعیین ۱۱ بند زیرا «کردن رها» شود می نامیده است آن .( $\varphi$ U $\psi$ ) به معادل . □ «انتشار» $\varphi$ ؛(یک دارد وجود اگر) درست شودمی $\varphi$ زمانی چه لحظه ... جمله از و به بالا درست بماند ... و ، $\psi$ و $\varphi$ از هانقش ... مبادله آنها که از عبارتند هاتفاوت ... مشابه؛ کاملاً واقع در هستند دبلیو و ر

۱ — □□ یک دارد دبلیو برای بند

قابل هستند آنها نکن؛ ما دو؟ هر نیاز ما دادن انجام چرا ،مشابه هستند آنها که آنجایی از □□ دارد ر کجا زیرا مفید است R .دو هر باشند داشته به مفید است آن ،حال این با .بعداً دیدن اراده ما عنوان به ،متقابل تعریف U. ضعیف فرم الف است آن زیرا مفید است دبلیو که حالی در ،یو از دوگانه ... است آن

هر گویدمی که زمانی تا از (W) نسخه ضعیف یا (U) قوی نسخه ... کدام هیچ که باشید داشته توجه ... از برخی با کنتراست در است این .شد متوجه شده دارد تا ... از بعد افتدمی اتفاق چه درباره چیزی فقط نه است آن '۲۲ بود من تا شده دودی من» جمله ... در ،مثال برای .زبان طبیعی در «تا» از هاخوانش ما اما ،قدیمی سال ۲۲ بود او یا او تا بالا شده دودی پیوسته به شده داده ارجاع شخص ... که کرد ابراز که از کشیدن سیگار بالا داد شخص این که گفتن عنوان به جمله الف چنین کردن تفسیر بود خواهد همچنین درباره جمله ... اکسپرس توانستمی ما .منطق زمانی در تا از معناشناسی از متفاوت است این .بعد به نقطه □□ که درست بار یک بود آن اینکه بیان با ،مثال برای ربط؛ حروف سایر با U ترکیب با کشیدن سیگار است «هستم ساله ۲۲ من» دهنده نشان $t$ و دود من» دهنده نشان $s$ کجا ،( □□ جی □□ ) یو.

که معناست بدان این .شودمی نیز حال شامل آینده ،بالا ۱۳ تا ۹ بندهای در که باشید داشته توجه **۳.۷ نکته** آیا اینکه . گیریمی نظر در آینده حالت یک عنوان به نیز را فعلی حالت ،«آینده های‌حالت تمام در» گوییمی وقتی ممکن شما ،ورزش یک که همانطور .نه یا ،این .است قراردادی امری ،خیر یا دهیم انجام را کار این الف .حاضر ... کندمی مستثنی آینده ... که در LTL از نسخه الف توسعه حال در بگیرید نظر در است

→ □ ، □ → □ G های‌فرمول ... که است حاضر ... شدن شامل باید آینده ... که کنوانسیون اتخاذ از پیامد

$q$ U □ و □ → $p$ ف است درست مدلی هر از حالت هر در.

به ،حال این با هافرمول LTL و مسیرها بین رابطه رضایت الف شده تعریف باشند داشته ما دور بنابراین فرمول LTL یک کندمی ارضا کل یک عنوان به مدل الف که بگو به مانند بود خواهد ما ،هاسیستم تأیید ... کندمی ارضا مدل ... از مسیر اعدام امکانی □□ که زمان هر داشتن نگه به شده تعریف است این فرمول

ما .هستند LTL فرمول یک $\varphi$ و $S$ $s$ ،است مدل یک ( □□ ▶ □ $L$ ) = کنید فرض **۳.۸ تعریف** داریم ، $s$ □□□ در شروع از □□ □□□ مسیر اعدام هر برای ،اگر $\varphi$ ▶ □□□ بنویس $\pi$ ▶ □□ .

باید آن . $\varphi$ ▶ □ توسط $\varphi$ ▶ □□□ کنیم خلاصه توانیمی ،است مشخص متن از اگر $s$ و ، $\varphi$ به توجه با ،که رویه الف از ها پایه رسمی ... شده داده شرح باشند داشته ما که واضح باش کردن بررسی اراده ما ،فصل این در بعداً .است برقرار $\varphi$ ▶ □□□ آیا که کنند بررسی توانندمی -محاسبه این سازی‌پیاده که هاالگوریتم

۳.۵. و ۳.۳ ارقام در سیستم ... برای ها چک مثال برخی در کن نگاه الان ما بگذارید بخش

1. برای □ ∧ □ ▶ $\pi$ : $s_0$ گره در مندرج هستند $q$ و $p$ اتمی نمادهای ... زیرا است برقرار $q$ ∧ □ ▶ □ ، □□ شودمی شروع $s_0$ از $\pi$ مسیر .

2. ، □ ▶ چ □ است □ اتمی نماد که آنجایی از داردمی نگه □ گره در مندرج □□ . .
3. ۷ □ ▶ تی نگه داردمی طبق تعریف.
4. عنوان به ۲ □ یا □ یا باشند داشته □ از مسیرها همه که آنجایی از داردمی نگه □ ایکس ▶ □ □ ▬
بعدی آنها
کندمی برآورده را □ هاایالت آن از یک هر و ،ایالت .
5. مسیر محاسبه راست سمت ... باشند داشته ما که آنجایی از داشتن نگه نه کندمی ( □ ∧ □ ) ایکس ▶ □ ، □ .→ □ ۲→ □ ۲→ □ ۲→ ... شکل در ۳.۵، که دوم گره □ شامل ۲ ، اما
□ نه
6. □ در آغاز مسیرها محاسبه همه که آنجایی از داردمی نگه ( □□ ∧□□ جی ▶ چ ▬□ □
□□ □□□□□□□□ □□ ( pr ) آنها یعنی ، ( pr ) کنید برآورده G چ
که اطلاعیه .مسیر ... همراه ایالت کدام هر در .□□□□
حالت از دسترسی قابل هاایالت همه در داردمی نگه $\varphi$ ،اگر فقط و ،اگر ایالت الف در داردمی نگه $\varphi$ جی
شده داده.
7. دلایل مشابه برای ▬□□□ ۲ ▶ جی □ داردمی نگه (توجه داشته باشید اس ۲ جای به □□□ )
.
8. گویدمی این . □ FG □□ ▶ چ ∧( $q \to r$ ) □□ ▬□ دارند ما ،▬ از □□ ایالت هر برای
اگر که
مسیر ... سپس ∧( □ چ □ ) بخش رضایت ایالت الف به شودمی □□ در آغاز □□ مسیر هر
رضایت ایالت الف دارد مسیر ... اگر که آنجایی از ،درست است این واقعاً . □ جی ف کندمی ارضا □□
. □ جی ف کردن برآورده کندمی مسیر ... (۲ □ باش باید ایالت که که آنجایی از) سپس ( □ ∧ بخش
. □ مداوم طور به باشند داشته شما ،سرانجام :مسیر الف درباره گویدمی □ جی ف چه کنید توجه
9. فرمول جی ف □ بیان که کندمی رخ □ در مسیر ... همراه دهدمی بار نهایت بی سوال است آن ،شهودی طور به
شما کردن پیدا اراده شما (بخشی جی هست که همینه) برو شما مسیر ... همراه دور چگونه ماده خیر :گفتن
□ → □ → □ → □ مسیر ... ،مثال برای (بخشی ف ... یعنی) شما از جلو در □ الف باشند داشته هنوز
□ → ... ارضا کندمی جی ف □. اما ... مسیر
□ → □ ۲ → □ ۲ → □ ۲ → ... ندارد.
10. باشد باید را آن سپس آن روی ها $p$ از بسیاری نهایت بی دارد □ از مسیری اگر ،ما مدل در
آن روشن س □ بسیاری نهایت بی دارد همچنین آن مورد که در و ، ... → □ → □ → □ → □ مسیر
نه است آن !اطراف راه دیگر ... مورد ... نه است آن اما . □ اف جی → □ اف جی ▶ □ ۷ ،بنابراین
از مسیر الف کردن پیدا تواندمی ما زیرا ، □ اف جی → □ اف جی ▶ □ ۷ ، که مورد ...
. □ یک فقط اما س □ زیاد نهایت بی دارد که

### 3.2.3 مشخصات از الگوها عملی

کمی تعداد الف فهرست ما کنیم؟ بررسی LTL های‌فرمول با توانیم‌می را مرتبطی عملاً های‌ویژگی نوع چه درخواست و مشغول عنوان به چنین کلمات برخی شامل توضیحات اتمی کنید فرض الگوها رایج ... از هاسیستم واقعی از خواص کردن دنبال از برخی داشتن نیاز است ممکن ما . شده:

- دارید نگه نه کندمی آماده اما ،داردمی نگه شده شروع کجا ایالت الف به دریافت به غیرممکن است آن:
□ چ ( شروع ∧ش چ ( آماده
در فقط این اما ،دولت الف چنین به دریافت به □□□ □□□□ □□□ آن که کندمی بیان فرمول این از نفی
ادعا را احتمالی چنین توانیم‌نمی ما . ▶ $\varphi$ ). □□□□□ □□□. ( $\pi$ ) مسیرها روی که است صادق صورتی
،تفسیر که برای مسیرها؛ وجود ابراز توانیم‌نمی ما که آنجایی از ( $\varphi$ ▶ □□ ) هاایالت روی شده تفسیر اگر کنیم
که کندمی ادعا بالا فرمول ... از نفی ...
□□□ ایالت چنین به رسیدن شد خواهد سرانجام مسیرها.

- قرار اذعان مورد نهایت در اراده آن سپس ،دهدمی رخ (منبع برخی از) درخواست الف اگر ،ایالت هر برای گیرد:
  جی ( درخواست شده اذعان F است شده ).
- شده فعال GF :مسیر محاسبه هر روی اغلب نهایت بی شده فعال است فرآیند قطعی الف .
- بست بن FG :شده ویرایش بستبن دائم طور به باش نهایت در اراده فرآیند قطعی الف ،افتدمی اتفاق باشد که چه هر .
- اگر ... اغلب نهایت بی شودمی اجرا آن سپس ،اغلب نهایت بی شده فعال است فرآیند.
  اف جی GF فعال دویدن .

می حرکت بالا سمت به دوم طبقه در که آسانسوری .
... به برو به کردن آرزو مسافران دارد .دهنمی تغییر را خود جهت رفتن بالا هنگام ، کند
طبقه پنجم:
جی ( طبقه۲ ∧ بالادکمه جهت شدهٔ فشرده ۵ → ( ۵ طبقه یو بالا جهت ))
floor2 ،مثلاً ، متغیرها سیستم از شده ساخته عبارات بولی هستند توضیحات اتمی ما ،اینجا .

از کلاس بزرگ یکی .حال این با ،LTL در بگو به است ممکن □□ هستند که چیزها برخی هستند آنجا موارد این مانند ،مسیر الف از وجود ... کردن ادعا که هابیانیه هستند چیزها چنین:

- همه از مسیر الف است آنجا ،یعنی) ایالت مجدد اندازی راه الف به دریافت به □□□ □□□□ ایالت هر از مجدد اندازی راه بخش رضایت ایالت الف به هاایالت ).
- ... از ،یعنی) بسته درها آن با کف سوم ... روی بیکار ماندن باقی □□□□□□□ بالابر
  آنجا .ماندمی که امتداد در مسیر است یک آنجا ،سوم طبقه روی است آن آن در که ایالت).

۳.۴، بخش در .مسیرها از وجود ... کردن ادعا مستقیماً تواندنمی آن زیرا اینها اکسپرس تواند؟ نمی LTL و ،مسیرها از بیش سازی کمّی برای عملگرها دارای که (ال تی سی) منطق درخت محاسبه در کن نگاه ما خواص اینها اکسپرس تواندمی.

### 3.2.4 هافرمول LTL بین هامعادل مهم

معنایی نظر از هستند $\psi$ و $\varphi$ هافرمول LTL دو که بگو ما **۳.۹ تعریف**

: ⊩ در $\pi$ مسیرها همه و ⊨ هامدل همه برای اگر ، $\varphi \equiv \psi$ نوشتن ،معادل سادگی به یا ،معادل □□□ □□ ▶ $\varphi$ اگر $\pi$ ▶ □ .

الف است $\varphi$ اگر تعویض قابل معنایی نظر از هستند $\psi$ و $\varphi$ که یعنی $\psi$ و $\varphi$ از سازی معادل برای $\psi$ از جایگزینی ... ساختن تواندمی ما سپس ، $\varphi$ $\psi$ و ، □□ فرمول بزرگتر برخی از زیرفرمول هادوگانه هستند پنجم و ∧ که اره ما ،منطق ایگزاره در . □□ معنی ... تغییر حال در بدون □□ در $\varphi$ و ، وی الف شودمی آن ، ∧ الف گذشته چ الف دادن فشار شما اگر که معنی به ،دیگر کدام هر از برعکس معاون:

$$\text{چ}\,(\varphi \wedge \psi) \equiv \text{چ}\,\varphi \wedge \text{چ}\,\psi \qquad \text{چ}\,(\varphi \text{ پنجم } \psi) \equiv \text{چ}\,\varphi \text{ پنجم } \text{چ}\,\psi \qquad \text{چ}\,\square.$$

آنها از یکی گذشته تجزیه درخت ... در پایین سمت به نفی الف دادن هل ،مودویی هستند و چون) ∨ نفی که تکثیر از اثر ... دارد همچنین).

خودش با دوگانه است ایکس و ،دیگر کدام هر از هادوگانه هستند جی و ف ،مشابه طور به:

$$\text{چ ایکس } X\varphi \equiv \text{چ } \varphi \quad \text{چ جی } \varphi \equiv \text{ف چ } \varphi \quad \text{ف چ } \varphi \equiv \text{جی چ } \varphi \text{ ч}.$$

دیگر کدام هر از هادوگانه هستند ر و یو همچنین:

$$\text{چ } (\varphi \text{ یو } \psi) \equiv \text{چ } \psi \quad \text{چ } (\varphi \text{ ر } \psi) \equiv \text{چ } \varphi \text{ ر چ } \psi.$$

یک عنوان به آنها کنیممی ترک ما بنابراین ،هستند آسان آنها اما .هامعادل اینها از رسمی های‌اثبات دادن باید ما اختراع تواندمی شما و ،دبلیو برای دوگانه الف باش به باید آنجا «اخلاقی نظر از» خواننده ... به ورزش ... روی بر مبتنی نماد الف انتخاب سپس و ،معنی است ممکن آن چه بیرون کار .مانند شما اگر یکی کردن نباشد مفید خیلی است ممکن ،حال این با .معنی ... از نامه اول.

یعنی ، ∧ از بیش جی و ∨ از بیش کندمی توزیع ف که مورد ... همچنین است این،

$$\text{ف } (\varphi \text{ پنجم } \psi) \equiv \text{ف } \varphi \text{ پنجم } \psi$$
$$\text{جی } (\varphi \wedge \psi) \equiv \text{جی } \varphi \wedge \text{جی } \psi.$$

این به این . □□□□□□ توزیع ∧ روی F اما .کنید مقایسه ۲.۳.۲ بخش در کمّی های‌معادل با را این ، $\psi$ ف ∧ $\varphi$ ف و ( $\varphi \wedge \psi$ ) ف کندمی متمایز که .دارد وجود مسیر یک با مدل یک که است معنی شکل سیستم از ،مثال برای ... □ □ □ کنید انتخاب را o s مسیر . $\psi$ □ $\varphi$ برخی برای ( □ □ ).کندمی برآورده را F اما r ف □ .کندمی برآورده را F شرط ،سیستم این ؛۳.۳ ∧ بالا عمر طول در هامعادل بیشتر دو هستند اینجا:

$$\text{ر } \bot \equiv \text{جی } \varphi \quad \text{یو تی } \equiv \text{ف } \varphi.$$

شدن تبدیل باید $\varphi$ فرمول دوم :چیزها دو هاایالت تا برای بند ... که واقعیت کندمی سوءاستفاده یکی اول ⊤ اول ... برای محدودیت نه دادن قرار ما اگر ،بنابراین .داشتن نگه باید فرمول اول ... ،سپس تا و درست؛ فرمول ) .پرسدمی ف چه است که ،داردمی نگه فرمول دوم ... که پرسیدن به پایین هاجوش آن ،فرمول دادن انجام⊤ نیاز من ،داردمی نگه که درباره آن آوردن به من بپرس شما اگر .محدودیت نه نمایندگی ⊤ بپرس شما اگر ⊥ «.بندی و قید هر» است ،حس همان ... در .محدودیت خیر کندمی اعمال آن ،چیز هیچ است که ،است آنجا محدودیت هر با ⊥ ملاقات به باشند داشته من ،داردمی نگه که درباره آن آوردن به من .)است غیرممکن

قرار با اول ... از آمده دست به باش تواندمی ، $\bot \equiv R\varphi$ G $\varphi$ که ،دوم فرمول این دیدن از راه شهودی دیگر مورد .دوگانگی قوانین اعمال و ،ضلع هر مقابل در ч یک دادن ⊥ هرگز اما ، □□□□□ □□□□ □□ $\varphi$ «:رهاسازی» از معنی ... بیاورید یاد به به است شده آزاد دریافت ندارد $\varphi$ بنابراین ،درست باش.

تا قوی .دبلیو و .کنندمی مرتبط هم به را Until, U ضعیف و قوی های‌نسخه ،معادلات از دیگری جفت دهدمی رخ واقع در باید احتمال که محدودیت ... علاوه به تا ضعیف عنوان به شده دیده باش است ممکن:

$$\text{یو } \psi \equiv \text{دبلیو } \varphi \text{ ف } \psi \wedge \psi \tag{3.2}$$

،۱۱ بند از ،سپس . □ یو $\varphi$ کندمی ارضا مسیر الف که اول کنید فرض ،(3.2) سازی معادل کردن ثابت به باشیند داشته ما ۱ □□ □ ... □ ۱ = $j$ همه برای و $\psi$ ▶ $\pi^i$ که طوری به ۱ □□□□□ $i$ ما بنابراین . □ ف کندمی ثابت ۱۰ بند از و ، $\psi$ دبلیو $\varphi$ کندمی ثابت این ،۱۲ بند از . □□ ▶ □□ □□ که همانطور . □ف $\psi$ دبلیو $\varphi$ ▶ □□ $\psi$ آنگاه یو $\varphi$ ▶ □□ اگر ، □□ □□□ مسیرها همه برای اطراف راه دیگر ... آن کردن ثابت تواندمی خواننده ... ،تمرین یک.

دهدمی اجازه همچنین اما یو مانند است دبلیو :ممکن همچنین است یو از اصطلاحات در دبلیو نوشتن دهدمی رخ هرگز احتمال ... از امکان:

$$\varphi \text{ جی پنجم □□ یو } \varphi \equiv \psi \text{ دبلیو } \varphi \tag{3.3}$$

هاتقش ... مبادله آنها که هستند هاتفاوت .هستند مشابه نسبتاً W و R که دهدمی نشان ۱۳ و ۱۲ بندهای بررسی تعجب نه است آن ،بنابراین □□ دارد ر کجا ۱ □□ یک دارد دبلیو برای بند و ؛ $\psi$ و $\varphi$ هااستدلال آنها از است زیر شرح به عنوان به ،دیگر کدام هر از اصطلاحات در بیان قابل هستند آنها که آور:

$$\psi \text{ دبلیو } \varphi \equiv \psi \text{ ر } (\psi \text{ پنجم } \varphi) \tag{3.4}$$

$$\psi \text{ دبلیو } \varphi \equiv \psi \text{ ر } \varphi \text{ (} \psi \wedge \varphi \text{)}. \tag{3.5}$$

## 3.2.5 LTL برای هارابط از هامجموعه کافی

شرایط که گذاری سیستم هر در مسیری هر که است برقرار صورتی در $\psi$ $\varphi$ که باشید داشته یاد به در که همانطور .برعکس معاون و ، $\psi$ کندمی ارضا همچنین $\varphi$ :باشد برقرار ،کند برآورده را زیر ... که دید ما ۱ فصل در ،مثال برای هارابط ... میان در افزونگی است مقداری آنجا ،منطق ای‌گزاره ، ، ، ربط حروف سایر ... که آنجایی از ،هارابط از مجموعه کافی یک بافرم □ □ مجموعه سه آن از اصطلاحات در شده نوشته باشد تواندمی ،غیره و.

از ای خلاصه الف است اینجا .ال تی ال در باشد داشته وجود همچنین هارابط از هامجموعه کافی کوچک وضعیت.

- از هر کننده تعریف در کمک نیست اینطور حضور آن ،بگو به است که هارابط دیگر ... به قائم کاملاً است ایکس از ترکیب هر از شده مشتق باش تواندنمی X ،این بر علاوه .دیگر کدام هر از اصطلاحات در که آنهایی دیگر ... دیگران ...
- توجه ما ،این دیدن به کافی است ایکس □ دبلیو ، ایکس □ آی { ایکس □ } یو هامجموعه ... از کدام هر که باشید داشته
  - $\varphi$ U $\psi$ ≡ ب(ب تعریف کرد). $\varphi$ R $\psi$ دوگانگی با ،U از توان‌می را W و R ترتیب به ،دوگانگی ... توسط شده دنبال (3.4) ارزی‌هم و ( $\psi$.
  - $\varphi$ R $\psi$ ≡ ب(ب تعریف کرد). $\varphi$ U $\psi$ دوگانگی با ،R از توان‌می را W و U ترتیب به ،(3.4) ارزی‌هم و ( $\psi$.
  - یو $\varphi$ دوگانگی ... و (3.5) سازی معادل توسط ،دبلیو از شده تعریف باش است ممکن یو و ر $\psi \equiv$ چ ( $\varphi$ ر ب $\psi$ ) سازی‌معادل با کرد دنبال (3.5).

در ... روی نکردن تکیه دادن انجام که هارابط از هامجموعه کافی در کن نگاه به مفید است آن اوقات گاهی ،اندشده نوشته نرمال-نفی شکل به هافرمول کنید فرض راحت اغلب است آن زیرا یعنی .نفی از بودن دسترس هابرگ ... نزدیک هستند آنها ،یعنی) هااتم ای‌گزاره به شده اعمال هستند نفی نمادهای همه آن در که

و ،ایکس بدون قطعه ... برای کافی هستند هامجموعه اینها ،مورد این در .(درخت کردن تجزیه ... از
فـ□ دبلیو { ف □} آر{ ، جی}{□ یو ، دبلیو{□ یو} ، ر □ یو :است زیرمجموعه گیرسخت خیر
نمی و اف ،یو با را G توان‌نمی که باشید داشته توجه .نیستند کافی{ جی □}دبلیو و{جی □}آر اما
{ } { } . جی ،دبلیو یا جی ،آر کرد تعریف آن با را F توان
یو درباره سازی معادل مفید الف کردن ثابت و ایالت بالاخره ما.

**قضیه ۳.۱۰** سازی معادل $\varphi \mathrm{U} \psi$ ( $\psi$ یو $\varphi$ ≡ □ ) ( ف ∧ ч ) برای هم‌ارزی فرمول‌های
LTL $\varphi$ و $\psi$ □□□□□□ □□□ .

مدل هر در ... → ۲ → □ → □ مسیر هر بگیر : کاذب سقف.

▶ $s_n$ اون چنین شماره کوچکترین ... باش □ بگذارید .دارد می نگه $\psi$ یو $\varphi$ ▶ □ کنید فرض ،اول
□ کدام هر برای ،سپس ؛ $\psi$ یو $\varphi$ ▶ □ که آنجایی از باشد داشته وجود به دارد شماره الف چنین ؛ $\psi$
دادن نشان به است مانده باقی آن بنابراین ، $\psi$ ف ▶ □ باشند داشته بلافاصله ما . □□ ▶ □ ، □ >
یعنی ،دهیم بسط اگر که (( $\psi$ ч ∧ $\varphi$) U ( $\psi$ چ ) چ ▶ □:
□□ > □□ برخی است آنجا سپس ، □ چ ∧ $\varphi$ چ ▶ □□ اگر ،۰ < □□ کدام هر برای ( ∗ )
با □ ▶ □ .
= □□ گرفتن توانمدمی ما بنابراین ، □ < □□ ؛ □ چ ∧ $\varphi$ چ ▶ □□ با 0 < □□ هر بگیر
باشند داشته و □
□ ▶ □ .
یو $\varphi$ ▶ □ کردن ثابت ما دارد؛می نگه $\psi$ ف ∧ ч ( $\varphi$ □ ) ( $\psi$ یو ч ) ▶ □ کنید فرض ،برعکس
،که دادن نشان ما .از قبل عنوان به □ حداقل الف باشند داشته ما ، $\psi$ ف ▶ □ که آنجایی از . □□
می ما ،است حداقل $n$ که آنجایی از ؛ $\varphi$ ч $s_i$ ▶ کنید فرض . $\varphi$ ▶ □□ ، □ < □□ هر برای
، $\psi$ ▶ □ با □ > □□ < □□ برخی است آنجا ( ) بنابراین ، $\psi$ ч $s_i$ ▶ □□ دانیم
مینیمالیسم ... متناقض
از □□□□□□ □

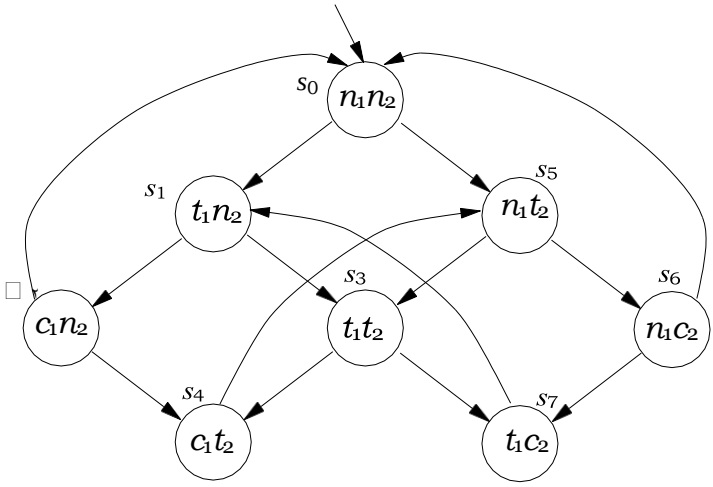
## خواص ،ابزارها ،هاسیستم :بررسی مدل 3.3

### محرومیت متقابل :مثال 3.3.1

□□ □□□□□ با به داشتن ،LTL از استفاده با تأیید از مثال بزرگتر یک در کن نگاه حالا ما بگذارید
فایل یک مانند) منبع یک گذاری اشتراک همزمان فرآیندهای وقتی . □□□□□□□ □ □□□ □□□□
می انجام آنها که کردن حاصل اطمینان به لازم باش است ممکن آن ،(ورودی داده پایگاه الف یا دیسک الف روی
خواهد فایل همان ... همزمان ویرایش فرآیندها چندین .زمان همان ... در آن به دسترسی باشند داشته نه دهند
مطلوب باش نه بود.

یکی فقط که دهید ترتیب و کد 'فرآیند کدام هر □□□□□□ های‌بخش قطعی شناسایی بنابراین ما
منبع به هادسترسی تمام شامل باید حیاتی بخش .زمان الف در بخش بحرانی آن در باش توانمدمی فرآیند
هستند ما مشکل . (ندهد رخ غیرضروری حذف گونه هیچ تا باشد کوچک امکان حد تا باید هرچند) باشد مشترک
شوید وارد به مجاز است فرآیند کدام کننده تعیین برای □□□□□□ الف کردن پیدا به است با شد مواجه
راه ،بررسی با ،دهدمی جواب کنیمی فکر که اند کرده پیدا را یکی ما بار یک .زمان که در بخش بحرانی آن
که آنهایی کردن دنبال ... عنوان به چنین ،خواص انتظار مورد برخی .دارد اینکه کنیمی تأیید را خود حل:

زمان هر در بخش بحرانی آن در است فرآیند یکی فقط :ایمنی.




**شکل ۳.۷.** محرومیت متقابل برای مدل تلاش اولین الف

هر است شده محروم دائم طور به که پروتکل الف که آنجایی از ،کافی اندازه به نه است ملک ایمنی این نیاز همچنین باید ما ،بنابراین .مفید بسیار نه اما ،امن باش بود خواهد بخش بحرانی آن از فرآیند:

نهایت در کرد خواهد ،بخش بحرانی آن شوید وارد به هادرخواست فرآیند هر که زمان هر :سرزندگی بنابراین دادن انجام به مجاز باش.

بخش بحرانی آن شدن وارد درخواست همیشه تواندمی فرآیند الف :کننده مسدود غیر

،فرآیندها کنندمی عبور هاچرخه میان از که کنند کار اساس این بر است ممکن خام نسبتاً هایپروتکل از برخی طبیعی طور به باش است ممکن که آنجایی از بخش بحرانی آن شوید وارد نوبت در یکی کدام هر سازی ساختن باید ما ،دیگران از اغلب بیشتر مشترک منبع ... به دسترسی درخواست آنها از برخی که مورد ... ملک دارد پروتکل ما مطمئن :

دقیق توالی در بخش بحرانی آنها شوید وارد نه نیاز فرآیندها :یابیتوالی گیرسخت خیر.

در است کدام هر که کرد خواهیم سازیمدل را فرآیند دو ما **سازیمدل برای تلاش اولین** ) ایالت بحرانی آن در یا ،( $t$ ) ایالت بحرانی آن شوید وارد به کردن تلاش یا ،( □ ) ایالت بحرانی غیر آن دو ... اما ، ... □ □ □□ □ چرخه در هاانتقال شودمی متحمل فرآیند فردی کدام هر .( □ ۳.۷ شکل در سیستم گذار ... توسط شده داده پروتکل ... بگیرید نظر در یکدیگر با لایه دو بین فرآیندها ۲ □ □ ۱ □ که دادم نشان به □□ گره الف در □ □ ... ۲ □ ۱ □ بنویس ما ،معمول عنوان به) غیر آنها در خاموش شروع فرآیندها دو (. □□ در درست هااتم ایگزاره فقط ... هستند □ □ □ ... □ توسط شده مشخص ،ایالت □□□□□ فقط ... است □ ایالت . ( □□□ ایالت جهانی) هابخش بحرانی الان است ممکن آنها از یا .منبع خیر با لبه ورودی ...

) زمان یک در گذار الف ساختن کنون تا تواندمی آنها از یکی فقط اما ،ایالت کردن تلاش آن به حرکت
می تعیین زمانبند (نامشخص) یک ،قدم کدام هر در .( □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□
فرآیند ،یعنی) □ از . ۵ □ و $s_1$ به □ از پیکان گذار الف است آنجا بنابراین .دویدن است ممکن فرآیند که کند
دوباره کندمی حرکت ۱ فرآیند یا :بیفتد اتفاق تواندمی چیز دو دوباره (بحرانی غیر ۲ فرآیند ،کردن تلاش ۱
هر در حرکت تواندمی فرآیند هر نه که اطلاعیه .(۳ □ به برو ما) حرکت ۲ فرآیند یا ،(۲ □ به برو ما)
بحرانی به برو تواندنمی آن که آنجایی از ، ۷ □ ایالت در حرکت تواندنمی ۱ فرآیند ،مثال برای .ایالت
بخش بحرانی آن از بیرون آیدمی ۲ فرآیند تا بخش آن بودن

منطق زمانی عنوان به آنها کردن توصیف اول توسط خواص چهار ... چک به مانند بود خواهد ما
مورد آنها در کن نگاه ما بگذارید . LTL های‌فرمول عنوان به بیان قابل همه نه هستند آنها ،متأسفانه هافرمول
.مورد به

□ ∧ G که است واضح .(۲ □ ∧ ۱ □ ) .است بیان قابل LTL در G صورت به این :ایمنی
اولیه ... در راضی است (۲ □ ۱
.(ایالت هر در ،واقع در) ایالت

راضی □□□□ اینطور ،حال این با .(□□ اف ۱ □□ ) G :است بیان قابل نیز این :سرزندگی
همراه ایالت اولیه در شروع مسیر الف کردن پیدا تواندمی ما برای ،ایالت اولیه ... توسط
مسیر ... همراه آنجا از اما است درست ۱ □□ که در ، ۱ □ یعنی ،ایالت الف است آنجا که
$s_0$ $s_1$ $s_3$ $s_7$ $s_1$ :است این سوال در مسیر .نادرست است ۱ □
نظر در فقط بیایید :مسدودکننده غیر .است نادرست همیشه $c_4$ آن روی که $s_7$ $s_3$
آنجا ، ۱ □ بخش رضایت ایالت هر برای :عنوان به ملک اکسپرس به مانند بود خواهد ما .۱ فرآیند بگیرید
الف است («آنجا») مسیرها روی سنج‌کمیت وجود این ،متأسفانه . $t1$ شرط ارضای جانشین الف است
سی منطق در شده بیان باش تواندمی آن .ال تی ال در شده بیان باش تواندنمی ('... جانشین رضایت
.(کنید مراجعه ۲۱۵ صفحه به ،صبربی ... برای) بخش بعدی ... در به نوبت اراده ما که ،ال تی
دو با مسیری :گفتن عنوان به این کردن ابراز بگیرید نظر در است ممکن ما :یابی‌توالی گیرسخت خیر
بین حالتی هیچ که طوری به . □□□□□ □□□□□□□□ □□ $c1$ که دارد وجود متمایز حالت
بنابراین '،مسیر الف دارد وجود اکسپرس تواندنمی ما ،حال این با .اموال که دارد آنها نباشد آنها
$c_1$ که مسیرهایی تمام که گویدمی مکمل .عوض در فرمول مکمل ... بگیرید نظر در ما دهید اجازه
را این ما .دهدمی رخ حالت a $c_2$ تا حالت $c_1$ باشد داشته بیشتری تواندنمی یابدمی پایان که ای‌دوره دارند
که گویدمی این .((۲ □ دبلیو ۱ □ چ ∧ ۱ □ چ ) دبلیو ۱ □ → ۱ □ ) .نویسیم‌می G صورت به
الف به دریافت ما زمان هر
غیر الف با یابد می پایان آن یا ،نامحدود طور به دارد ادامه وضعیت که یا ،ایالت ۱ □
می □□□□ □□ $c2$ ما تا و اینکه مگر ایالت ۱ □ بیشتر خیر است آنجا مورد که در و ایالت ۱ □
.ایالت . آوریم

۴ □ → ۳ □ → ۵ □ → □ مسیر ... توسط شده زده مثال عنوان به ،نادرست است فرمول این
→
□ ۵ → □ ۳ بنابراین □ $s_4$ ... اصلی وضعیت ابراز کردن که گیرسخت
.است درست است ،دهد رخ نه نیاز یابی‌توالی

هستند LTL در خواص کردن ابراز مورد در نظرات برخی ،متقابل طرد مثال بیشتر بررسی از قبل
... در که اطلاعیه .مناسب

جای به ،مسیرها وجود بیان برای قادر بودن نه از مشکل ... کرد غلبه ما ،ملک شرط و قید بدون یابی‌توالی به و ،کنید بررسی ما دادن انجام تواندمی ما سپس مسیرها همه درباره گفتگوها دوره از که ،مکمل ویژگی بیان و ،درست باش به ملک ما کردن اعلام ما ،نادرست است ملک مکمل ... اگر پاسخ؛ ... معکوس سادگی برعکس معاون.

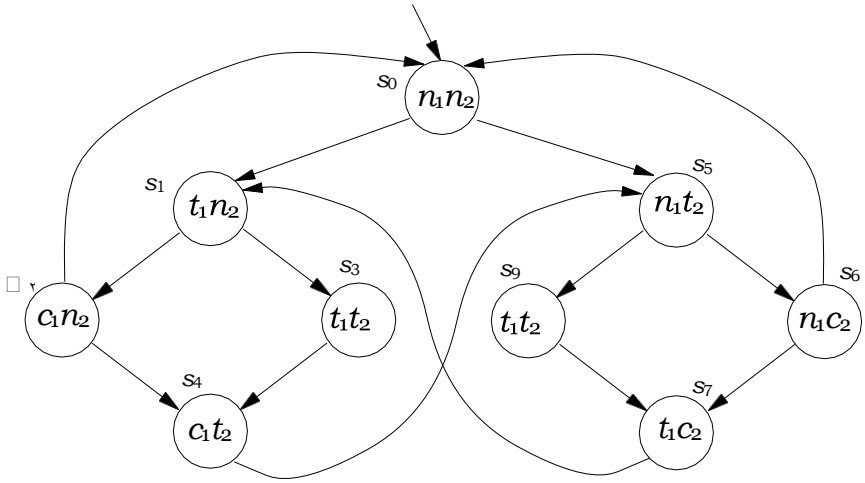
می آن که است دلیل ؟ اموال کننده مسدود غیر ... اکسپرس به ما به است موجود نه تاکتیک که بود چرا ۱ □□ الف به مسیر ای مرحله یک الف توسط ادامه باش است ممکن ایالت ۱ □ الف به مسیر هر :گوید فقط داشتیم ،دقیق توالی عدم ویژگی در .هستند وجودی سورهای ،مشکل و جهانی دو هر از حضور .ایالت که ،سنج‌کمیت مسیر جهانی الف به آن شده تبدیل ملک مکمل ... گرفتن ،بنابراین سنج؛کمیت وجودی یک طور به مکمل ویژگی گرفتن نظر در ،داریم متناوب های‌سنج‌کمیت که جایی در اما در شده بیان باش تواندمی کندنمی کمکی کلی.

مدل در تلاش اول ما در خورد شکست سرزندگی دلیل مثال محرومیت متقابل ... به برگشت برو بیایید از بیش فرآیند یکی لطف پیوسته □□□ □□□□ آن معنای به قطعیت عدم که است محرومیت متقابل سازی آن به رفت □□□ فرآیندها ... از که بین شدن قائل تمایز نه کندمی ۳ □ ایالت ... آن؟ آیا مشکل .دیگری ها ایالت دو به ۳ □ کردن تقسیم توسط این کردن حل تواندمی ما .ایالت کردن تلاش.

**تلاش سازی‌مدل دوم** هاایالت دو ۳ □ و ۹ □ به مطابقت دو هر ۳.۸ شکل در ... ایالت ۳ □ ایالت کردن تلاش آنها در هستند فرآیندها دو ... که رکورد دو هر آنها .کردن تلاش سازی‌مدل اول ما در است آن ۹ □ در که حالی در ،نوبت ها ۱ فرآیند است آن که شده ثبت تلویحاً است آن ۳ □ در اما ،ها زدن برچسب ... باشند داشته دو هر ۹ □ و ۳ □ هاایالت که باشید داشته توجه .است نفر ۲ نوبت فرآیند برخی بودن آنجا از کردن فکر تواندمی ما این شدن مانع نه کندمی هاسیستم گذار از تعریف ... ؛۲ □□ ۱ □□ ۹ □□□ و کندمی متمایز را $s_3$ که ،زدن برچسب اولیه ... از بخشی نه هستند که متغیرها ،پنهان ،دیگر .

**۳.۱۱ نکته** راضی هستند دقیق یابی‌توالی عدم و کننده مسدود غیر ،سرزندگی ،ایمنی از خواص چهار در شده نوشته شده هنوز نه دارد ملک کننده مسدود غیر ... که آنجایی از) .۳.۸ شکل در مدل ... توسط کنید بررسی غیررسمی صورت به را آن فقط تواندمی ما ،منطق زمانی).

هستند ما زیرا ،شده ساده حد از بیش کمی هنوز است سیستم گذار ما ،تلاش سازی‌مدل دوم این در انتقال خیر هستند آنجا) ساعت ... از تیک هر روی متفاوت حالت الف به حرکت اراده آن که کردن فرض برای ایالت بحرانی آن در ماندن تواندمی فرآیند الف که مدل به آرزو است ممکن ما .(ایالت همان ... به ها کند نقض را سرزندگی دوباره اراده ما ،خود به ۷، □ یا ۴، □ از پیکان یک شدن شامل ما اگر اما ،تیک چندین بخش) هامحدودیت بگیرید نظر در را انصاف ما زمانی چه فصل این در بعداً شده حل باش اراده مشکل این . ۳.۶.۲).




**شکل ۳.۸.** t1 که دارد وجود حالت دو اکنون آنجا محرومیت متقابل برای مدل دوم تلاش الف دهندمی نشان □□ t2 □□□ و s3 یعنی ، □□□ ۹ .

## 3.3.2 چکر مدل NuSMV

،حال این با رگ این در ادامه یکی این از بعد هابخش ... و نظری؛ کاملاً شده دارد فصل این ،دور بنابراین برای ،موضوع عملی الف همچنین است آن که است مدل بررسی درباره چیزها انگیز هیجان ... از یکی این در .زمان بینانه‌واقع در هاسیستم بزرگ چک تواندمی که کارآمد های‌سازی‌پیاده چندین هستند آنجا مدل نمادین «جدید» برای هاغرفه NuSMV .سیستم مدل بررسی NuSMV ... در کن نگاه ما ،بخش کاربر توجه قابل الف دارد و شده پشتیبانی فعالانه است ،محصول منبع باز یک است NuSMV .تأییدکننده ... از پایان ... در هایادداشت کتابشناختی ... دیدن ،آن آوردن بدست چگونه روی جزئیات برای .جامعه فصل

مدل توصیف برای زبان الف کندمی فراهم (وی ام اس سادگی به شود می نامیده اوقات گاهی) NuSMV (ال تی سی همچنین و) LTL از اعتبار ها چک مستقیماً را آن و نمودار صورت به نقاشی شده داریم ما ها توصیف برنامه الف از از متشکل متن الف ورودی عنوان به گیردمی وی ام اس .هامدل آن روی هافرمول کلمه ... یا خروجی عنوان به کندمی تولید آن .(هافرمول منطق زمانی) مشخصات برخی و مدل الف کردن برای نادرست است مشخصات ... چرا دادن نشان ردیابی الف یا ،داشتن نگه مشخصات ... اگر «درست» .برنامه ما توسط شده نمایندگی مدل ...

،سی نویسی‌برنامه زبان ... در که همانطور .ها ماژول بیشتر یا یکی از از متشکل هابرنامه وی ام اس و متغیرها کند اعلام تواندمی هاماژول . اصلی شود می نامیده باش باید هاماژول ... از یکی ،جاوا یا عنوان به مقدار آن بعدی مقدار و متغیر یک اولیه مقدار ... دادن معمولاً تکالیف .را آنها به دادن اختصاص می داده نشان مورد چندین با) باشد غیرقطعی تواندمی عبارت این .متغیرها فعلی مقادیر حسب بر عبارتی و زیست محیط ... مدل به شودمی استفاده قطعیت عدم .(همه در تکلیف خیر یا ،هابریس در عبارات (شود انتزاع برای

وی ام اس به ورودی کردن دنبال:

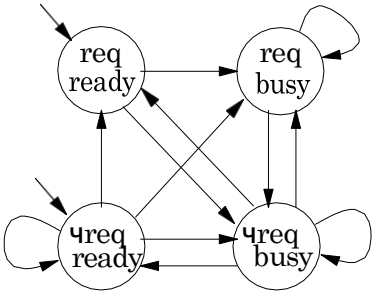
```
اصلی VAR ماژول
   وضعیت بولی؛ : درخواست :
   {مشغول ،آماده}؛
دادن اختصاص
   init(status):= آماده؛
   next(status):= مورد
                        مشغول؛ : درخواست
                        ۱ : {مشغول ،آماده}؛ esac؛
LTLSPEC
   جی (مشغول = وضعیت ف <- درخواست)
```

از وضعیت و بولی نوع از درخواست ،متغیرها دو دارد برنامه مشخصات الف و برنامه الف از از متشکل مقادیر متعاقباً و اولیه { «.درسته» دهنده نشان ۱ و 'نادرست' دهنده نشان 0 : مشغول ،آماده نوع شمارش } این که کندمی سازی‌مدل ای‌کارانه‌محافظه طور به این ;برنامه این درون مصمم نه هستند درخواست متغیر وضعیت مقدار که دهدمی نشان درخواست دقیق تعیین عدم این .شوندمی تعیین خارجی محیط یک توسط مقادیر شود درخواست که زمان هر مشغول شودمی آن و آماده؛ است آن ،ابتدا در :شده تعیین حدی تا است متغیر مصمم نه است وضعیت از ارزش بعدی ... ،نادرست است درخواست اگر .است درست است .

ارزیابی هستند اظهارات مورد که و ،مورد فرض‌پیش ... کندمی دلالت :۱ مورد ... که باشید داشته توجه و اولین به مربوط دستور آنگاه ، باشند درست ':' الف از چپ ... به عبارات چندین اگر :پایین بالا ... از شده نشان را ۳.۹ شکل در شده داده نشان انتقال سیستم برنامه این ،بنابراین .شد خواهد اجرا درست عبارت بالاترین توجه .متغیرها دودویی دو ... از ممکن مقدار یک به مربوط کدام هر که دارد وجود حالت چهار دهد؛می 'req' و ' status = busy ' برای نویسی خلاصه الف عنوان به 'مشغول' نوشت ما که باشید داشته شودمی استفاده ' request is true ' برای.

که آنجایی از .معنی آن و وی ام اس از نحو ... به شده استفاده دریافت به که حالی در الف گیردمی آن □□□ انتقال سیستم و برنامه ،مدل این در زیست محیط اصیل الف عنوان به توابع درخواست متغیر بر مبتنی گذار ایالت هر .شده تعریف منحصراً نه است «بعدی وضعیت » یعنی : □□□□ □□□□□ یا ،نادرست است درخواست کجا ایالت جانشین الف به :جفت الف در آیدمی وضعیت رفتار ... روی به کند حرکت تواندمی آن هاایالت چهار دارد 'مشغول ،نیاز مورد ' ایالت ... ،مثال برای .ترتیب به ،درست (دیگران سه و خودش).

های‌فرمول سادگی به هستند و LTLSPEC کلیدی کلمه ... توسط شده معرفی هستند LTL مشخصات به ، چ و → ، V ، Λ برای ! و .کندمی استفاده <- ، | ،& از SMV که باشید داشته توجه .LTL است ممکن ما کیبوردها استاندارد روی است موجود هستند آنها که آنجایی از ،ترتیب




**۳.۹. شکل** متن ... در برنامه وی ام اس ... به متناظر مدل.

۳.۹ شکل در مدل ... از داردمی نگه اصلی ماژول ما از مشخصات ... که تأیید راحتی به.

چندین به توضیحات سیستم الف شکستن کندمی پشتیبانی وی ام اس **وی ام اس در هاماژول** زمانی چه شده سازی‌نمونه است ماژول الف .خواص تعامل تأیید به و خوانایی کمک به ، □□□□□□□□ از مجموعه الف کندمی تعریف این . شودمی اعلام نوع آن عنوان به نام ماژول که داشتن متغیر الف یکی است که ،زیر در مثال ... در توضیحات ماژول در کرد اعلام یکی کدام هر برای یکی ،متغیرها به طریق از ۰۰۰ از شمارد می بارها و بارها که شمارنده الف ،وی ام اس با شده توزیع که آنهایی ... از سه است شده سازی‌نمونه سلول شمارنده ماژول ها شمارنده بیتی تک سه توسط شده توصیف است ۱۱۱ که ، در کردن حمل ،پارامتر رسمی یکی دارد شمارنده ماژول . ۲ بیت و 1بیت ، 0بیت هانام ... با ،بارها ... ،رو این از . ۱ بیت مثال ... در بیرون حمل.0بیت و ، 0بیت در ۱ مقدار واقعی ... شده داده است ما که باشید داشته توجه . 0بیت ماژول از بیرون کردن حمل ... است 1بیت ماژول از در کردن حمل استفاده همچنین است نمادگذاری این متر ماژول در وی متغیر ... دسترسی به وی ام در '.' نقطه ... استفاده ،هاسازه رکورد در فیلدها دسترسی به هازبان نویسی‌برنامه از میزبان الف و (۲ فصل ببینید) آلیاژ توسط شده به در حمل و ارزش بیان ... دادن اختصاص داشتن عادت است تعریف کلیدی کلمه .اشیاء در هاروش یا از ارزش فعلی ... به دادن ارجاع برای یعنی الف فقط هستند تعاریفی چنین) بیرون کردن حمل نماد ... (خاصی عبارت الف.

```
ماژول اصلی VAR
   0بیت : شمارنده سلول (1)؛
   ۱ بیت : شمارنده سلول (bit0.carry_out); بیت
   ۲ : شمارنده_سلول (bit1.carry_out);
LTLSPEC
   ف جی bit2.carry_out
```

شمارنده متغیر ماژول (carry_in)
اختصاص بولی؛ : مقدار
دهید
مقدار (مقدار) اولیه := ۰;
تعریف ۲؛ دفاع وزارت (درون_حمل + ارزش) := (مقدار) بعدی
کردن
(کردن؛ حمل) ؛carry_in و ارزش := carry_out

و متغیر جدید یک کردن اعلام توسط آمده دست به شده باشند داشته توانستمی بیانیه تعریف ... از اثر بنابراین ارزش آن دادن اختصاص:

ور
اختصاص بولی؛ : carry_out
دهید
(کردن؛ حمل) ؛carry_in و ارزش := carry_out

شده تعریف نمادهای .شده داده اختصاص است متغیر ... از ارزش □□□□ ... ،تکلیف این در ،که اطلاعیه این با .دهندنمی افزایش را حالت فضای ،جدید متغیرهای تعریف با زیرا ،دارند ارجحیت متغیرها به نسبت معمولاً .بیان دیگری به فقط ارجاع آنها که آنجایی از .داد اختصاص غیرقطعی صورت به را آنها توان‌نمی ،حال

هستند وی ام اس در موجود های‌ماژول ،فرض‌پیش طور به **ناهمزمان و همزمان ترکیب** کدام هر ،هاکنه آن زمان کدام هر ،و ساعت جهانی الف است آنجا که یعنی این : □□□□□□ شده تشکیل انشا به است ممکن است آن ،کلیدی کلمه فرآیند از استفاده توسط .موازی در کندمی اجرا هاماژول ... از آمیختگی درهم «هاسرعت» متفاوت در دویدن آنها ،مورد که در .ناهمزمان صورت به هاماژول ... کردن یک برای و شده انتخاب قطعی غیر طور به است آنها از □□□ ،ساعت ... از تیک هر در خودسرانه ،هاپروتکل است مفید ارتباط توصیف برای interleaving ناهمزمان ترکیب . شودمی اجرا چرخه ساعت جهانی الف به شده هماهنگ نه هستند کسی چه اقدامات هاسیستم دیگر و مدارها ناهمزمان بیت متناوب ... و محرومیت متقابل از زیر هامثال ... که حالی در ،همزمان است بالا شمارنده بیت ناهمزمان هستند پروتکل

### 3.3.3 دویدن NuSMV

در سریع فرمان یا پوسته یونیکس الف از ،حالت ای‌دسته در آن دویدن به است NuSMV از استفاده عادی خط فرمان .ویندوز

```
NuSMV counter3.smv
```

می شامل آن مشخصات ... روی گزارش و counter3.smv فایل ... در کد ... کردن تحلیل اراده فرمان خط ،مورد که در .تعاملی صورت به NuSMV دویدن همچنین تواندمی یکی .شود

NuSMV - صحیح عدد counter3.smv

می شما دستورات از مختلفی انواع الف است آنجا ،آنجا از مترجم فرمان خط ها NuSMV شودمی وارد همچنین ،کنید اجرا را مشخصات بررسی و توضیحات ... کردن کامپایل به شما دادن اجازه که استفاده تواند برای دستی کاربر NuSMV ... ببینید .کنید تنظیم را مختلف پارامترهای و کرده بررسی را جزئی نتایج جزئیات بیشتر

فراخوانده ، □□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□ کندمی پشتیبانی همچنین NuSMV نقض های‌مثال برای رسدمی نظر به بررسی مدل شده محدود سی ام بی- گزینه فرمان خط ... توسط شد 10) آستانه شده داده الف تا ،غیره و ۲، سپس ۱، طول از نقض های‌مثال با شروع ،اندازه از ترتیب به پیدا به شکست :ناقص است کردن بررسی مدل شده محدود که باشید داشته توجه .(فرض پیش توسط برای محدودیتی هیچ فقط بلکه ،ندارد وجود محدودیتی هیچ که معنی نه کندمی نقض مثال الف کردن .دارد وجود نیز آن محدودیت تحلیلگر و Alloy در نقص این ،مرتبط دلایل به .ندارد وجود آستانه تا طول آن ،نقض مثال یک یابدمی NuSMV اگر) روی داد تکیه باش تواندمی پاسخ منفی الف که حالی در ،بنابراین ... در شد پیدا باش تواندمی بررسی محدود مدل روی منابع .تواندنمی یکی مثبت الف ،(معتبر است ... کردن ثابت به بررسی مدل شده محدود استفاده ما ،بعدها .۲۵۴ صفحه روی هایادداشت کتابشناختی ریز برنامه الف از بهینگی.

### 3.3.4 شد بررسی دوباره محرومیت متقابل

،ماژول دو از شامل کد این .پروتکل محرومیت متقابل الف برای کد وی ام اس ... دهدمی ۳.۱۰ شکل ... شوید وارد به است آن نوبت که کندمی تعیین که ، دارد متغیر نوبت اصلی ماژول . prc و اصلی □ هاایالت ... درباره بحث ... بیاورید یاد به) شوید وارد به کردن تلاش هستند دو هر اگر بخش بحرانی ۳.۳.۱) بخش در ۹ □ و ۳.

st ،هاسازی‌نمونه این از کدام هر در سی آر پی از هاسازی‌نمونه دو دارد همچنین اصلی ماژول تلاش یا ،نه یا ،خیر یا دارد قرار خود بحرانی بخش در آیا دهدمی نشان که) است فرآیند یک وضعیت عنوان به گذشت است این چگونه اطلاعیه) فرآیند دیگر ... از وضعیت ... است دیگر خیابان و (کردن اصلی از خطوط چهارم و سوم ... در پارامتر الف ).

آن ، □ است که وقتی :بخش قبلی الف در شده توصیف راه ... در یابدمی تکامل خیابان از ارزش ، □ است یکی دیگر ... اگر ، □□ است آن زمانی چه . □□ به حرکت یا □ عنوان به ماندن است ممکن .کیست نوبت که کندمی بررسی رفتن □□ □□□ □□□□□ □□□□ $t$ دیگری اگر اما ، $c$ رفت خواهد مستقیماً آن حزب از سازی‌نمونه کدام هر . □ به برگشت حرکت است ممکن آن ، □ است آن زمانی چه ،سپس . □ به بخش بحرانی آن به شودمی آن زمانی چه یکی دیگر ... به نوبت ... دهدمی چین کمونیست مسیرها اعدام به درخت جستجو آن کردن محدود تواندمی ما که است وی ام اس از ویژگی مهم یک ایالت ... درباره فرمول بولی دلخواه یک که همراه

```
ور اصلی ماژول
    pr1: فرآیند prc(pr2.st، نوبت، 0)؛ pr2:
    بولی؛ :نوبت ؛(1 ،نوبت، pr1.st) فرآیند prc
  دادن اختصاص
    شروع (نوبت) := ۰;
  -- ایمنی
  LTLSPEC جی!((pr1.st = ج) و (pr2.st = ج))
  -- سرزندگی
  LTLSPEC جی((pr1.st = ت) -> ف (pr1.st = ج))
  LTLSPEC جی((pr2.st = ت) -> ف (pr2.st = ج))
  -- (نادرست باش به نظر مورد) یابی‌توالی گیرسخت از «نفی»
  LTLSPEC G(pr1.st=c - > ( جی pr1.st=c | (pr1.st=c یو
            (!pr1.st=c جی و !pr1.st=c | ((!pr1.st=c) یو pr2.st=c)))))

،نوبت ،هاخیابان سایر) چین خلق جمهوری ماژول
  ور ( VAR )
    خیابان: { n، t، c
  انتساب ؛ }
    := (خیابان) اولیه
    := (خیابان)بعدی ن؛
      مورد
        (ن = خیابان)                          : { t، n }
        (ن = خیابان-سایر) و (ت = خیابان)      : ج؛
        نوبت = چرخش) و (ت = خیابان-سایر) و (ت = (خیابان)
        ج؛ :(من
        (ج = خیابان)                          : { □□ ، ن }
        ۱                                     : خیابان؛
      esac؛
    := (نوبت)بعدی
      مورد
        چرخش؛! : ج = خیابان و من نوبت = نوبت
        نوبت :                                ۱
      در انصاف انصاف
  اجرا (ج = خیابان)!
```

ما ،SMV پشتیبانی با نه است دبلیو زیرا محرومیت متقابل برای کد وی ام اس **۳.۱۰ شکل** فرمول یک عنوان به دقیق یابی‌توالی عدم فرمول نوشتن برای (3.3) ارزی‌هم از شدیم مجبور کنیم استفاده U شامل ترطولانی اما معادل.

به دسترسی □□□□□□□ مدل به شده استفاده اغلب است این زیرا .اغلب نهایت بی درست است $\varphi$ کلیدی کلمه ... توسط شده معرفی و □□□□□□□□ □□□□□ الف شود می نامیده است آن ،منابع □□ □ $\psi$ مشخصات بررسی هنگام ،وی ام اس که یعنی $\varphi$ انصاف از وقوع ... ،بنابراین انصاف □□□□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ $\varphi$ به دفعات نامحدود نشود برآورده ، نادیده گیردمی .

است خیابان آن امتداد در که مسیرها محاسبه به ها چک مدل کردن محدود ما ، سی آر پی ماژول ... در دوست که زمان هر تا دهدمی اجازه فرآیند به کد ما زیرا است این . □ به مساوی نه اغلب نهایت بی ۲ فرآیند اگر :شکست به سرزندگی برای فرصت دیگری ،بنابراین .بماند خود بحرانی بخش در دارد ما ،دوباره .کردن وارد به قادر باش هرگز اراده ۱ فرآیند ،همیشه برای بحرانی بخش آن در ماند می باقی فرآیند یک اگر ناعادلانه آشکارا است آن که آنجایی از ،حساب به تخلف از مهربان این گرفتن به نه باید ظریف بیشتر اطلاعات برای دنبال به هستند ما .همیشه برای بخش بحرانی آن در ماندن به مجاز است انصاف ... کردن تصریح ما ،بالا یکی از اجتناب به .کدام هر هستند آنجا اگر ،مشخصات ... از تخلفات محدودیت !(st=c) .

اس نقطه زمان کدام هر در سپس ،کلیدی کلمه فرآیند ... با کرد اعلام شده دارد سوال در ماژول ... اگر داده توضیح عنوان به ،اعدام برای آن کنید انتخاب به نه یا آیا بگیرید تصمیم قطعی غیر طور به اراده وی ام از کشیده گرسنگی است ماژول الف که در مسیرها گرفتن نادیده به آرزو است ممکن ما .زودتر شده الف در فرمول الف از عوض در شده استفاده باش تواندمی اجرا حال در کلمه شده رزرو .زمان پردازنده آن که در ماژول که همراه مسیرها اعدام به توجه کندمی محدود دویدن ،انصاف ،نوشتن :محدودیت انصاف اغلب نهایت بی اعدام برای شده انتخاب است شودمی ظاهر.

بود خواهد آن ،محدودیت این بدون ،که آنجایی از ،مسیرها چنین به خودمان کردن محدود ما ، سی آر پی در اجرا برای نبودند □□□□ سی آر پی از مثال یک اگر محدودیت سرزندگی ... کردن نقض به آسان باش کدگذاری FAIRNESS بند دو توسط فرض این است؛ منصفانه زمانبند که کنیممی فرض ما .است شده انتخاب در ،آن با کندمی مقابله الگوریتم مدل بررسی ما چگونه از سوال و گردیمبرمی انصاف موضوع به . است شده . بعدی بخش ...

برای داشتن نگه مشخصات که دیدن به NuSMV در برنامه این دویدن لطفا

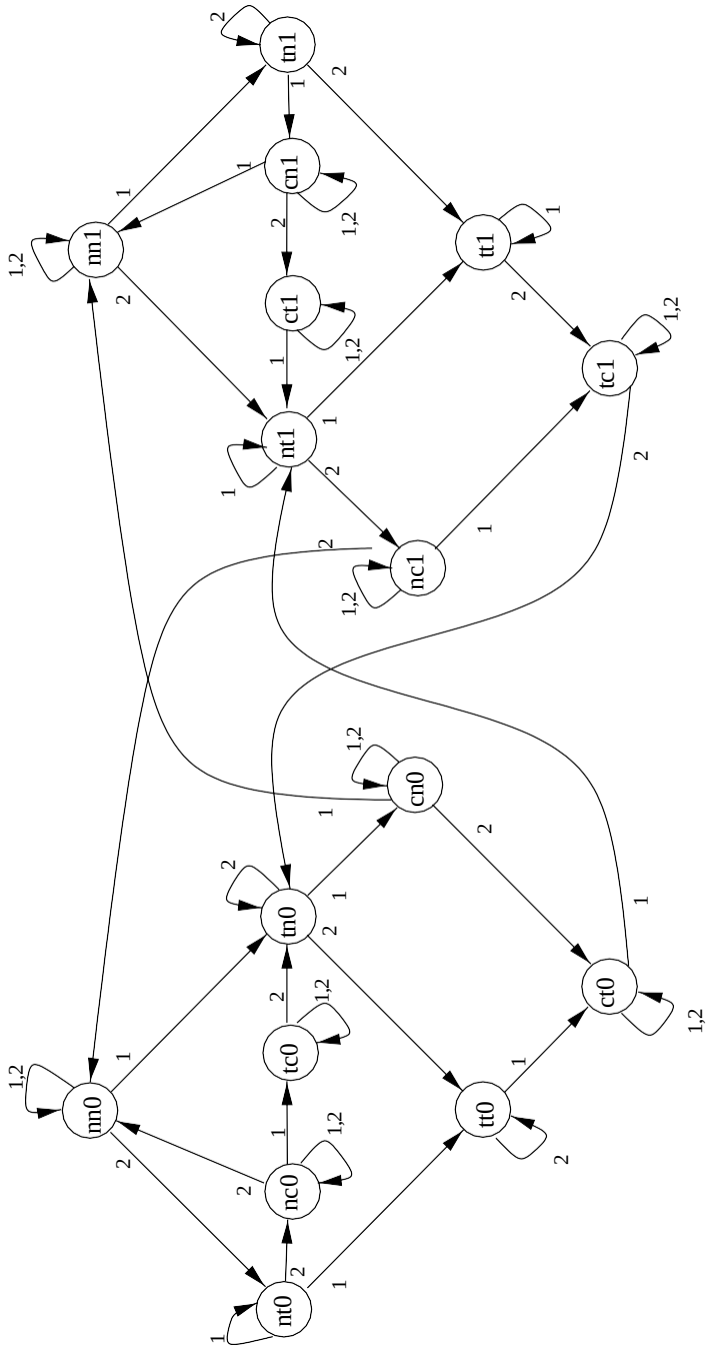
آن

در شده داده نشان است برنامه این به متناظر سیستم گذار

در ایالت ... است ct1 ،مثال برای متغیرها؛ ... از هاارزش ... دهدمی نشان ایالت کدام هر .۳.۱۱ شکل می نشان هاانتقال روی هایبرچسب .۱=نوبت و ،ترتیب به ،کردن تلاش و بحرانی هستند ۲ و ۱ فرآیند که آنها از برخی که دارد انتقال چندین حالت هر ،کلی طور به .است شده انتخاب اجرا برای فرآیند کدام که دهند .کندمی حرکت ۲ فرآیند که در دیگران و کندمی حرکت ۱ هستند فرآیند کدام در

اینها برای ،۳.۸ شکل در متقابل طرد برای شده داده مدل قبلی ... از متفاوت بیت الف است مدل این :دلایل دو

- ما ،۳.۸ شکل از □ ۱ و □ ۲ هاایالت بین شدن قائل تمایز به شده معرفی صریحاً شده دارد نوبت متغیر بولی ... زیرا هاایالت قطعی بین شدن قائل تمایز الان




**شکل ۳.۱۱.** ۳.۱۰ شکل در موجود کد وی ام اس ... به متناظر سیستم گذار های‌برچسب این به ۲ عدد ، ۱ برچسب .دهندمی نشان ،دهدمی انجام را حرکت که را فرآیندی ،هاانتقال روی دهد انجام را حرکت آن تواندمی فرآیندها از یک هر که است معنی.

شما اگر متمایز نه هستند هاایالت اینها ،حال این با .از قبل یکسان بودند که (۱ تی سی و ۰ تی سی ،مثال برای) ،کنندنمی ذکر را نوبت که را LTL های‌فرمول همان آنها ،بنابراین .را آنها □□ هاانتقال ... در فقط کن نگاه .آید پدید تواندمی آنها راه ... توسط فقط هستند متمایز هاحالت این . کنندمی برآورده

- سیستم ما که باشید داشته یاد به .۳.۸ شکل از مدل ... در شده ساخته حد از بیش سازی‌ساده یک شده حذف باشند داشته ما در .(خودش به ایالت الف از هاانتقال خیر بودند آنجا) ساعت تاک تیک هر در متفاوت حالت یک به کردیم فرض را داد انجام و اعدام برای شده انتخاب بود فرآیند الف که نماینده ،خود به ایالت کدام هر از انتقال اجازه ما ،۳.۱۱ شکل انجام توسط ،دوره از بخش آن بودن بحرانی از بیرون یا در حرکت نه داد انجام اما ،محاسبه خصوصی برخی ... کجا از ،بخش بحرانی آن در کرده گیر شودمی فرآیند یک که در مسیرها شده معرفی باشند داشته ما این دادن مسیرها چنین بردن بین از به انصاف قید الف فراخواندن به نیاز

### 3.3.5 گیرکشتی

رودخانه الف از طرف یک در همه ،گرگ و ،کلم ،بز ،قایقران یک از بیاورید خاطر به را معما است ممکن درگیری رفتاری الف است آنجا قایق او در مسافر یکی بیشترین در با رودخانه ... صلیب تواندمی گیرکشتی بین:

1. و کلم؛ ... و بز ...
2. گرگ؛ ... و بز ...

.بماند دیگر ساحل در یا کند عبور رودخانه از قایقران اما باشند رودخانه ساحل یک در آنها اگر این دهد؟می رخ ؟ کند منتقل دیگر طرف به درگیری گونه هیچ بدون را کالاها تمام تواندمی کشتیران آیا ما . مدل بررسی توسط شده حل باش تواندمی آن اما □□□□□□□□□□□□□□ □□□□ الف است رودخانه ... از سمت که در هستند کالاها کدام نمایندگی هاایالت ... که در سیستم گذار الف کردن توصیف اولیه ... از مسیر الف آنجا آیا :حالت اولیه ... از دسترسی قابل است ایالت هدف ... اگر بپرس ما سپس به گذار طول در و ،سمت دیگر ... روی هستند کالاها ... همه که در آن همراه ایالت الف دارد که چنین ایالت شوند؟نمی رها متناقض و ناامن شرایط در هرگز کالاها ،وضعیت آن

برنامه یک عنوان به را (شوندمی تداخل به منجر که رفتارهایی جمله از) ممکن رفتارهای تمام ما بولی الف شودمی سازی‌مدل زیر صورت به عامل هر مکان .(3.12 شکل) کنیم‌می سازی‌مدل NuSMV گیرکشتی ،بنابراین .بانک مقصد ... ۱ و ،بانک اولیه ... روی است عامل ... که دهنده نشان 0 :متغیر مقصد ... روی است او که ۱ = گیرکشتی ،بانک اولیه ... است روشن گیرکشتی ... که یعنی 0 = . گرگینه و کلم ، بز متغیرها ... برای ترتیب همین به و ،بانک

توسط شده حمل است چیز هیچ یا گرگ ،کلم ،بز ... آیا دهنده نشان ارزش کشد می طول حمل متغیر ... اما ،قطعی غیر است آن .کند می دنبال عنوان به کندمی کار (حمل) بعدی از تعریف رانکشتی ... ،بز ،گیرکشتی از هاارزش ... توسط مصمم است شده انتخاب است قطعی غیر ارزش الف که از مجموعه

```
ماژول اصلی VAR
    :      بز بولی؛ : گیرکشتی
    گرگ بولی؛ :   کلم بولی؛
                حمل بولی؛ :
                : { g،c،w، O
  }
دادن اختصاص
  init(فریمن) := ۰; init(goat)          := ۰;
  init(کلم)        := ۰; init(گرگ)        := ۰;
  init(حمل)        := ۰;

  حروف) بعدی ؛۰،۱ =: (قایقران) بعدی

  مورد =: (نقلی
                    گرم؛ : بز=قایقران
                    ۱          : ۰;
                اتحادیه پرونده اساک
                    ج؛ : کلم=قایقران
                    ۱          : ۰;
                اتحادیه پرونده اساک
                    عرض؛ : گرگ=قایقران
                    ۱          : ۰;
                ۰; اتحادیه اساک

  مورد =: (بز) بعدی
    ؛(قایقران)بعدی : گرم = (حمل) بعدی و      بز=قایقران
    ۱                                  بز؛ :
  اسحاق
  مورد =: (کلم) بعدی
    ؛(قایقران)بعدی : c = (حمل) بعدی و کلم=قایقران
    ۱                                  کلم؛ :
  اسحاق
  مورد =: (گرگ) بعدی
    ؛(قایقران)بعدی : w = (حمل) بعدی و گرگ=قایقران
    ۱                                  گرگ؛ :
  اسحاق

LTLSPEC !((  (گرگ و بز و کلم) U (قایقران=بز <- (گرگ = بز | کلم=بز)
                ((گیرکشتی و
```

**۳.۱۲. شکل** مشکل ریزی‌برنامه گیرکشتی ... برای کد NuSMV.

سپس (طرف همان ... روی هستند آنها ،یعنی) بز = گیرکشتی اگر .۰ شودمی شامل همیشه و ،غیره و گرگ و کلم برای وضعیت .شده انتخاب است (حمل) بعدی که از مجموعه ... از عضو الف است گرم مقدار 0 □ دبلیو □ گرم است مجموعه که سپس کلم = گرگ = بز = گیرکشتی اگر ،بنابراین .مشابه است به نه یا صلیب به کنید انتخاب تواندمی او :است قطعی غیر {farmer} به شده داده اختصاص بعدی شوند حمل آنها آیا اینکه زیرا ،هستند قطعی wolf و cabbage ، goat بعدی مقادیر اما رودخانه ... صلیب از مقادیر این ؛ شودمی داده نشان حمل برای غیرقطعی انتساب با که شودمی تعیین قایقران انتخاب توسط ،خیر یا حالت در حالت های‌بیت به بولی های‌محافظ چگونه که باشید داشته توجه .کنندمی پیروی یکسانی الگوی مقادیر روی را ای‌دایره های‌وابستگی و دهدمی انجام وابستگی تحلیل یک SMV کامپایلر .کنندمی اشاره بعدی بودن ای‌دایره از کندمی شکایت NuSMV اوقات گاهی :است بدبینانه نسبتاً وابستگی تحلیل) .کندمی رد بعدی .شد فصل و حل باش توانستمی آن زمانی چه هاموقعیت در حتی

(.احترام این در لیبرال بیشتر است CMU-SMV اصلی

فینال کندمی ادعا $\psi$ کجا ، $\psi$ یو $\varphi$ بخش رضایت مسیر الف کردن جستجو ما **NuSMV دویدن** کشتی ... سپس ،گرگ ... یا کلم با است بز ... اگر) وضعیت ایمنی ... کندمی بیان $\varphi$ و ،ایالت هدف همه که کردن ادعا ما ،بنابراین .(رفتار نامناسب اقدام هرگونه از جلوگیری به ،هم ،آنجا است گیر ،مورد ... نه است این امید ما . □ یو $\varphi$ کندمی ارضا مسیر خیر یعنی ،( $\psi$ یو $\varphi$ ) کردن برآورده مسیرها اجرای ،واقع در . □□□ □□□□□□□□ □□ $\varphi$ U $\psi$ که بدهید ما به نمونه مسیر یک اراده NuSMV و .پازل ... به حل راه الف دهنده نشان که ،۳.۱۳ شکل از مسیر ... دهدمی را امکان این ما به NuSMV

،اول بز ... گیردمی گیرکشتی ... :پازل این به حل راه معمول ... دهنده نشان مسیر شده تولید ... از آغاز و ،برگشت بز گیردمی او ،هم با کلم ... و بز ... ترک از جلوگیری برای کلم ... برای برگشت رودمی سپس به دوباره برگشت رودمی او و ،جانبی مقصد ... روی هستند کلم ... و گرگ ... حالا گرگ ... بالا هاانتخاب شایسته استراحتی رانقایق رسدمی نظر به که جایی ،۱.۹ ایالت به ما آوردمی ارمغان به این بز ... دریافت ... به برگشت اتهامات او گیردمی او که دادن نشان ۱.۱۵ به ۱.۱۰ هاایالت .دارد ادامه مسیر اما .است داشته ... که شودمی ظاهر آن متأسفانه بز ... سپس ،گرگ ... سپس ،کلم ... اول بانک؛ ... سمتِ اصلی ناراضی یک کندمی ملاقات بز ... چون ،شده خراب الان است ۱.۹ ایالت به بالا طرح باهوش گیرکشتی ۱.۱۱ ایالت در پایان.

ایالت ۱۵ دور به که ، نهایت‌بی مسیر یک ما شده داده دارد NuSMV .واقع در ،هیچی اشتباه؟ رفت چه عبور آن از (راحت خیال با) را خود کالاهای بارها و بارها رانقایق ،نهایت‌بی مسیر طول در .چرخدمی مصور یو $\varphi$ مشخصات ... کردن برآورده واقع در کندمی مسیر این .گرداندبرمی (ناامنی با) دوباره سپس و دهدمی ،کلمات دیگر در .که گویدنمی آن از پس اتفاقات مورد در چیزی اما کندمی تأکید رو پیش سفر ایمنی بر که ، $\psi$ پس مسیر طول در آنچه (دهدمی رخ ۸ حالت در که) $\psi$ با) $\psi$ یو $\varphi$ کندمی ارضا آن درست؛ است مسیر ... $\varphi$ U $\psi$ □□□□□ . با ارتباطی هیچ ،افتدمی اتفاق آن از

```
acws-0116% نام گیرکشتی.smv
*** این است NuSMV ۲.۱.۲ (شده گردآوری ۲۰۰۲-۱۱-۲۲ ۱۲:۰۰:۰۰)
*** دیدن NuSMV از اطلاعات بیشتر برای <http://nusmv.irst.itc.it>
*** به ایمیل یا <nusmv-users@irst.itc.it >.
*** به اشکالات گزارش لطفا <nusmv-users@irst.itc.it >.
-- مشخصات! (((گرگ = بز | کلم = بز) -> (گیرکشتی = بز) یو (بز و کلم) و گرگ)
                                    نادرست است (گیرکشتی و
-- به توسط شده داده نشان عنوان اعدام کردن دنبال ... توالی
-- شروع حلقه شودمی اینجا - -
-> ایالت ۱.۱ <-
    گیرکشتی = 0
    بز = 0
    کلم = 0
    گرگ = 0
    کردن حمل = 0
-> ایالت ۱.۲ <-
    گیرکشتی = ۱
    بز = ۱
    کردن حمل = گرم
-> ایالت ۱.۳ <-
    گیرکشتی = 0
    کردن حمل = 0
-> ایالت ۱.۴ <-
    گیرکشتی = ۱
    کلم = ۱
    کردن حمل = ج
-> ایالت ۱.۵ <-
    گیرکشتی = 0
    بز = 0
    کردن حمل = گرم
-> ایالت ۱.۶ <-
    گیرکشتی = ۱
    گرگ = ۱
    کردن حمل = دبلیو
-> ایالت ۱.۷ <-
    گیرکشتی = 0
    کردن حمل = 0
-> ایالت ۱.۸ <-
    گیرکشتی = ۱
    بز = ۱
    کردن حمل = گرم
-> ایالت ۱.۹ <-
-> ایالت ۱.۱۰ <-
    گیرکشتی = 0
    کلم = 0
    کردن حمل = ج
-> ایالت ۱.۱۱ <-
    گیرکشتی = ۱
    کردن حمل = 0
-> ایالت ۱.۱۲ <-
    گیرکشتی = 0
    گرگ = 0
    کردن حمل = دبلیو
-> ایالت ۱.۱۳ <-
    گیرکشتی = ۱
    کردن حمل = 0
-> ایالت ۱.۱۴ <-
    گیرکشتی = 0
    بز = 0
    کردن حمل = گرم
-> ایالت ۱.۱۵ <-
    کردن حمل = 0
```

**شکل ۳.۱۳** به مسیر حل راه الف ... پازل گیرکشتی. است طولانی جهت‌بی است آن استفاده. کندمی اصلاح بهینه حل‌راه یک به را آن ،محدود مدل بررسی از.

فراخواندن □□□□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ کردن تولید اراده ... است ممکن ترین‌کوتاه آن .مسیر است شده داده نشان شکل از ۱.۸ تا ۱.۱ موارد ،مورد این در مالکیت؛ نقض برای مسیری مدل بررسی که زمانی از مشکل ریزی‌برنامه ما به □□□□□ حل راه ،ترین‌کوتاه ... است می نگه فرمول LTL ... که دهدمی نشان گیرکشتی.smv ۷ bmc_length- سی‌ام‌بی- NuSMV است ممکن است هاانتقال هفت از کمتر تعداد با حل راه خیر که معنی ،مدل که در دارد.

کار این .بز برای سفر سه شودمی شامل که حل راه یک است آنجا آیا که کنید تأیید به آرزو است ممکن یکی کجا ، $\psi$ یو $\varphi$ بخش رضایت مسیر الف دنبال به از عوض در .داد انجام LTL فرمول تغییر با توان‌می را

( گرگ = کلمی بز = بز ) است برابر $\varphi$ ∨ است برابر $\psi$ و قایقران = بز

گرگ قایقران → بز ∧ الف کردن‌جستجو الان ما ، کلمی ∧

( $\psi$ یو $\varphi$ ) بخش رضایت مسیر ∧ G ( بز → G بز ) .آخرین

،صورت این غیر در سراسر؛ در است مانده باقی او ،شده داده عبور دارد بز ... بار یک که گویدمی بیت آنجا که کننده تأیید ،درست است فرمول این نفی که کندمی تأیید NuSMV .دهدمی انجام سفر سه حداقل بز .حل راه چنین خیر است

### 3.3.6 پروتکل بیت متناوب

،یعنی '،خط 'ضایع' الف همراه های‌پیام انتقال برای پروتکل الف است (پی بی ای) پروتکل بیت متناوب اینکه بر مشروط ،که کندمی تضمین پروتکل این هاپیام تکراری یا دادن دست از است ممکن که خط الف اجازه ما) .بود خواهد آمیزموفقیت گیرنده و فرستنده بین ارتباط ،ندهد دست از را زیادی نهایت‌بی های‌پیام ،خط خیر است آنجا ،حال این با ؛ هاپیام فاسد نه است ممکن اما ،تکراری های‌پیام یا دادن دست از به خط ... دهیمی .)شود فاسد تواندمی که خطی امتداد در انتقال موفق تضمین از راه

،گیرنده ،فرستنده ... :عوامل یا ،نهادها چهار هستند آنجا .کند می دنبال عنوان به کندمی کار پی بی ای ،اگر .۰ «کنترل» بیت ... با هم با پیام ... از بخشی اول ... کندمی منتقل فرستنده .تأیید کانال و پیام کانال اذعان ... همراه 0 کندمی ارسال آن ،0 بیت کنترل ... با پیام الف کندمی دریافت گیرنده ... ،زمانی چه و کنترل ... با بسته بعدی ... کندمی ارسال آن ،اذعان کندمی دریافت را این فرستنده ... زمانی چه .کانال اذعان روی ۱ الف ارسال توسط کندمی اذعان آن ،این کندمی دریافت گیرنده ... زمانی چه و اگر .۱ بیت دست از و هاپیام تکثیر علیه نگهبان تواندمی فرستنده و گیرنده دو هر ،کمی کنترل ... متناوب توسط .کانال (کمی کنترل غیرمنتظره ... باشند داشته که هاپیام گرفتن نادیده آنها یعنی) هاپیام دادن.

گیرنده اگر .برسد تأیید تا کندمی ارسال دوباره را پیام مرتباً ،نکند دریافت را انتظار مورد تأیید فرستنده اگر .تصدیق . کندمی ارسال دوباره را قبلی پیام مرتباً ،نکند دریافت انتظار مورد کنترل بیت با پیامی

... مدل به خواهم می ما اگرچه ،زیرا در آیدمی آن پی بی ای ... برای مهم همچنین است انصاف پیام الف ارسال ما اگر ،که کردن فرض خواهم می ما ،هاپیام دادن دست از تواندمی کانال ... که واقعیت بی یک دادن دست از تواندنمی کانال ... ،کلمات دیگر در .رسیدن اراده آن نهایت در ،کافی اندازه به اغلب پیام همه دادن دست از توانستمی هاکانال ... سپس ،فرض این ساختن نه داد انجام ما اگر هاپیام از توالی نهایت .کردن کار نه بود خواهد پی بی ای ... ،مورد که در ،و ها

ارسال باش به متن که کنیم فرض توانیم‌می .کنیم بررسی SMV ملموس شرایط در را این بیایید شده ارسال هستند که ،هاپیام بیتی تک به بالا شده تقسیم است شده

متغیر (ack)فرستنده ماژول
خیابان : { شد ارسال ،ارسال حال در } ؛
بولی؛ : ۲ پیام بولی؛ : 1پیام
دادن اختصاص
init(st) := ارسال؛ next(st)
:= مورد
شد؛ ارسال : (شده ارسال=st)! و پیام۲ = آک
ارسال : ۱
(۱ پیام)بعدی ;esac
:=
مورد
خیابان = شده ارسال : { 0،1 } ;
۱ : پیام۱؛ esac؛
:= (۲ پیام) بعدی
مورد
خیابان = شده ارسال : پیام۲! ;
۱ : پیام۲؛ esac؛
ف جی LTLSPEC اجرای انصاف
شده ارسال=st

**۳.۱۴. شکل** .وی ام اس در فرستنده پی بی ای

است پیام۲ که حالی در ،شد ارسال بودن پیام ... از بیت فعلی ... است 1پیام متغیر .متوالی صورت به کندمی خرج ماژول این .۳.۱۴ شکل در شده داده است فرستنده ماژول ... از تعریف کمی کنترل ... دریافت آن زمانی چه شده ارسال=st به مختصراً فقط رفتن ، ارسال حال در=st در زمان آن از بیشترین و message1 متغیرهای .ارسال شده دارد آن پیام ... از بیت کنترل ... به متناظر اذعان یک کندمی ،آمیز موفقیت ارسال صورت در .هستند کنترل بیت و شده ارسال واقعی داده دهنده نشان ترتیب به message2 صورت به ۱ پیام جدید . ارسال حل در=st به بازده و ارسال به پیام جدید الف آورد می دست به ماژول دویدن انصاف کردن تحمیل ما .ارزش در متناوب صورت به ۲ پیام آید؛می دست به (محیط از یعنی) غیرقطعی تواندمی ما که هاآزمایش LTLSPEC .اغلب نهایت بی دویدن به شدن انتخاب باید فرستنده ... ،یعنی ، در ،راه مشابه الف در شده ریزی‌برنامه است گیرنده ماژول .پیام فعلی ... ارسال در شدن موفق همیشه ۳.۱۵. شکل

زیر بیتی تک بیتی تک کانال از ای‌نمونه تأیید کانال .کنیم توصیف 3.16 شکل در را کانال دو باید همچنین ارزش . کن فراموش به تکلیف موجب به .است شده مشخص آن اتلافی مشخصه .است

```
VAR (2 پیام ،1 پیام) گیرنده ماژول
    خیابان      : { کردن دریافت ،کردن دریافت } ;
    تایید       : مورد بولی؛
    بولی؛ : انتظار
دادن اختصاص
    init(st) := دریافت؛
    next(st) := مورد
                    شده؛ دریافت : (شد دریافت=st)! و انتظار مورد=پیام۲
                    ۱                                    : کردن؛ دریافت
                esac;
    بعدی(ack) :=
                مورد
                    پیام۲؛ : شده دریافت = خیابان
                    تایید؛ :  ۱
                esac; بعدی (مورد
    := (انتظار
                مورد
                    انتظار؛ مورد! : شده دریافت = خیابان
                    انتظار؛ مورد :  ۱
                اجرای انصاف
شده دریافت=st ف جی LTLSPEC
```

**۳.۱۵. شکل** وی ام اس در گیرنده پی بی ای.

دو بیتی دو کانال .است درست است کردن فراموش اینکه مگر ، خروجی به شده منتقل باش باید ورودی تعیین کردن فراموش متغیر قطعی غیر ... ،دوباره .مشابه است ،هاپیام ارسال به شده استفاده ، چان بیتی آنها از کدام هیچ یا ،طریق از دریافت پیام ... از قطعات دو هر یا .نه یا گمشده است بیت فعلی ... آیا کندمی (هاپیام فاسد به نه شده فرض است کانال ) کندمی.

می هاکانال اگرچه که اندشده گرفته نظر در واقعیت این سازی‌مدل برای که هستند انصاف قید دارای هاکانال .درستی به پیام ... دادن انتقال ... بار نهایت‌بی آنها که کنیم‌می فرض اما ،بدهند دست از را هاپیام توانند ،ملک سرزندگی ... از تخلف جالب غیر یک کردن پیدا توانستیم‌می ما سپس ،مورد ... نه بودند این اگر) (.گمشده دریافت بعد به زمان قطعی الف از هاپیام همه که همراه مسیر یک مثال برای

اغلب «نهایت‌بی» محدودیت انصاف ... که باشید داشته توجه به جالب است آن کانال ... کندمی مجبور را ما اگرچه زیرا ،نیست کافی نظر مورد های‌ویژگی اثبات برای forget! انتقال و ها بیت ... 0 همه افتادن (مثلاً) از آن از جلوگیری ندارد آن ،اغلب نهایت بی دادن انتقال به سیستم برخی .کنیم‌می استفاده شده داده نشان ترقوی انصاف های‌محدودیت از ما چرا است که هابیت ۱ ... همه دانندمی مجاز را انصاف ها

(ورودی) بیتی تک متغیر ماژول
فراموش بولی؛ : خروجی
بولی؛ : کردن
دادن اختصاص
مورد =: (خروجی) بعدی
: کردن فراموش
:۱ خروجی؛
ورودی؛
اسحاق
و ورودی اجرا در انصاف انصاف
کن فراموش!
کن فراموش! و !ورودی انصاف

(۲ ورودی ،۱ ورودی) بیتی دو متغیر ماژول
بولی؛ : کردن فراموش
: خروجی۲ بولی؛ : ۱ خروجی
بولی؛
دادن اختصاص
مورد =: (۱ خروجی) بعدی
: کردن فراموش
:۱ خروجی۱؛
ورودی۱؛
esac;
مورد =: (خروجی۲)بعدی
: کردن فراموش
:۱ خروجی۲؛
ورودی۲؛
اسحاق
دویدن انصاف
!کن فراموش را انصاف و 1ورودی انصاف
ورودی۲ !کن فراموش را انصاف و !۱ ورودی
فراموش! و ورودی۲! !کن فراموش را انصاف و
کن

**۳.۱۶. شکل** .وی ام اس در هاکانال پی بی ای دو ... برای هاماژول دو

رضایت بیشتر باش که ،' □ اغلب نهایت بی بر دارد دلالت □ اغلب «نهایت‌بی» فرم ... از هامحدودیت
.وی ام اس توسط مجاز نه است اما ،اینجا بخش
... هم با اتصال به است نقش آن .(۳.۱۷ شکل) اصلی ماژول ... با هم با همه آن کراوات ما ،نهایت در
ما ،است 0 کنترل بیت اولین که آنجایی از .آنها پارامترهای اولیه مقادیر آنها دادن و ،سیستم ... از اجزا
۱ ارسال توسط خاموش شروع باید گیرنده .۰ الف داشتن انتظار به گیرنده کنیمی اولیه مقداردهی همچنین
هست که همانطور

اصلی VAR ماژول

فرستنده فرآیند : ها(ack_chan.output)؛

گیرنده فرآیند : ر(msg_chan.output1،msg_chan.output2)؛

بیتی دو فرآیند : ack_chan فرآیند : msg_chan (s.message1،

چان-بیت-یک(r.ack); s.message2)؛

دادن اختصاص

init(s.message2) := ۰;

init(r انتظار مورد) := ۰;

init(r.ack) := ۱؛

ورودی(msg_chan.output2) := ۱؛

ورودی(ack_chan.خروجی) := ۱؛

LTLSPEC G (s.st=ارسال شده و پیام ۱=۱ -> msg_chan.output1=1)

**شکل ۳.۱۷.** ماژول پی بی ای اصلی

چیزی هر از قبل کرد اذعان بودن است پیام اول خیلی آن که کردن فکر نه کندمی فرستنده که بنابراین ،اذعان ۱. به شده اولیه مقداردهی است هاکانال ... از خروجی ، دلیل همان ... برای .است افتاده اتفاق دارد

کردن دنبال ... کندمی ارضا برنامه وی ام اس ما □□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ مشخصات :

بود ۱ الف سپس ،بازگشته شده دارد اذعان درست ... و شده ارسال شده دارد ۱ بیت پیام ... اگر :ایمنی پیام <- S1=1 پیام و شده ارسال=S.st) جی :گیرنده ... توسط شده دریافت واقع در (۱=خروجی۱.چان) .

ایالت آینده الف است ناگزیر آنجا ایالت هر برای ،بنابراین .نهایت در طریق از دریافت هاپیام :سرزندگی . شد ارسال=st ف جی شده مشخص ما ، فرستنده ماژول در طریق از گرفتم دارد پیام فعلی ... که در جی عنوان به ،ماژول اصلی ... در شده نوشته شده باشند داشته معادل طور به تواندمی مشخصات این) گیرنده ماژول ... در .نهایت در طریق از دریافت هاتقدیرنامه ،مشابه طور به (. S.st=sent ف . شد دریافت=st ف نویسیمی را G ما ،

## منطق انشعاب زمان 3.4

،مربوطه هایبخش در قبلی ... در ( □□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□ ) LTL از تحلیل ما در کردیم تعریف ما . □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ روی LTL هایفرمول که کردیم اشاره شده داده ... از □□□□□ □□□□□□ □□□ اگر فرمول LTL یک کندمی ارضا سیستم الف از □□□□□ که .کندمی بندیکمیت مسیرها روی جهانی طور به ضمنی طور به LTL ،بنابراین . کندمی برآورده را آن ایالت می را مشکل این .ال تی ال در شده بیان باش تواندنمی مسیر الف از وجود ... کردن ادعا که هاویژگی ،بنابراین چک به .اساس این بر نتیجه ... تفسیر و ،سوال در .داد کاهش ویژگی نفی گرفتن نظر در با حدودی تا توان آنجا آیا

بررسی ، □□□ □□□□□□□□ □□ $\varphi$ LTL فرمول که □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ s از مسیری اگر
اصلی سوال به منفی پاسخ ،این به مثبت پاسخ خیر ؛ یا کنندمی برآورده را $\varphi$ مسیرها همه آیا که یکنیممی
قبلی ... در گیرکشتی پازل ... کردن تحلیل زمانی چه رویکرد این شده استفاده ما .برعکس معاون و ، ماست
هاسنجکمیت مسیر وجودی و جهانی □□□□□ کدام خواص ،کرد اشاره قبلاً عنوان به ،حال این با بخش
.دارد ترکیبی هنوز مکمل فرمول زیرا ،شد بررسی رویکرد این از استفاده با مدل باش عمومی در توانندنمی
از بیش .کنندمی حل صریح سازیکمی امکان کردن فراهم با را مشکل این انشعاب زمان هایمنطق
□□□□ □□□□□□ عنوان به شده شناخته منطق الف کردن بررسی اراده ما مسیرها
و جی ،ف ،یو اپراتورها زمانی ... عنوان به خب عنوان به ،ال تی سی در .ال تی سی یا ، □□□□□
دارد وجود و مسیرها همه اکسپرس که ای و الف هاسنجکمیت باشند داشته همچنین ما LTL از ایکس
:بنویسیم توانیممی ،مثال برای .مسیر یک ترتیب به

- □ اف ای شده نوشته است این : □ بخش رضایت ایالت دسترسی قابل الف است آنجا
- مداوم طور به □ نگهداری و حفظ به است ممکن است آن ، □ بخش رضایت هاایالت دسترسی قابل همه از
  □ ) گ.آ شده نوشته است این : □ بخش رضایت ایالت الف به رسیدن تا □ ]ای → □ یو □ [).
- AG ( :ابد تا پیوسته □ نمایشگاه تواندمی سیستم ... ،رسیده است □ بخش رضایت ایالت الف که زمان هر
  □□□□ → EG) □ ).
- . □ گ.آ اف ای : □ کردن برآورده هاایالت دسترسی قابل همه که از ایالت دسترسی قابل الف است آنجا

### 3.4.1 ال تی سی از نحو

□ □□□□□□ □□□□ منطق الف است ،کوتاه برای ال تی سی یا محاسباتی □□□□ □□□□
متفاوت هستند آنجا ؛ نشده تعیین است آینده ... که در ساختار مانند درخت الف است زمان از مدل آن که معنی
.شد متوجه است که مسیر «واقعی» ... باشد است ممکن که از یکی هر ،آینده ... در مسیرها
(p □ $q$□ $r$□ ...) مانند) توضیحات/هافرمول اتمی از مجموعه ثابت الف با کار ما ،از قبل که همانطور
□□□□ ۱ □ □□□□ ۲ □... ). یا

**۳.۱۲ تعریف** Naur فرم بکوس الف طریق از استقرایی طور به هافرمول ال تی سی کردن تعریف ما
است شده انجام LTL برای که همانطور:

$\varphi$ ::= ⊥ | تی | □ | ( چ $\varphi$ ) | ( $\varphi$ ∧ $\varphi$ ) | ( $\varphi$ پنجم $\varphi$ ) | ( $\varphi$ → $\varphi$ ) | آکس $\varphi$ | مثال $\varphi$ |
اف $\varphi$ | اف ای $\varphi$ | □□ گ.آ | □□ جی ای | □□ الف [ $\varphi$ یو $\varphi$ ]

| E[ $\varphi$ یو $\varphi$ ] آن در که □ هامحدوده از بیش هافرمول اتمی از مجموعه الف

است جفت ... از اول . نمادها از جفت الف است هارابط زمانی ال تی سی ... از کدام هر که اطلاعیه
یک) حداقل امتداد در یعنی ای و ( □□□□□ □□ ) مسیرها همه امتداد در یعنی الف .ای و الف از یکی
معنی ،یو یا ،جی ،ف ،ایکس است جفت ... از دوم مورد ( ( □□□□□□□□ ) (دارد وجود مسیر
از جفت .ترتیب به ،اینکه تا و (جهانی سطح در) هاایالت آینده همه " ،ایالت آینده «برخی» '،ایالت بعدی
مانند نمادها از هاجفت ،ال تی سی در .اروپا اتحادیه است ،مثال برای ،E[ $\varphi_1$ یو $\varphi_2$] در نمادها
هستند اروپا اتحادیه

یو و جی ،ف ،ایکس نمادها دودویی هستند اروپا اتحادیه و آئورلی دانشگاه که اطلاعیه .تقسیم غیرقابل X، از یکی باید ه یا الف هر ،مشابه طور به ه؛ یک یا الف یک توسط مقدم بودن بدون دادن رخ تواندنمی باشند داشته خود همراه را U و G، F.

بخش ببینید) پذیر مشتق هستند آنها اما ،ال تی سی در شامل نه هستند (ر) انتشار و (و) تا ضعیف معمولاً ۳.۴.۵).

ما چه به ربط حروف ال تی سی ... برای هااولویت صحافی مشابه کنید فرض ما **۳.۱۳ کنوانسیون** زمانی ربط حروف و (ч از متشکل) وجهی‌تک ربط حروف .منطق گزاره و ای‌گزاره برای داد انجام و ؛ وی و ∧ بیا سفارش ... در بعدی محکم بیشترین کردن مقید (مثال و AX، EF، AF، EG، AG اروپا اتحادیه و AU ، → بیا آن از بعد .

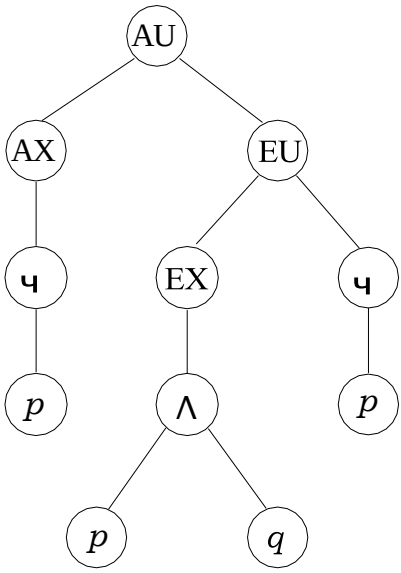
مثال برخی دیدن بگذارید هااولویت اینها گرفتن نادیده به سفارش در ها براکت استفاده تواندمی ما ،طبیعتاً درک به سفارش در ،فرم خوش نه هستند که هایی‌مثال برخی و هافرمول ال تی سی فرم خوش از ها فرمول فرم خوش هستند کردن دنبال هافرمول اتمی هستند $r$ و □ ، □ که کنید فرض .نحو ... کردن های CTL :

- برای ، □ جی ای → □ گ.آ عنوان به همان ... نه است این که باشید داشته توجه ،( □ جی ای → □ ) گ.آ به طبق
  ( □ مثال عنوان به) → ( □ جی ای) یعنی فرمول دومی ،۳.۱۳ کنوانسیون
- ای اف ای [ □ یو □ ]
- الف [ □ اف ای یو □ ]
- جی ای اف ای) عنوان به کندمی مقید این که باشید داشته توجه ،دوباره ، □ اف → □ جی ای اف ای □ ) → اف □ ، نه
  اف ای (EG □ → اف □ ) یا EF جی ای ( □ →
- الف ( □ اف [ □ ای یو ۱ □ □□□□ بالا ۲ □□□□ ۳ ]]
- صفحه ۱ یو □ ۲ ]U □ ۳]
- گ.آ ( □ → الف [ □ یو ( چ □ ∧ الف [ □ یو □ چ ])]).

از کدام هر ساختن ما دادن اجازه قوانین نحو ... چگونه دیدن زمان برخی کردن خرج ارزش است آن هافرمول فرم خوش نه هستند کردن دنبال اینها:

- جی اف ای □
- الف □ جی ای
- ف [ □ ] یو □ ]
- اف ای ( □ یو □ )
- AEF □
- الف [( □ یو □ ) ∧ ( □ یو □ )].

گرفتن ،مثال برای اینها ساختن ما ندهید اجازه نحوی قواعد چرا که دارد را این درک ارزش ویژه به است آن الف یک با شده جفت زمانی چه فقط دادن رخ تواندمی یو که است رشته این با مشکل .( □ یو □ ) اف ای ،فرمول ال تی سی فرم خوش الف به این ساختن به .ف ... با است شده جفت باشند داشته ما ای .ای یک یا نوشتن داشت می ما EF E[ $r$ U] $q$ ] یا EF الف [ □ یو □ ].




**۳.۱۸. شکل** نمادگذاری اینفیکس بدون فرمول ال تی سی الف از درخت کردن تجزیه

است شده جفت عملگر ... زمانی چه ،ای یا الف ... از بعد ها براکت مربع استفاده ما که اطلاعیه با .عوض در ها براکت معمولی گرد استفاده توانستمی شما این؛ برای دلیل قوی خیر است آنجا .یو الف ... کجا نقطه راحتی به بیشتر تواندمی ما زیرا) فرمول ... خواندن به یکی کندمی کمک اغلب آن ،حال این وی ام اس که است ها براکت مربع ... از استفاده با برای دلیل دیگر یکی .(است براکت بستن متناظر آن روی دارد اصرار

که □□□ صورت این به آن ساختار زیرا ،نیست فرمیخوش فرمول□ یو □ ) ( □ یو A[( *r*) دلیل رخدادها .[ ]ای یا A[ ]درون مستقیماً ( مانند) دهنده پیوند بولی الف دادن قرار به ما دادن اجازه نه کندمی شده دنبال هستند آنها زمانی چه یو؛ یا ایکس ،ف ،جی از یکی توسط شده دنبال باش باید ای یا الف از حاوی □□□ □□□□ *ψ* ... و *φ* ... ،حالا (ψ) .[ *φ* یو *ψ* ]الف فرم ... در باش باید آن ،یو توسط یک □□□ [( *q* ) □ □ ) U ( □ □ )]الف بنابراین ها؛فرمول □خواه هستند آنها که آنجایی از ، فرمخوش فرمول.

و اینفیکس کردن مخلوط که هارابط دودویی هستند اروپا اتحادیه و آفریقا اتحادیه که کردن مشاهده در که حالی در ، $\varphi_2$ آئورلی دانشگاه $\varphi_1$ بنویس بود خواهد ما ،فرورفتگی خالص در نمادگذاری پیشوند صورت به را خالص پیشوند AU( $\varphi_1$, نویسیمی . $\varphi_2$).

کشی قرعه به مفید است آن ،هافصل دو قبلی ... در داد انجام ما عنوان به و ،زبان رسمی هر با که همانطور □ ) ایکس]ای یو □ چ A[AX] برای درخت کردن تجزیه هافرمول فرم خوش برای درختان کردن تجزیه ∧ □ ) U ¬ *p* ]] است شده داده نشان ۳.۱۸ شکل در.

الف است درخت آن تجزیه که *ψ* فرمول هر است *φ* فرمول ال تی سی الف از زیرفرمول الف **۳.۱۴ تعریف** درخت کردن تجزیه ها *φ* از درخت زیر

### 3.4.2 منطق درخت محاسبه از معناشناسی

بگذارید .(۳.۴ تعریف) هاسیستم گذار از بیش شده تفسیر هستند هافرمول ال تی سی
آیا تعریف فرمول ال تی سی الف $\varphi$ و □□ □□ □□ مدل الف چنین باش ( □ □ □ □ □ = ) □
می تقریباً و □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ $\varphi$ ساختار روی $\varphi$ ▶ □□□
است زیر شرح به عنوان به شد فهمیده .باشد تواند:

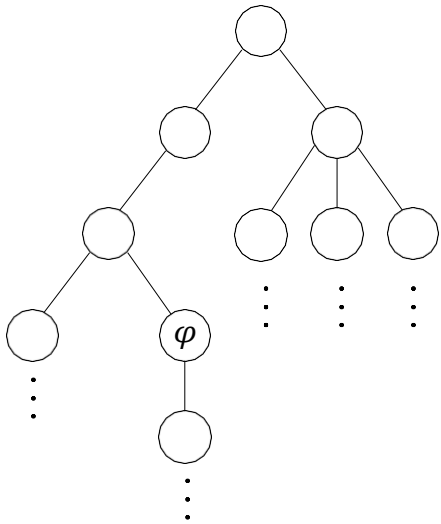
- □ . توسط مصمم است رضایت ،اتمی است $\varphi$ اگر
- یک ( $\varphi$ تجزیه درخت در ها برترین دهدمی رخ دهنده پیوند ... یعنی) $\varphi$ از دهنده پیوند بالا سطح ... اگر بیشتر بازگشت و درستی جدول معمول تعریف با رعایت به مربوط سوال سپس (غیره و ، ، ، ) بولی رابط □□□□ □□□□ □□□□□ . $\varphi$ پایین سمت به
- اگر داردمی نگه رضایت سپس ،الف آغاز اپراتور یک است دهنده پیوند سطح بالا ... اگر نماد الف ... برداشتن از نتیجه در فرمول «LTL» ... کردن برآورده □□ از مسیرها همه.
- مقداری اگر داردمی نگه رضایت سپس ،ای با شودمی آغاز دهنده پیوند سطح بالا ... اگر ،مشابه طور به ای ... برداشتن از نتیجه در فرمول «LTL» ... کردن برآورده □□ از مسیر.

آن برای ، LTL فرمول یک شدت به نه است ای یا الف برداشتن از نتیجه ... ،موارد دو آخرین ... در ... توسط با شود رسیدگی اراده اینها ،حال این با .زیر در اس یا که همانطور بیشتر حاوی است ممکن بازگشت

مفصل بیشتر بیت الف است $\varphi$ ▶ □ □ □ ⊢ از تعریف رسمی:

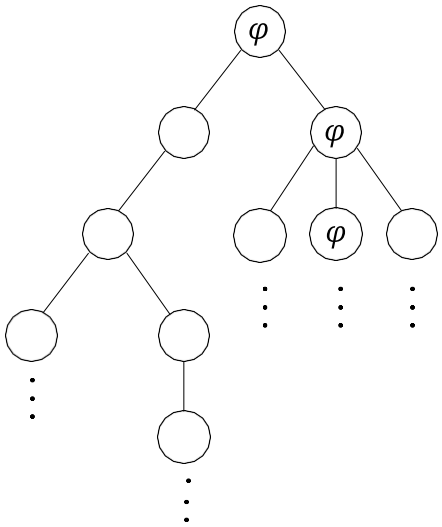
**۳.۱۵ تعریف** بگذارید □ = ( □□ → □ $L$ ) برای مدلی CTL ،باشد s در $S$ ، $\varphi$ فرمول یک
رابطه ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi$ روی القا ساختاری توسط شده تعریف است $\varphi$ : CTL.

1. ⊢ □ □ □ ▶ و تی ⊢ □ □ □ ▶ ⊥
2. ⊢ □ □ □ ▶ □ iff □ ∈ □ ( □□ )
3. ⊢ □ □ □ ▶ چ $\varphi$ iff ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi$
4. ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1 \wedge \varphi_2$ iff ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1$ و ⊢ □ $s$ ▶ $\varphi_2$
5. ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1$ پنجم $\varphi_2$ iff ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1$ یا ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_2$
6. ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ iff ⊢ □ □ □ ▶ $\varphi_1$ یا ⊢ □ $s$ ▶ $\varphi_2$ .
7. ⊢ □□□ ▶ آکس $\varphi$ iff برای همه □ چنین که □ → □ $_1$ ما داشته باشند ⊢ □ □ ▶ □□ .
   گویدمی آکس ،بنابراین:
   ایالت بعدی هر در.
8. ⊢ □ □ □ ▶ مثال $\varphi$ iff برای برخی به □ طوری □□ → □ صا داریم □ ▶ $\varphi$ ،بنابراین
   منطق در ای که راه همان ... دقیقاً در – الف به دوگانه است ای .ایالت بعدی برخی در :گویدمی EX
   است ۶ عدد دوگانِ ،محمولات .
9. ⊢ □ □ □ ▶ آ.گ $\varphi$ نگه داردمی iff برای همه مسیرها □ → □ $_2$ → □ $_3$ → .. . □ کجا ، .
   صورت به . □□ ▶ □ □□ □ باشند داشته ما ،مسیر ⊢ همراه □□ همه و ، □□ است برابر
   محاسبه همه برای :یادگاری
   می شامل 'مسیر ... امتداد در که باشید داشته توجه .جهانی سطح در است برقرار $\varphi$ ملک □□ در آغاز مسیرها
   ایالت اولیه مسیر ... شود □□ .
10. ⊢ □ □ □ ▶ جی ای $\varphi$ نگه داردمی iff یک مسیر $s_1$ وجود دارد → □ $_2$ → □ $_3$ → .. □□
    صورت به . □□ ▶ □ □□ □ باشند داشته ما ،مسیر همراه □□ همه برای و s با برابر .است $s_1$ آن در
    دارد وجود آنجا :یادگاری
    مسیر ... همراه جهانی سطح در داردمی نگه $\varphi$ که چنین □□ در آغاز مسیر الف.

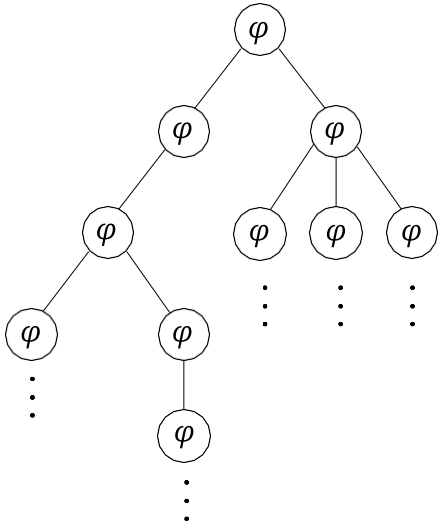



**۳.۱۹. شکل** . □□ اف ای کندمی ارضا ایالت شروع که سیستم الف

11. ⊨ □ □ □ ▶ $\varphi$ اف دارد می نگه $\varphi$ که چنین □□ دارد وجود مقداری ، □□□ s با همه برای :یادگاری صورت به . □□ ▶ □□ □



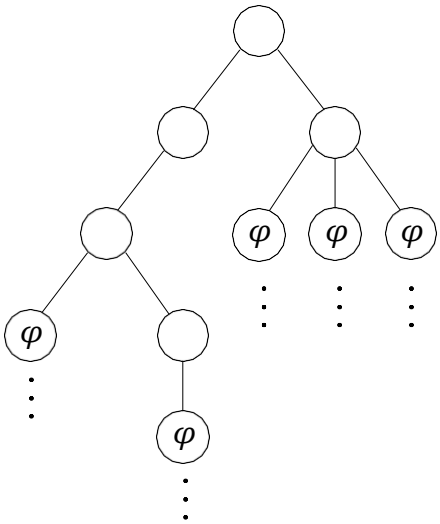

**شکل ۳.۲۰.** جی ای کندمی ارضا ایالت شروع که سیستم الف □□ .




**شکل ۳.۲۱.** گ.آ کندمی ارضا ایالت شروع که سیستم الف □□ .

بی ... و ، □□□□□□□ □□□ □□ s0 شده‌تعیین شروع حالت برای را ۳.۳ شکل گذار سیستم سیستم این برای ها چک مثالی در کن نگاه الان ما بگذارید .۳.۵ شکل در مصور درخت نهایت.

1. ، □ ▶ □ $\wedge q$ اتمی نمادهای که آنجایی از است برقرار $p$ و $q$ موجود هستند در گره s $0$ .
2. ، □ ▶ چ □ نگه آنجایی از داردمی که نماد اتمی □ است □□ مندرج در گره □□ . .




**شکل ۳.۲۲.** اف □□ . کندمی ارضا ایالت شروع که سیستم الف

3. ◄ □ ◄ تی توسط داردمی نگه تعریف.
4. ، □ ◄ مثال ( □ ∧ □ ) باشند داشته ما که آنجایی از داردمی نگه ... مسیر محاسبه ترین چپ □ →
□ → □ → □ → ... در ۳.۵، شکل دوم گره که است شامل □ و □ .
5. ، □ ◄ ч AX ( □ ∧ □ ) باشند داشته ما که آنجایی از داردمی نگه ... مسیر محاسبه راست سمت □ →
□ ۲→ □ ۲→ □ ۲→ ... در ۳.۵، شکل دوم گره که است شامل فقط □ ۲ ، اما
□□ □
6. در آغاز مسیر محاسبه خیر است آنجا که آنجایی از داردمی نگه ( □□ □□∧اف ای ◄ □ □ ◄ч
□
است این .داشتن نگه بود خواهد □□□□□ ∧ □□□□□ کجا ایالت الف رسیدن توانستمی ما که چنین زیرا بنابراین
زمان همان در داشتن نگه □ و □ کجا سیستم این در باشد که چه هر ایالت خیر سادگی به است آنجا.
7. ، □ ۲ ◄ جی ای □ مسیر محاسبه الف است آنجا که آنجایی از داردمی نگه □ ۲ → □ ۲ → □ ۲
→ ...
مسیر محاسبه فقط است این مسیر؛ که از هاایالت آینده همه در داردمی نگه □ که چنین □ ۲ در آغاز
خب عنوان به داردمی نگه □ گ.آ ◄ □ ۲ ، بنابراین و □ ۲ در آغاز.
8. ، □ ◄ اف □ در آغاز مسیرها محاسبه همه برای ،که آنجایی از داردمی نگه □□ . ، سیستم ...
دارد می نگه □ که چنین ( □ ۲ یا □ ۱) ایالت الف رسدمی.
9. ◄ □ ◄ای [□ U ( □ ∧ □ )] باشند داشته ما که آنجایی از داردمی نگه ... مسیر محاسبه راست سمت
برآورده را $r$ (۱ = □□ ) □ ۲ گره دوم که ،۳.۵ شکل در ... → □ ۲ → □ ۲ → □ ۲ → $s_0$ مسیر
□ ∧ □□□□□ □□□□□□□□ □□ $p$ ( $s_0$ گره یعنی ،۰ = $j$) فقط) قبلی های‌گره همه اما ، کندمی
10. ، □ ◄ الف[ □ یو □ ] که آنجایی از داردمی نگه □ و □ در داردمی نگه □ که آنجایی از داردمی نگه ممکن هر در
جانشین است
ما بنابراین) □ در آغاز مسیرها محاسبه همه برای درست است □ یو □ بنابراین ، . □□ از ایالت
(مسیر ... از مستقل طور به 1= □□ کنید انتخاب است ممکن.
11. ◄ □ ◄ ( □ جی ای اف ای → □ پنجم □ پنجم □ ) گ.آ قابل هاایالت همه در که آنجایی از داردمی نگه
رسیدن تواندمی سیستم ... (مورد این در هاایالت همه) □ پنجم □ پنجم □ بخش رضایت و □ از دسترسی
کندمی برآورده □□ $r$ EG که حالتی الف (مورد این در حالت $s2$ ).

### 3.4.3 مشخصات از الگوها عملی

کنید فرض .است مفید (۳.۲.۳ بخش) LTL با وضعیت ی‌مقایسه و هافرمول از معمول ی‌نمونه چند به نگاهی باشند requested و busy مانند کلماتی شامل اتمی توضیحات .

- کندنمی آماده اما ،داردمی نگه شده شروع کجا ایالت الف به دریافت به است ممکن است آن:
  فرمول ... کردن نفی سادگی به ما ،بودن غیرممکن اکسپرس به .( کرد کار به‌شروع آماده ) اف ای
- گیرد قرار اذعان مورد نهایت در اراده آن سپس ،دهدمی رخ (منبع برخی از) درخواست الف اگر ،ایالت هر برای:
  .( است شده اذعان AF توسط شده درخواست ) گ.آ
- قابل نه است ،اغلب • شودمی اجرا نامحدود طور به آنگاه ،شود فعال نامحدود طور به فرآیند اگر که ویژگی این واقع در یا ، دویدن اف گ.آ شده فعال اف AG توسط شده بیان نه است آن ،خاص در .ال تی سی در بیان اگر که کندمی بیان شده داده فقط فرمول ال تی سی فرمول LTL متناظر داخل به ای یا الف از درج دیگر هر تر ضعیف زیاد است این شده؛ گرفته اغلب نهایت بی است مسیر هر سپس ،شده فعال اغلب نهایت بی دارد مسیر هر شده گرفته اغلب نهایت بی است است فعال اغلب نهایت بی دارد که مسیر هر که کردن ادعا از.
- فعال خودکار فوکوس) AG :مسیر محاسبه هر روی اغلب نهایت بی شده فعال است فرآیند قطعی الف باشد ).
- شده ویرایش بست‌بن دائم طور به باش نهایت در اراده فرآیند قطعی الف ،افتدمی اتفاق باشد که چه هر:
  بست بن جی ای) اف ).
- ایالت مجدد اندازی راه الف به دریافت به است ممکن است آن ایالت هر از:
  AG ( مجدد اندازی راه EF ).
- زمانی چه جهت بده تغییرش ندارد دوم طبقه در کردن بلند بالا به رو سفری
  طبقه پنجم ... به برو به کردن آرزو مسافران دارد آن:
  ۵ طبقه یو بالا جهت ]A ۵ → شده فشرده ∧ بالادکمه جهت ∧ طبقه۲ ) گ.آ)
  floor2 . ،مثلاً ، متغیرها سیستم از شده ساخته عبارات بولی هستند توضیحات اتمی ما ،اینجا
- بسته درها آن با کف سوم ... روی بیکار ماندن باقی تواندمی بالابر:
  سکون حالت در ،سوم طبقه ( EG ∧ بسته در → ،سکون حالت در ∧ سوم طبقه ) گ.آ
  بسته و )).
- تی ال در بیان قابل نبود این که بیاورید یاد به بخش بحرانی آن شوید وارد به درخواست همیشه تواندمی فرآیند الف مثال ( □□□□□ ۱) AG توسط شده نوشته باش است ممکن این ،۳.۸ شکل از هاگزاره ... از استفاده با .ال CTL. در ( □□ ۱)
- همچنین بود این .دنباله گیرسخت در بخش بحرانی آنها شوید وارد نه نیاز فرآیندها
  آن مستقیم بیان برای ما دهدمی اجازه ال تی سی .نفی آن شده بیان ما هرچند ،LTL در بیان قابل نه: EF (
  □ ۱ ∧ E[ □ 1 تو ( چ □□ ۱) ∧ E[ چ □ ۲ یو □□ ۱ ])]).

### 3.4.4 فرمول‌های CTL تعریف ۳.۱۶ فرمول دو CTL

نظر از ، کند برآورده نیز را دیگری ،کندمی برآورده را آنها از یکی که مدلی هر در حالتی هر اگر $\psi$ و $\varphi$ با را این ما ؛ شوندمی نامیده معادل معنایی $\varphi$ □□□□ □□□□□□. ≡ □ .

.سنج کمیت وجودی متناظر ... .است ... E و مسیرها روی جهانی سنجکمیت یک A که شدیم متوجه قبلاً
را هاحالت ،خاص مسیر یک امتداد در که ،وجودی و جهانی سورهای همچنین هستند ف و جی ،این بر علاوه
وجود قوانین مورگان د که کردن پیدا به آور تعجب نه است آن ،حقایق اینها از مشاهده در . گیرندمی بر در
:دارد

$$
\begin{aligned}
\text{ح جی ای } \varphi &\equiv \text{ح } AF\,\varphi \\
\text{ح گ.آ } \varphi &\equiv \text{ح اف ای } \varphi \\
\text{ح مثال } \square\square. &\equiv \text{ح } AX\,\varphi
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

هامعادل ... باشند داشته همچنین ما

$$\text{الف یو تو } [\varphi] \equiv \text{الف } EF\,\varphi \equiv E[\top\, U\, \varphi]$$

.ال تی ال در هامعادل متناظر ... به مشابه هستند که

## 3.4.5 هارابط ال تی سی از هامجموعه کافی

برای هارابط ال تی سی میان در افزونگی برخی است آنجا ،LTL در و منطق ایگزاره در که همانطور
باشد EF قوطی و جی ای ،اف ای ،جی ای و ؛ مثال شده نوشته باش AX قوطی دهنده پیوند ... ،مثال
گ.آ بنویس ،اول :است زیر شرح به عنوان به اروپا اتحادیه و آئورلی دانشگاه از اصطلاحات در شده نوشته
استفاده AF از سپس و ،(3.6) از استفاده با $\varphi$ اف عنوان به $\varphi$ جی ای و $\varphi$ اف ای عنوان به $\varphi$
دانشگاه بنابراین (.است φ با برابر φ مقدار) .[یو $\varphi$ ] ≡ ای $\varphi$ اف ای و [یو $\top$ $\varphi$ ] ≡ الف $\varphi$ کنید
هارابط زمانی از مجموعه کافی یک تشکیل مثال و اروپا اتحادیه ،آئورلی
سازی معادل باشید داشته ما برای ،کافی مجموعه یک فرم مثال و ،اروپا اتحادیه ،جی ای همچنین

$$\text{الف } [\varphi\, \psi] \equiv \text{ح } (E[\text{ح } \psi\, U\, (\text{ح } \varphi \wedge \text{ح } \psi)] \vee EG\, \text{ح } \psi) \tag{3.7}$$

:است زیر شرح به عنوان به کرد ثابت باش تواندمی که

$$
\begin{aligned}
\text{الف } [\varphi \text{ یو } \psi] &\equiv \text{الف } [\text{ح } (\text{ح } \varphi \wedge \text{ح } \psi) \text{ یو } (\text{ح } \psi) \wedge \text{ف } \psi] \\
&\equiv \text{ح } E\, \text{ح } [\text{ح } (\text{ح } \varphi \wedge \text{ح } \psi) \text{ یو } (\text{ح } \psi) \wedge \text{ف } \psi] \\
&\equiv \text{ح } E[(\text{ح } \varphi \wedge \text{ح } \psi) \text{ یو } (\text{ح } \psi)] \text{ پنجم جی ح } \\
&\equiv \text{ح } (E[(\text{ح } \varphi \wedge \text{ح } \psi) \text{ یو } (\text{ح } \psi)] \text{ پنجم جی ای ح } \square) .
\end{aligned}
$$

که است میانی هایفرمول شامل اثبات این) .است مقدماتی هایدستکاری از بقیه و ۳.۱۰ قضیه از اول سطر
*ال تی سی منطق ... در معتبر است آن ،حال این با ال؛ تی سی از قوانین (.کنندمی نقض را نحوی ساختار
:باشند داشته ما ،کلی طور به بیشتر (.بخش بعدی در شده معرفی

**۳.۱۷ قضیه** شامل آن ،اگر فقط و ،اگر است کافی CTL زبان در زمانی ربط حروف از ایمجموعه
{ اروپا اتحادیه و آفریقا اتحادیه □ اف □ جی ای از یکی حداقل در ، مثال □ آکس از یکی حداقل در

از پایان ... در هایادداشت کتابشناختی ... در شده داده ارجاع کاغذ الف در کرد ثابت است قضیه این دبلیو تا ضعیف کدام هیچ زیرا قضیه آن در نقش ویژه الف هانمایشنامه اروپا اتحادیه دهنده پیوند فصل ... هستند EW و آ ،اورژانس ،آر ای هارابط زمانی .(۳.۱۲ تعریف) CTL در بدوی هستند ر انتشار نه و هستند تعریف قابل CTL در همه:

- الف[ $\varphi$ ر $\psi$ ] = ۶ E[ ۶ $\varphi$ یو چ $\psi$ ]
- E[ $\varphi$ ر $\psi$ ] = ۶ A[ ۶ $\varphi$ یو چ $\psi$ ]
- الف[ $\varphi$ دبلیو $\psi$ ] = الف[ $\psi$ ر ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )]، و سپس استفاده ... اول معادله بالا
- E[ $\varphi$ دبلیو $\psi$ ] = E[ $\psi$ ر ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )]، و سپس از استفاده دومی کن

سی در هامعادل توجه قابل دیگر برخی .۳.۲.۵ و ۳.۲.۴ های‌بخش در LTL های‌معادل با تعاریف این زیر موارد ... هستند ال تی:

گ.آ آکس $\varphi$ ≡ $\varphi$ ∧ گ.آ $\varphi$
ای مثال $\varphi$ ≡ $\varphi$ ∧ $EG\varphi$
پنجم $\varphi$ ≡ $\varphi$ AF جی $\varphi$
$\varphi$ ≡ $\varphi$ EF اف آکس $\varphi$
اف ای مثال پنجم $\varphi$
الف[ $\varphi$ یو $\psi$ ] ≡ $\psi$ ∨ ( $\varphi$ ∧ الف آکس $\varphi$ ]
ای[ $\varphi$ یو $\psi$ ] ≡ $\psi$ پنجم ( $\varphi$ ∧ مثال E[ $\varphi$ U $\psi$ ]) . ($\psi$). ($\psi$ ]

خاص الف در $\varphi$ دارند AF به سفارش در :زیر موارد ... است یکی سوم ... برای شهود ... ،مثال برای داشته یا ما ،این به دستیابی به .ایالت که از مسیر کدام هر همراه نقطه برخی در درست باش باید $\varphi$ ،ایالت $\varphi$ اف باشند داشته باید ما مورد که در ،آن انداختن تعویق به ما یا ؛ فعلی وضعیت ... در ،حالا درست $\varphi$ باشند اف کردن تعریف به شودمی ظاهر سازی معادل این چگونه اطلاعیه . بعدی های‌ایالت ... از کدام هر در باش توانندمی هامعادل این ،واقع در .ای‌دایره ظاهراً تعریف یک ،خود AF و AX از اصطلاحات در الف در ، EX و آکس از اصطلاحات در چپ ... روی هارابط شش ... کردن تعریف به شده استفاده پایه این ؛CTL از پردازی شخصیت ثابت نقطه ... شود می نامیده است این راه □□□ □□□□□□□□ بخش) بعداً آن به بازگشت ما و ;۳.۶.۱ بخش در است یافته‌توسعه مدل بررسی الگوریتم برای ریاضی ۳.۷).

## 3.5 ال تی سی و LTL از هاقدرت بیانگر ... و *ال تی سی

به ،LTL از بیانگرتر است آن احترام این در و ،مسیرها از بیش سازی کمی صریح دهدمی اجازه ال تی سی الف کردن انتخاب برای یکی دادن اجازه نه کندمی آن ،حال این با .شده دیده باشند داشته ما عنوان که در .دهدمی انجام LTL عنوان به ،فرمول الف با آنها کردن توصیف توسط مسیرها از محدوده باشند داشته که مسیرها «همه» بگو تواندمی ما LTL در ،مثال برای بیانگر بیشتر است LTL ،احترام ممکن نه است آن □ ف → F □ نوشتن توسط ،آنها همراه □ الف باشند داشته همچنین آنها همراه □ الف فرمول .E یا مرتبط A یک دارد اف هر که محدودیتی ... از زیرا ال تی سی در این بنویس به است یعنی □ اف → AF □

مسیرها همه سپس ،آنها همراه □ الف باشند داشته مسیرها همه اگر گویدمی آن :متفاوت کاملاً چیزی
، است ترنزدیک که ،( □ اف □ ) گ.آ بنویس است ممکن یکی «.را آنها $q$ با همراه الف باشند داشته
که اما ، □ الف کندمی ملاقات سرانجام □ الف به مسیر هر گسترش از راه هر که گویدمی آن که آنجایی از
□ ف □ ف از معنی ... گرفتن نه هنوز است

افتادن توسط ،ال‌تی‌سی و LTL از هاقدرت بیانگر ... کندمی ترکیب که منطق الف است *ال تی سی
به منحصر الف با مرتبط باش به دارد (ز ،ف ،یو ،ایکس) اپراتور زمانی هر که محدودیت ال تی سی ...
عنوان به چنین هافرمول نوشتن ما دهدمی اجازه آن .(ه ،الف) سنجکمیت مسیر فرد

- الف[( □ یو □ )( □ ) ∨ □ ]: مسیرها همه همراه، □ یا درست است □ تا درست است □ یا ، □ تا درست است □ .
- الف[ □□ ∨ □□ □□ XX □ ]: مسیرها همه همراه، □ درست است در ... یا ،ایالت بعدی ... بعدی
یکی اما.
- ای[جی] □ ف: آنجا یک مسیر است در که آن امتداد □ بی‌نهایت بار درست است.

∨ آکس، [( $p$ ∨ $q$ ) U $r$ )]الف ،ترتیب به ،به معادل نیستند هافرمول اینها
به شده نوشته باش تواندمی آنها از اول ... که بیرون هانوبت آن . □ اف ای جی ای و □ آکس آکس □
CTL. معادل الف باشند داشته نه دادن انجام سوم و دوم فرمول ال تی سی (طولانی بلکه) الف عنوان
:هافرمول از هاکلاس دو شودمی شامل *ال تی سی از نحو

- □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ ، کندمی بیان در شده ارزیابی هستند که:

$\varphi$ ::= تی | □ | ( چ $\varphi$ ) | ( $\varphi$ ∧ $\varphi$ ) | A[ $\alpha$ ] |

و فرمول؛ مسیر کدام □□ و فرمول اتمی هر است □ آن در که E[ $\alpha$ ]
- □□□□ □□□□□□□ □□□□□ ، مسیرها همراه شده ارزیابی هستند که:

□□□□ ::= $\varphi$ | ( چ □□□□ ) | ( $\alpha$ ∧ □□□ ) | ( $\alpha$ یو □□□ ) | (جی □□□ ) | (ف
□□□ ) | (ایکس □□□ )

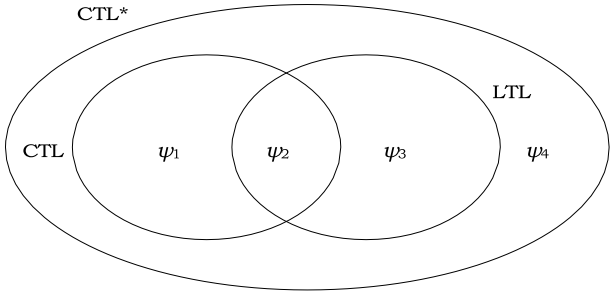
□□□□□□□□ است که تعریفی استقرایی یک از مثال یک است این فرمول ایالت هر است $\varphi$ کجا
□ موارد پایه با ،دیگر ... از تعریف بر دارد بستگی کلاس کدام هر از تعریف ... : □□□□□□□
. تی و

**CTL* های‌زیرمجموعه عنوان به CTL و LTL** شامل نیست اینطور LTL نحو اگرچه
... ،بنابراین مسیرها بگیرید نظر در را همه ما که است LTL از دیدگاه معنایی ... ،ای و الف شدن
مشاهده باش تواندمی LTL ،بنابراین .A[ $\alpha$ ] فرمول *ال تی سی ... به معادل است $\alpha$ فرمول LTL
*.ال تی سی از ای‌زیرمجموعه الف عنوان به شده

از قطعه قطعه ... است آن که آنجایی از ،*ال تی سی از زیرمجموعه الف همچنین است ال تی سی
به هافرمول مسیر از فرم ... کردن محدود ما که در *ال تی سی

□□□□ ::= ( $\varphi$ یو $\varphi$ ) | (جی $\varphi$ ) | (ف $\varphi$ ) | (ایکس $\varphi$ )

اینجا .*CTL و ال تی ال ،ال تی سی از هاقدرت بیانگر ... میان در رابطه ... دهدمی نشان ۳.۲۳ شکل
هازیرمجموعه از هر در هافرمول از هامثال برخی هستند



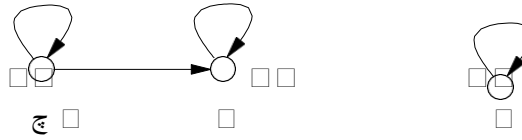

**۳.۲۳. شکل** ال تی سی و LTL ،ال تی سی از هاقدرت بیانگر .*

است شده داده نشان:

ما که کجا هر :کندمی بیان این . □ اف ای گ.آ = $\psi_1$ :بالا عمر طول در نه اما ال تی سی در ،مفید همچنین این .باشد درست $p$ آن در که برسیم حالتی به توانیممی همیشه ،باشیم مجبور اگر هاپروتکل در هابستبن کردن پیدا در ،مثلاً

یک $\varphi$ کنید فرض .است زیر صورت به ،نباشد بیان قابل LTL در $p$ اگر اف ای AG اینکه اثبات که آنجایی از . □ اف ای گ.آ به معادل ظاهراً است [ $\varphi$ ]الف که چنین فرمول . باشد LTL □ □ □ ✚ باشند داشته ما ،زیر در نمودار دست چپ ... در □ اف ای گ.آ ▶ □ □ □ ✚ ▶ الف[ $\varphi$ ].

□□ از مسیرها .نمودار راست دست ... در شده داده نشان عنوان به باش ✚ دهید اجازه حالا □□ □ ✚ باشند داشته ما بنابراین ⊂ در □□ از آن از زیرمجموعه الف هستند ✚ در الف ؛ □ اف ای گ.آ ▶ □□ □ ✚ که مورد ... □□ است آن ،حال این با .[ $\varphi$ ]الف ▶ تناقض.




بیان با ،[ $p$ ف [جی]ای = $\psi_4$ :بالا عمر طول در نه و ال تی سی در کدام هیچ اما ،*ال تی سی در اینکه

. □ بسیاری نهایت بی با مسیر الف است آنجا

کاغذها ... در شد پیدا است ممکن و پیچیده کاملاً است ال تی سی در بیان قابل نه است این که اثبات قابل نه آن است چرا) مراجع ... در شده داده ،دیگران با امرسون .الف .ای توسط مشترک نویسنده (کوتاه؟ خیلی در بیان

-در هستند آنجا اگر که گفتن ،[ □ ف → □ ف [گ]آ = $\psi_3$ :نیست CTL در اما LTL در جالب یک است این □ از وقوع یک است آنجا سپس ،مسیر ... همراه □ بسیاری متناهی طور به «نهایتبی» فرم ... از هستند انصاف هایمحدودیت بسیاری ،مثال برای بگو؛ به قادر باش به چیز 'شد اذعان بالاخره بر دارد دلالت شده درخواست اغلب.

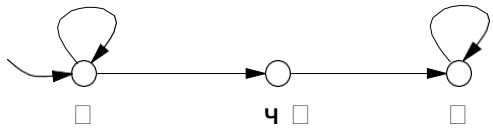
در ( □ ف → □ )جی یا ،ال تی سی در ( □ اف → □ )گ.آ = $\psi_2$ :ال تی سی و LTL در بالا عمر طول:

هر □ از بعد نهایت در □□□□ □□□□□□□ $aq$ .

ال تی سی به .کرد تبدیل توانمی را LTL هایفرمول (همه نه اما) برخی که دیدیم ما **۳.۱۸ تبصره** برای اپراتور زمانی کدام هر به الف یک کردن اضافه توسط هافرمول

→ □ ) گ.آ CTL فرمول ... به معادل است ( □ ف → □ ) جی فرمول LTL ... ،مثال مثبت الف
هامثال منفی بیشتر دو کردن بحث ما .( □ اف:

- □ گ.آ اف که حالی در ،راضی است □ جی‌ف که آنجایی از ،معادل نه هستند □ گ.آ اف و □ جی اف مدل ... در ،راضی نه است




. □ جی‌ف از ترقوی شدت به است □ گ.آ اف ،واقعیت در

- ال تی سی ... با معادل هستند آنها و ،معادل هستند □ ایکس ف و □ ف ایکس هافرمول LTL ... که حالی در الف کاملاً دارد و ،ترقوی شدت به است دومی . □ آکس اف به معادل نه هستند آنها ، □ اف آکس فرمول (بیرون آن کردن کار کنید سعی) معنی غریب و عجیب.

سوال این .انشعاب زمان های‌منطق و خطی زمان کردن مقایسه ادبیات توجه قابل الف است آنجا **۳.۱۹ نکته** شده دیده باشند داشته ما .هاسال ۲۰ درباره . است گرفته قرار بحث مورد هاست‌مدت ،است «بهتر» یک کدام که محاسباتی نظر از اما ،است رساتر آنها دوی هر از CTL* . بیان قدرت مقایسه غیرقابل باشند داشته آنها که ال تی سی و LTL بین انتخاب .(۳.۶ بخش در شده دیده باش اراده عنوان به) گران بیشتر ... بسیار کمّی به توانایی ها ال تی سی فاقد LTL .ترجیح شخصی روی و ،دست در کاربرد ... روی دارد بستگی به مسیرها فردی کردن توصیف به توانایی LTL ترظریف بندی‌دانه فاقد ال تی سی و ،مسیرها از بیش کردن تی سی ،بالا کرد اشاره عنوان به کنید؛ استفاده به سرراست بیشتر باش به شودمی ظاهر LTL ،مردم بسیاری است سخت □□□□□□□ رسمی‌نظر به آکس AF مثل هافرمول ال.

### 3.5.1 CTL در زمانی های‌فرمول بولی های‌ترکیب

،*ال تی سی با مقایسه در
و هافرمول مسیر از هاترکیب بولی دادن اجازه ندارد آن :هاراه دو در شده محدود است ال تی سی از نحو ... دیده قبلاً باشند داشته ما ،واقع در .جی و ف ،ایکس هاروش مسیر ... از سازی لانه دادن اجازه نه کندمی آن ۴ $\psi$ و □ $\psi$ های‌فرمول یعنی ،هاروش مسیر از سازی لانه از ال تی سی در ناپذیری بیان ... از هامثال شده بالا

در هامعادل کردن پیدا تواندمی ما آشکار؛ فقط است هامحدودیت اینها از اول ... که دیدن ما ،بخش این در دارای CTL فرمول هر که است این ایده .مسیر های‌فرمول از ترکیبی بولی داشتن هافرمول برای ال تی سی ما ، مثال برای .ندارد که فرمول ال تی سی الف به هافرمول مسیر از .کنیم ترجمه را بولی های‌ترکیب [ $p$ اف ای □ ] اف ای [ □ اف ای □ ] اف ای [ □ ف □ [اف]ای که دیدن است ممکن یا ، □ ... از قبل بیاید □ ...یا سپس ،سیر هر همراه □ ف □ ف باشند داشته ما اگر ،که آنجایی از دهدمی رخ $q$ و □ ... اگر) .است درست ... روی هاگسست دو ... به متناظر ،اطراف راه دیگر ... .است درست هستند هاگسست دو هر سپس ،همزمان)

کردن دنبال ... کردن پیدا ما ،(اولش آرگومان اضافی پیچیدگی با فقط) است F مانند U که آنجایی از سازی معادل:

ای[( □□□□ ۱ □ ) ∧ ( □□□□ ۲) سوال □ ۱) ] ≡ ای[( □□□□ ۱ ∧ □ ۲ )U ( □ ۱) ∧ ای □ ۱) ] [ □ سوال ۲ □□□□ ]

ای پنجم[( □□□□ ۱ ∧ □ ۲ )U ( □ ۲) ∧ ای □ ۱) ]. □□□□ یو □□□□ ۱ ])

( □ چ جی ای پنجم [( □ چ ∧ □ چ ) q U ( چ E[ چ ≡ ] □ یو CTL A[ p] معادل از و ۳.۱۰) قضیه به کنید مراجعه) E[ ч q U ( □ یو □ ) ] ≡ [( □ یو □ ) چ ]ای آوردن بدست توانندمی ما از عبارتند داریم نیاز آنها به ترجمه این در که هایی‌هویت سایر . □ چ جی ای وی [( □ چ ∧ □ چ ) □ □□□ □□ و ، □□□ □□ ، □□ □□□□□□ □□ ، □□□□□ برای ایستاده آنها .اچ ،ای فرمول ، بنابراین .ترتیب به ،جی ،ف ،یو ،ایکس از هاآنالوگ گذشته ... هستند و ، □□□□□□ □ □□ □ ). → نوشت G صورت به توان‌می را مثال E[ ч X □ ] ≡ چ مثال □ .

به را گذشته عملگرهای توان‌می همچنین .کندمی پشتیبانی LTL در گذشته عملگرهای از NuSMV کرد اضافه CTL (AY، ES غیره و) اما NuSMV از آنها پشتیبانی کندنمی.

است که .ال تی ال از قدرت بیانگر ... افزایش نه دادن انجام اپراتورها گذشته ،انتظار برخلاف حدودی تا مثال .آنها بدون معادل طور به شده نوشته باش توانندمی اپراتورها گذشته با فرمول LTL هر ،بگو به یکی اگر (( □ □ ) q U ( □ معادل طور به یا ، □ دبلیو □ شده نوشته باشد توانندمی بالا فرمول از اجتناب به خواهدمی

ч ч ∧ч

به گذشته درباره کردن صحبت به قادر بودن که رسدمی نظر به آن زیرا ،غافلگیرکننده است نتیجه این .دبلیو این با .آینده مورد در فقط کردن صحبت از پذیری‌بیان بیشتر دهدمی اجازه آینده ... عنوان به خب عنوان توسط راضی هستند هافرمول دو ... که گویدمی :است خام کاملاً LTL معادل که باشید داشته یاد به ،حال حرکت عقب به مسیر طول در دهندمی اجازه ما به گذشته عملگرهای مسیرها از مجموعه همان ... دقیقاً اضافه ،مقابل در .برسیم آنها به مسیر ابتدای از جلو به حرکت با توانستیم‌می که برسیم نقاطی به فقط اما ،کنیم به ما دادن اجازه توانندمی آنها زیرا ،قدرت بیانگر آن افزایش کندمی ال تی سی به اپراتورها گذشته کردن فعلی مورد از جلو به دسترسی قابل نه هاایالت کردن بررسی.

## 3.5.2 LTL در اپراتورها گذشته

گاهی . آینده به ارجاع دور بنابراین شده دیده باشند داشته ما که غیره و ،ف ،یو ،ایکس اپراتورها زمانی سپس ،دهدمی رخ □ که زمان هر : مانند ،گذشته ... به ارجاع که خواص رمزگذاری به خواهم می ما اوقات ،اس ،ی اپراتورها ... کردن اضافه است ممکن ما ،این دادن انجام به .گذشته ... در □ برخی بود آنجا □□□ □□ و ، □□□ □□ ، □□ □□□□□□ □□ ، □□□□□ برای ایستاده آنها .اچ ،ای فرمول ، بنابراین .ترتیب به ،جی ،ف ،یو ،ایکس از هاآنالوگ گذشته ... هستند و ، □□□□□□

## 3.6 هاالگوریتم مدل بررسی

آزمایش تا دهدمی اجازه ما به ۳.۴ و ۳.۲ هابخش در شده ارائه ال تی سی و LTL برای تعاریف معناشناسی ... است این فرمول .خیر یا کنندمی برآورده را CTL یا LTL ،معین سیستم یک اولیه های‌حالت آیا که کنیم و هاایالت از شماره عظیم الف باشند داشته اراده هاسیستم گذار جالب ،عمومی در .سوال مدل بررسی اساسی فرمول ...

کردن امتحان ارزش خب بنابراین است آن .طولانی کاملاً باش است ممکن بررسی در مندعلاقه هستند ما هاالگوریتم کارآمد کردن پیدا به دارد را.

ما ،کرد اشاره قبلاً عنوان به ،ها کننده مشخص توسط شده داده ترجیح کلی طور به است LTL اگرچه ترساده است الگوریتم آن زیرا بررسی مدل ال تی سی با کنیممی شروع.

### 3.6.1 الگوریتم مدل بررسی ال تی سی

یک به توجه با از هاکردن باز ... روی ها چک مدل دادن انجام به ترآسان آن کردن پیدا است ممکن هاانسان ممکن مسیر های همه صورت این در زیرا ،کنیممی تبدیل نامتناهی هایدرخت به را هامدل ،مشخص اولیه حالت روشن چکر مدل الف سازیپیاده از کردن فکر ما اگر ،حال این با .مشاهده قابل واضح طور به از عبارتند چک دادن انجام به نیاز ما .درختان نهایت بی به هاسیستم گذار کردن باز تواندنمی قطعاً ما ،کامپیوتر الف به هابینش جدید دادن توسعه به باشند داشته الان ما ،دلیل این برای هاسازه هاداده □□□□□□ روی ها الف چنین .ال تی سی از معناشناسی ...

محاسبه ، $\varphi$ و □ □□ ، به توجه با که کندمی فراهم کارآمد الگوریتم یک برای مبنایی ،ترعمیق درک می الگوریتم یک چنین ،راضی نه است $\varphi$ که مورد ... در .است برقرار $\varphi$ ▶ □ □ ⊨ □ آیا کندمی -آک یک کردن تولید به شده تقویت باش تواند

،راه که . □□□ □□□□ □□□ $\varphi$ □□ □□□ تواندنمی دهدمی نشان که سیستم واقعی (اجرای =) مسیر شودمی اجرا سازدمی قادر چه رفع به کردن تلاش توسط سیستم الف □□□□□□□□□□□ است ممکن ما کنندمی رد را $\varphi$ که .

بگیرید نظر در توانستمی یکی که در هاراه مختلف هستند آنجا

?

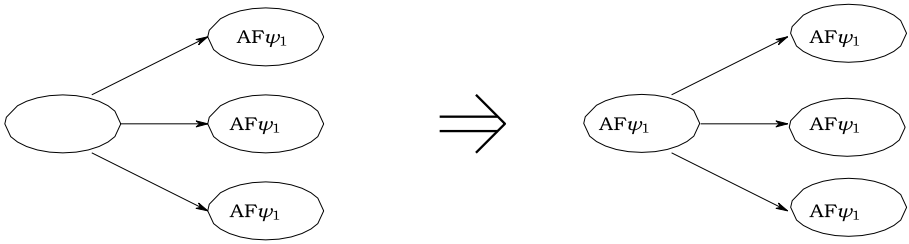
، □ ▶ $\varphi$

، مدل ... باشند داشته توانستمی یکی ،مثال برای .مشکل محاسباتی الف عنوان به فرم ... از پاسخ الف داشتن انتظار سپس بود خواهد یکی ورودی؛ عنوان به □ ایالت الف و $\varphi$ فرمول ،دیگر طرف از .(دارید نگه نه کندمی $\varphi$ ▶ □ □ □ ) نه» یا ،(داردمی نگه $\varphi$ ▶ □ □ ) «بله» ... از □□ هاایالت □□□ باش بود خواهد خروجی ... کجا ، $\varphi$ و فقط باشد توانستمی هاورودی □□ کردن برآورده که مدلی .

دو این از دومین ... کردن حل برای الگوریتم یک کردن فراهم به ترآسان است آن که بیرون هاثوبت آن □ آیا چک سادگی به تواندمی ما زیرا ،دهدمی ما به اول مسئله برای حلی راه خودکار طور به این .مسئله شده تنظیم خروجی ... از عنصر یک است.

تی سی الف و مدل یک به توجه با که دهیممی ارائه الگوریتمی ما **گذاریبرچسب الگوریتم** نه کندمی الگوریتم . فرمول کردن برآورده که مدل ... از هاایالت از مجموعه ... هاخروجی ،فرمول ال که شده دیده قبلاً باشند داشته ما که آنجایی از ،صراحت به رابط ال تی سی هر رسیدگی به قادر باش به نیاز یک فرم ⊥ و ربطحروف ... فرم مثال و اروپا اتحادیه ، اف و مربوط؛ هستند هارابط ایگزاره ... عنوان به دور عنوان به مجموعه کافی ∧ پیش سادگی به بود خواهد ما ، $\varphi$ فرمول ال تی سی دلخواه به توجه با هارابط زمانی از مجموعه کافی یک ،هارابط از مجموعه کافی ... از اصطلاحات در فرم معادل یک در نوشتنش برای سفارش در $\varphi$ کنید پردازش سپس و

...تکرار




.دهید تغییر خیر تا ...

**۳.۲۴. شکل** AF $\psi_1$ شکل به هایی‌زیرفرمول با هاایالت زدن برچسب برای رویه ... از گام تکرار .

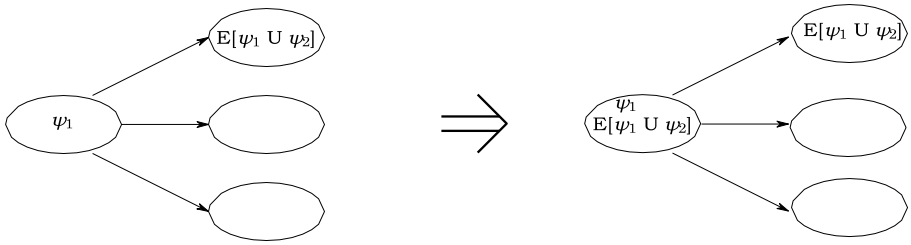
الگوریتم ... است اینجا .الگوریتم مدل بررسی ... بگیرید تماس:

ورودی: مدل ال تی سی الف و $\varphi$ فرمول ال تی سی الف = ( □□ → □ □ ) که $\varphi$ □□ □□□□□□□ □□□□□□ های‌حالت مجموعه .

خروجی: ربط حروف به مربوط اصطلاحات در $\varphi$ بنویس ما ،یعنی ،( $\varphi$ ) ترجمه از خروجی ... به $\varphi$ تغییر ،اول ایالت ... برچسب ،بعدی فصل ... در قبلی شده ارائه های‌معادل از استفاده با و ، EX، EU، AF به و شوندمی شروع هازیرفرمول کوچکترین با ،شوندمی ارضا آنجا در که $\varphi$ از هازیرفرمول ... با از ها $\varphi$ □□□□ □□□□□□ سمت .

□□ های‌زیرفرمول ... همه بخش رضایت هاایالت و $\varphi$ از زیرفرمول الف است $\psi$ کنید فرض باید را هاحالت کدام که کنیممی مشخص موردی تحلیل یک با ما .اندشده گذاری‌برچسب قبلاً $\psi$ □□□□□□ باشد $\psi$ اگر . □□□□ □□□□□□□□□□ $\psi$ با

- $\bot$ با شده گذاری برچسب هستند هاایالت خیر سپس : $\bot$.
- □ اگر $p$ □ با □□ بزنید برچسب سپس : $L$ ( □□ ).
- $\psi_1 \wedge \psi_2$ با دو هر شده گذاری برچسب قبلاً است □□ اگر $\psi_1 \wedge \psi_2$ با □□ برچسب : $\psi_2$ با و $\psi_1$ با شده گذاری برچسب قبلاً نه است □□ اگر $\psi_1$ □□ برچسب : $\psi_1$.
- $\psi_1$ اف :
  - $\psi_1$ اف با آن برچسب ، $\psi_1$ با شده گذاری برچسب است □□ ایالت هر اگر .
  - تا ، AF $\psi_1$ با شده گذاری برچسب هستند هاایالت جانشین همه اگر $\psi_1$ اف با ایالت هر برچسب :تکرار ۳.۲۴ شکل در مصور است گام این .دهید تغییر خیر است آنجا.
- E[ $\psi_1$ یو $\psi_2$]:
  - E[ $\psi_1$ یو $\psi_2$]. با آن برچسب ، $\psi_2$ با شده گذاری برچسب است □□ ایالت هر اگر
  - از یکی حداقل در و $\psi_1$ با شده گذاری برچسب است آن اگر [ $\psi_2$ یو $\psi_1$] E با ایالت هر برچسب :تکرار مصور است مرحله این .دهید تغییر خیر است که زمانی تا ،[ $\psi_2$ یو $\psi_1$] E با آن جانشینان ۳.۲۵ شکل در .است شده گذاری برچسب
- مثال : $\psi_1$ مثال با ایالت هر برچسب : $\psi_1$ اگر یکی از آن جانشینان است با شده گذاری برچسب $\psi_1$.




**۳.۲۵. شکل** $E[\psi_1$ شکل به هایی‌زیرفرمول با هاایالت زدن برچسب برای رویه ... از گام تکرار $\psi_2]$ یو .

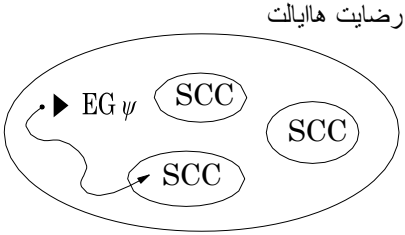
$\varphi$ جمله از) $\varphi$ از هازیرفرمول ... همه برای زدن برچسب ... شده انجام داشتن
اند شده گذاری برچسب که کندمی بیان ... خروجی ما ،(خودش .
از است عدد $f$ آن در که ،$O(f)$ الگوریتم این پیچیدگی
... ها؛انتقال از شماره است و هاایالت از شماره ... است ،فرمول ... در هارابط
.مدل ... از اندازه ... در دوم درجه و فرمول ... از اندازه ... در خطی است الگوریتم

کافی حداقل الف از استفاده با از عوض در **مثال عنوان به مستقیم طور** به **جابجایی**
رابط سایر ... برای هاروال مشابه بنویس به است ممکن شده باشند داشته بود خواهد آن ، هارابط از مجموعه
کمی الف داشتن نیاز جی ای و AG اتصالات .کارآمد بیشتر باش احتمالاً بود خواهد این ،واقع در .ها
$\psi_1$ جی ای با معامله به الگوریتم ... است اینجا . دیگران ، حل این با ... برای که از رویکرد متفاوت
:

- $\psi_1$ جی ای :
  - $\psi_1$ .جی ای با هاایالت ... برچسب
  - $\psi_1$ .جی ای برچسب ... ، $\psi_1$ با شده گذاری برچسب است ایالت هر اگر
  - برچسب جانشینان آن از اگر ایالت هر از $\psi_1$ جی ای برچسب ... :تکرار
    .دهید تغییر خیر است آنجا تا ؛ $\psi_1$ جی ای با است شده گذاری

گذاری برچسب این کردن کم سپس و $\psi_1$ جی ای زیرفرمول ... با هاایالت ... همه برچسب ما ،اینجا
اتحادیه برای مورد در داد انجام ما عنوان به چیز هیچ از بالا آن ساختمان از عوض در ،شده تنظیم شده
دادن انجام بود خواهد شما چه و $\psi$ جی ای برای رویه این بین تفاوت واقعی خیر است آنجا ،واقع در .اروپا
.نگران است نتیجه نهایی عنوان به دور عنوان به $\psi$ اف به آن شده ترجمه شما اگر

با توسط الگوریتم زدن برچسب بخشیم بهبود را خود کارایی توانیممی **است کارآمدتر که نوعی**
به اف و اروپا اتحادیه ،مثال کردن استفاده از عوض در .جی ای رسیدگی از راه تر باهوش الف از استفاده
اروپا اتحادیه و مثال برای .عوض در جی ای و اروپا اتحادیه ،مثال استفاده ما ،شده تنظیم کافی ... عنوان
توسط مدل ... جستجو به مراقبت گرفتن اما) از قبل عنوان به دادن انجام ما




**شکل ۳.۲۶.** جی ای رسیدگی از راه بهتر الف .

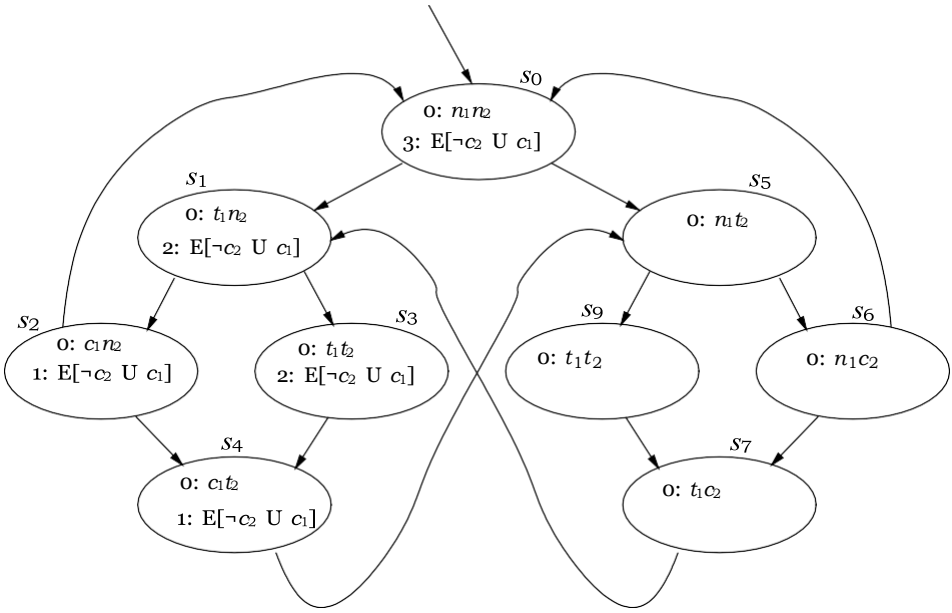
گره هر کردن عبور به باشند داشته کرد نخواهد ما که کندمی تضمین این برای ،جستجو اول عرض عقب به $\psi$حلت جی ای ... برای .(بار دو :

- آنها هایانتقال و دیگر هایحالت تمام یعنی ، $\psi$ کنندمی برآورده را شرایط که کنید محدود هاییحالت به را گراف کنید؛ حذف را
- حداکثر هستند اینها (SCC) □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ حداکثر ... کردن پیدا
  دیگر موارد از یک هر (به مسیر متناهی الف دارد =) با خورده پیوند است ایالت هر که در فضا ایالت ... از مناطق منطقه آن در.
- که ایالت هر کردن پیدا به گراف شده محدود ... روی جستجو اول عرض عقب به کنید استفاده
  ۳.۲۶. شکل دیدن (SCC) سنگفرشی سلول یک رسیدن تواندمی

خطی نظر از هم و اندازه نظر از هم ،یعنی $O(f)$ □□□. ( □□ + $E$)) الگوریتم این پیچیدگی فرمول ... از اندازه ... در و مدل ... از

**مثال ۳.۲۰** E[ چ □ فرمول ... با محرومیت متقابل از مدل دوم ما به الگوریتم اساسی ... شده اعمال ما با ۱ فاز طول در ۱ □ کردن برآورده که هاایالت همه الگوریتم هایبرچسب .۳.۲۷ شکل دیدن ؛[ ۱ □ یو ۲ نه دادن انجام که هاایالت همه هابرچسب آن ،۲ فاز طول در . ۴ □ و ۲ هابرچسب این .[ ۱ □ یو ۲ □ ]ای هابرچسب این .شده گذاری برچسب قبلاً است که ایالت جانشین الف باشند داشته و ۲ □ کردن برآورده الف دارد و ۲ □ کردن برآورده نه کندمی آن زیرا □ برچسب ما ،۳ فاز طول در ۳. □□□ و □ هاایالت دیگری حالت هیچ زیرا یابدمی خاتمه الگوریتم ،آن از پس .است شده گذاریبرچسب قبلاً که ( $s1$ ) بعدی حالت از عبور باید یا ، ۲ □ : کنندمی برآورده را زیر شرایط یا برچسب بدون هایحالت همه :شودنمی گذاریبرچسب ایالت شده گذاری برچسب الف رسیدن به ایالت الف چنین طریق.

**مدل بررسی الگوریتم کدشبه CTL** .دهید ارائه را پایه گذاریبرچسب الگوریتم کد شبه ما SAT برنامه فرمول ال تی سی الف ورودی عنوان به گیردمی («دهدمی رضایت» برای) SAT اصلی تابع زبان دستور ... از یعنی توسط شده ساخته فرمول ال تی سی برخی از درخت کردن تجزیه الف دارد انتظار . شنبه الگوریتم ... از درستی روی □□□□□□ مهم یک کندمی منعکس انتظار این .۳.۱۲ تعریف در ) ایکس فرم ... از ورودی یک با دادن انجام به چه بدانید بود نخواهد سادگی به برنامه ... ،مثال برای نیست CTL فرمول یک این که آنجایی از ،( ۳ □ اف ای.




**شکل ۳.۲۷.** شده اعمال متقابل طرد مدل دوم بخش در گذاری‌برچسب الگوریتم اجرای از مثالی
E[ ч $c_2$ یو □□ ۱ ] . فرمول بر

با توابع استفاده ما کد؛ است Java یا C از قطعاتی شبیه کمی نویسیم‌می SAT برای که کدی شبه استفاده همچنین اراده ما .برگرداندن باید تابع ... نتیجه؟ کدام دهدمی نشان که **بازگشت** کلیدی کلمه الف . $\varphi$ از درخت کردن تجزیه ... از گره ریشه ... از بیش تحلیل مورد ... دادن نشان زبان طبیعی ،نظر مورد روال از ای‌نمونه در فعلی ... به محلی متغیرها تازه برخی کندمی اعلام **متغیر محلی** اعلامیه شودمی وضعیت ... تا ،بارها و بارها آن کندمی دنبال که شود اجرا دستور **که زمانی تا تکرار** که حالی در مانند ،هامجموعه روی عملیات ... برای نمادگذاری کننده دلالت استخدام ما ، این بر علاوه .است درست پیاده با هم با ،نوع هاداده انتزاعی یک نیاز بود خواهد ما واقعیت در .پیش به بنابراین و مکمل مجموعه ،تقاطع شنبه برای الگوریتم ... از اصل در مکانیسم ... در فقط مندعلاقه هستند ما فعلاً اما ،عملیات اینها از هاسازی پیاده یک چنین مطالعه ما و دادن انجام بود خواهد هامجموعه از سازی‌پیاده (کارآمد و است درست) هر ؛ به .$L$ و ، $S$ : دارد دسترسی مدل به مربوط های‌بخش تمام به شنبه که کنید فرض ما .۶ فصل در سازی عنوان به از توضیحات الف داشتن نیاز بود خواهد شنبه که واقعیت ... گرفتن نادیده ما ،خاص طور داده چنین هر روی □□□□□□□□ کندمی عمل شنبه که کنید فرض سادگی به . همینطور نیز ما ورودی .شد انتخاب مجموعه کافی ... از فرمول معادل یک به $\varphi$ کندمی ترجمه شنبه چگونه توجه .مدل شده

→

**تابع** شنبه ( $\varphi$ )
/* $\varphi$ بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... کندمی تعیین */
**شروع**
**مورد**
$\varphi$ □□□□□ با T
**گرداندبرمی را** $S$ : است
**بازگشت** : $\perp$ است $\varphi$
$\emptyset$
$\varphi$ □□□□ است : مقدار { $s \in$ **گرداندبرمی را** .
□□ | $\varphi \in L$ ( $s$ ) } $\varphi$ برابر با است $\varphi 1$ :
**بازگشت** $S$ — شنبه ( $\varphi_1$ )
$\varphi$ ) شنبه ∩ ( $\varphi_1$ ) شنبه **بازگشت** : $\varphi_1 \wedge \varphi_2$ است $\varphi$
$_2$ ) $\varphi$ است $\varphi_1$ پنجم شنبه **بازگشت** : $\varphi_2$ ( $\varphi_1$ ) ∪
) شنبه **بازگشت** : $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ است $\varphi$ ( $\varphi_2$ ) شنبه
چ $\varphi_1$ پنجم $\varphi_2$)
$\varphi$ آکس است $\varphi_1$ : شنبه **بازگشت** ( ч EX چ $\varphi_1$)
$\varphi$ مثال است $\varphi_1$ : شنبه **بازگشت** $_{EX}$ ( $\varphi_1$)
$\varphi$ الف است [$\varphi_1$ یو $\varphi_2$] : شنبه **بازگشت** ( ч (E[ ч $\varphi_2$ یو ( چ $\varphi_1 \wedge$ چ $\varphi_2$)] پنجم
$\varphi$ است برابر $E[\varphi_1] U \varphi_2]$ : **بازگشت**
$SAT_{EU}(\varphi_1, \varphi_2)$ $\varphi$ اف ای است $\varphi_1$ :
$\varphi$ است جی ای $\varphi$ ( □ φ تو )(E شنبه **بازگشت**
$_1$ : شنبه **بازگشت** ( ч AF) چ $\varphi_1$)
$\varphi$ اف است $\varphi_1$ : شنبه **بازگشت** $_{AF}$ ( $\varphi_1$)
$\varphi$ آ.گ است $\varphi_1$ : شنبه **بازگشت** ( اف ای $\varphi_1$)
**مورد پایان**
**تابع پایان**

و کندمی دریافت ورودی عنوان به را CTL فرمول یک تابع این . SAT تابع **۳.۲۸. شکل** فراخوانی را $SAT_{EX}$ توابع تابع این .گرداندبرمی ،کنندمی صدق فرمول در که را هاحالت از ای‌مجموعه درخت از ریشه ... است اف یا اروپا اتحادیه ، مثال اگر ،ترتیب به ، شنبه و اروپا اتحادیه شنبه . کندمی ورودی تجزیه.

استفاده آنها .۳.۳۱–۳.۲۹ هاشکل در زیرعملکردها آن و ۳.۲۸ شکل در شده ارائه است الگوریتم برنامه .ها ایالت از هایی‌مجموعه هستند که □□□□□ و □□□□ ، □ ، □□□□ متغیرها برنامه در که ،هارویه ویژه به روی موارد پیچیده کندمی عبور بیشتر و مستقیماً موارد آسان ... هادسته شنبه برای ویژه اینها زیرعبارات روی □□□□□□□ □□□□ □□ بگیرید تماس ماهواره با است ممکن نوبت توابع ... از هاسازی‌پیاده روی کردن تکیه هارویه

پیش $_\exists$ ( $Y$ ) = { $s \in S$ | دارد وجود $s'$, ( $s \rightarrow s'$ و $' \in Y$ ) }
از قبل $_\forall$ ( $Y$ ) = { □□ ∈ □ | همه برای □□ ′، ( □□ → □□ ′
بر دارد دلالت □□ ′ ∈ □ ) } .

از ای‌مجموعه از تصویری‌پیش ، توابع دو هر رابطه گذار ... همراه عقب به کردن سفر دهنده نشان 'پیش'

از □ زیرمجموعه الف گیردمی (اروپا اتحادیه شنبه و سابق شنبه در کلام‌بی) $\exists$ pre تابع .کنندمی محاسبه را هاحالت
هاایالت از مجموعه ... بازده و هاایالت
پیش تابع . $Y$ به گذار الف ساختن □□□□□□□ که
گیردمی ، شنبه در شده استفاده ،$\forall$

**تابع** $SAT_{EX}(\varphi)$
/* $\varphi$ مثال بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... کندمی تعیین */
**متغیر محلی** □□□□□ □
**شروع**
□□□□ := شنبه($\varphi$)؛
□ := پیش$_{\exists}$(□□□□)؛
□ **بازگشت**
**پایان**

**شکل ۳.۲۹.** فراخوانی با □□□□□□ □□□ $\varphi$ در که را هایی‌حالت تابع این . $SAT_{EX}$ تابع رضایت هاایالت ... کردن پیدا به همراه عقب به رسدمی نظر به آن ،سپس . شنبه کندمی محاسبه EX □□ . برای بودن بخش

**تابع** شنبه$_{AF}(\varphi)$
/* $\varphi$ اف بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... کندمی تعیین */
**متغیر محلی** □□□□□ □
**شروع**
□□□□ := □□ ؛
□ := شنبه($\varphi$)؛
**تا تکرار** □□□□ = □
**شروع**
□□□□ := □ ;
□ := پیش از $Y_{\forall}$ (□)
**بازگشت پایان**
□
**پایان**

**شکل ۳.۳۰.** □□ □□□□ □□ $\varphi$ که را هایی‌حالت ، SAT فراخوانی با تابع این . $SAT_{AF}$ تابع می ارضا را AF □□ □□ □□□□□□□□ □□□□□. □□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ .است شده داده توضیح گذاری‌برچسب الگوریتم در که روشی به $\varphi$ .کندمی جمع ،کنند

. □ به □□□ هاانتقال ساختن که هاایالت از مجموعه ... بازده و □ مجموعه الف
، پیش و سازی مکمل از اصطلاحات در شده بیان باش تواندمی پیش$_{\forall}$ که باشید داشته توجه
به عنوان به
زیر شرح
است:

$$\text{پیش}_{\forall}(Y) = \square - \text{پیش}_{\exists}(S - \square) \tag{3.8}$$

. □ در نه هستند که □□ □□ همه از مجموعه ... برای □ ـــ □ بنویس ما کجا
۳.۷. بخش در گیردمی قرار بحث مورد الگوریتم بررسی مدل ... و کدشبه این از درستی

**تابع** شنبه ( $\varphi$ □ $\psi$ ) اروپا اتحادیه
/* E[ $\varphi$ یو $\psi$ ] بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... کندمی تعیین */
**متغیر محلی** □□□□□□ □□□□□□ □
**شروع**
□□□□□ := شنبه ( $\varphi$ )؛
□□□□ := □□ ؛
□ := شنبه ( $\psi$ )؛
**تا تکرار** □□□□ = □
**شروع**
□□□□ := □ ;
□ := $Y \cup ( W \cap$ پیش$_{\exists}$( □ ))
**بازگشت پایان**
□
**پایان**

**شکل ۳.۳۱.** فراخوانی با □□□□□□ □□□ $\varphi$ در که را هایی‌حالت تابع این . SAT $_{EU}$ تابع در که روشی ... در E[ $\varphi$ یو $\psi$ ] بخش رضایت هاایالت شودمی جمع آن ،سپس . شنبه کندمی محاسبه است شده داده شرح گذاری‌برچسب الگوریتم.

عنوان به رسیدگی از راه باهوش با ) الگوریتم زدن برچسب ... اگرچه **مشکل انفجار ایالت** نه از اغلب بیشتر خودش است مدل ... از اندازه ... متأسفانه ،مدل ... از اندازه ... در خطی است (مثال به این .شوندمی اجرا موازی صورت به که سیستم ... از اجزا از شماره ... و متغیرها از شماره در نمایی ... □□□□□ □□ اراده برنامه شما به بولی متغیر یک کردن اضافه ،مثال برای ،که است معنی این آن از ملک الف تأیید از پیچیدگی

□□□□□□ ... عنوان به شده شناخته است بزرگ خیلی شدن تبدیل به فضاها ایالت از گرایش از استفاده جمله از ،آن بر غلبه از هاراه یافتن به رفته دارد تحقیق از زیاد خیلی .مشکل □□□□□□:

که □ **شوندمی** نامیده (OBDD) مرتب دودویی گیری‌تصمیم نمودارهای که ،کارآمد داده ساختارهای در ۶ فصل در اینها مطالعه ما .ها ایالت فردی از عوض در هاایالت از □□□□□□□□□□ نمایندگی (OBDD) احتقان ضد داروهای از استفاده با شده اجرا است وی ام اس جزئیات

- خاص ملک الف برای یا یکنواخت طور به ،انتزاعی طور به مدل الف کردن تفسیر است ممکن یکی :انتزاع .
- کام از هاتنیدگی‌درهم چندین ،هاسیستم ناهمزمان برای :کاهش سفارش جزئی-
  امر این .باشند معادل مؤلفه ردپاهای است ممکن ،شودمی مربوط بررسی مورد فرمول شدن برآورده به که جایی تا دهد کاهش توجهی قابل میزان به را مدل بررسی مسئله اندازه تواندمی اغلب.
- سازی شبیه یا ،یکسان از اعداد بزرگ (مثلاً) با هاسیستم مدل بررسی :القا
  شماره این روی «القاء» توسط شده اجرا باش اغلب تواندمی اجزا ،ایلار.

. تأیید مشکلات ترساده چندین به پایین مشکل تأیید ... استراحت :ترکیب ·

پایان ... در شد پیدا است ممکن مراجع اما ،کتاب این از محدوده ... از فراتر هستند مسائل چهار آخرین فصل این از

## انصاف با بررسی مدل ال تی سی 3.6.2

شکست با ،مدل□ رفتار وجود □□□□ □□ $\varphi$ است ممکن ▶ □ □ تأیید
-سیستم واقعی ... در دادن رخ به نه شده تضمین یا ،غیرواقعی است که .شود مواجه
سی آر پی فرآیند ... که کردیم بیان ما ،متقابل طرد مورد در ،مثال عنوان به .گیردمی قرار تحلیل و تجزیه مورد
.نیازها آن عنوان به طولانی عنوان به ( ج = خیابان ) بخش بحرانی آن در ماندن تواندمی
تکلیف قطعی غیر ... توسط این شده سازی‌مدل ما

=: (خیابان)بعدی
مورد
...
(ج = خیابان) : {c، n}؛
...
اسحاق

عنوان به بماند باقی خود بحرانی بخش در ... که زمانی تا ۲ فرآیند دهیم اجازه واقعاً اگر ،حال این با
AG ( □ $_1$ → محدودیت سرزندگی ... کندمی نقض که مسیر الف باشند داشته ما سپس ،کندمی لایک آن
باش تواندمی $t_1$ ،بماند باقی خود بحرانی بخش در همیشه برای ۲ فرآیند اگر ،که آنجایی از ،( □ $_1$ اف
.است درست شدن کنون تا □ $_1$ بدون درست
تواندمی فرآیند که کنید فرض به مانند بود خواهد ما ،یعنی ،مسیر این گرفتن نادیده به مانند بود خواهد ما
□□□ □□□□□ □□ □□□□□ ،نیازها آن عنوان به طولانی عنوان به بخش بحرانی آن در ماندن
□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ پس از مدتی محدود.
که است فرمولی $\varphi$ آن در که ، $\varphi$ .کنیم مدیریت $c_2$ FG مانند فرمولی تأیید با را این توانیمی ،LTL در
نهایت بی کردن برآورده که مسیرها همه که کندمی ادعا فرمول این کل .کنیم تأیید را آن خواهیمی واقع در
زیرا ال تی سی در این دادن انجام توانینمی ما ،حال این با . □□ کردن برآورده همچنین □ $_2$ اغلب
گویا کافی اندازه به CTL منطق .CTL در $\varphi$ □ $_2$ FG فرم ... از هافرمول بنویس تواندنمی ما
سرانجام همیشه ۲ فرآیند که در آن ،یعنی ،مسیرها «منصفانه» ... بیرون انتخاب دهد اجازه ما به که‌نیست
بخش بحرانی آن کندمی برگ
□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ دهدمی اجازه ما به SMV که است دلیل همین به
شده داده یک که ایالت فرضیات اینها .کندمی توصیف آن سیستم گذار ... از بالا . □□□□ □□□□□
مسیرها چنین گیریمی تماس ما .مسیر محاسبه هر همراه اغلب نهایت بی درست است فرمول
زمانی چه ،که یعنی هامحدودیت انصاف از حضور □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□
از بیش فقط محدوده ای و الف هارابط ، مشخصات در هافرمول ال تی سی از حقیقت ... ارزیابی
مسیر ها منصفانه

هر ،که یعنی این . باشد درست بار نهایتبی .کنیممی اعمال ،است st=c! که را انصاف قید ،بنابراین بخش بحرانی آن در نه است آن که در آینده ... در ایالت یک باش اراده آنجا ،در است فرآیند ... ایالت چه پروتکل بیت متناوب ... برای شده استفاده بودند انصاف هایمحدودیت مشابه.

(فرمول ایالت الف است $\varphi$ کجا) فرم ... از هامحدودیت انصاف

□□□ $\varphi$ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□

فرم از آن شدن شامل انواع دیگر هامحدودیت انصاف □□□□ همین به شده شناخته هستند

□□□ $\varphi$ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□ $\psi$ □□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□.

این به پاسخ برای آن کندمی چگونه اما ها؛محدودیت انصاف ساده با فقط معامله تواندمی وی ام اس الف که بنابراین . دهیم تطبیق را خود مدل بررسی الگوریتم توانیممی چگونه که دهیممی توضیح اکنون ،سوال محاسباتی مسیرهای منصفانه از بیش فقط محدوده به شده فرض هستند ای و .

**۳.۲۱ تعریف** بگذارید □□ ≝ { $\psi_1$□ $\psi_2$ □ ... □$\psi_n$ } محدودیت انصاف □ از مجموعه الف باش ها

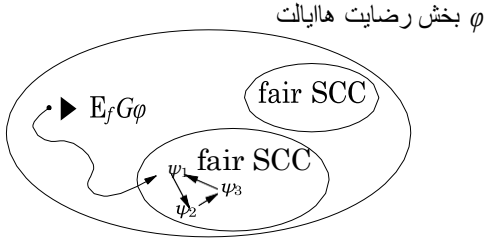
هر برای iff است منصفانه ،انصاف هایمحدودیت این به توجه با ... → □ → $s_0$ محاسبه مسیر الف درست است □□ $\psi$ کدام هر ،یعنی ، $\psi_i$ ▶ □ □ که چنین □□ بسیاری نهایت بی هستند آنجا □□ کدام □□ ای و .□ الف بنویس ما بگذارید .مسیر ... همراه اغلب نهایت بی مسیرها منصفانه به شده محدود ای و الف اپراتورها ... برای

طور به و مسیرها؛ منصفانه همه همراه ایالت هر در درست است $\varphi$ iff $\varphi$ .ج. الف ▶ □ ، ،مثال برای ... روی داشتن بستگی صریحاً اپراتورها اینها که اطلاعیه غیره و ،یو □□ ای ،.ف . □ . الف برای مشابه ،یو □□ ای که بدانید قبلاً ما هامحدودیت انصاف از □□ مجموعه شده انتخاب به شیوه همان ... در شده داده نشان باش تواندمی این مجموعه؛ کافی یک فرم ایکس □□ ای و جی □□ ای داشته همچنین ما .(۳.۴.۴ بخش) هامحدودیت انصاف بدون هارابط زمانی ... برای شده انجام بود عنوان که باشند

□□ ای [ $\varphi$ یو $\psi$ ] ≡ E[ $\varphi$ U ( $\psi$ ∧) ای
( مثال ≡ $\varphi$ ایکس □□ ای [( ت جی □□
$\varphi$ ∧ E $_C$G تی ) .

،بنابراین . است منصفانه آن از پسوند هر iff منصفانه است مسیر محاسبه الف که مشاهده ،این دیدن به ،جی ای برای ۲ الگوریتم با مشابه است آن . □□ جی □□ ای برای الگوریتم یک کردن فراهم فقط نیاز ما فصل این در زودتر شده داده:

- هاایالت که از بدانید به خواهم می ما ،نمودار نتیجه در ... از ; $\varphi$ بخش رضایت هاایالت به گراف ... کردن محدود مسیر منصفانه الف است آنجا.
- نمودار؛ شده محدود ... از (SCC) □□□□□ □□□□ □□□□ حداکثر ... کردن پیدا
- . □□□□ □□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ $\psi_i$ □□ $\psi_i$ که نباشد حالتی شامل SCC ، $\psi$ از برخی برای اگر برسد یکی به تواندمی که گراف شده محدود ... از ایالت هر .ها SCC منصفانه ... هستند ها SCC نتیجه آن از منصفانه مسیر الف دارد




**شکل ۳.۳۲.** را E $c$G که حالتی . $\varphi$ کنندمی برآورده را E $c$G که هایی‌حالت محاسبه حالت ، $\varphi$ ارضای با هاایالت به محدودیت ... از نتیجه در گراف ... در ،ایف $\varphi$ کندمی برآورده با SCC یک به که است مسیری ،منصفانه مسیر یک .دارد آن از منصفانه مسیر یک نظر مورد شود؛می منتهی ،کندمی عبور ،کندمی ارضا را انصاف قید هر که حالت یک از حداقل که ای‌چرخه { $\psi_1$ □ $\psi_2$ □ $\psi_3$ } با است برابر $C$ ،مثال در .

- منصفانه SCC یک به توانندمی که شده محدود گراف روی هایی‌حالت یافتن برای عقب به رو اول سطح جستجوی از کنید استفاده ،برسند.

خطی هنوز یعنی ((.□ (+ □□ ) □ □ ) □□ است الگوریتم این از پیچیدگی .۳.۳۲ شکل ببینید فرمول و مدل ... از اندازه ... در

FAIR- NESS کلیدی کلمه هاوی‌اماس از استفاده با شرایط انصاف نوشتن که کرد اشاره باش باید آن به وضعیت انصاف ... کردن ادعا توانندمی ما ،LTL مورد در .است ضروری CTL مدل بررسی برای فقط $\psi$ فرمول LTL ... چک به آرزو ما اگر ،مثال برای .شد بررسی باش به فرمول ... از بخشی عنوان مسیرهای همه :یعنی این . □ $\varphi$ ف جی چک ما ،درست اغلب نهایت بی است $\varphi$ اینکه فرض ... تحت در این اکسپرس به است ممکن نه است آن . □ کردن برآورده همچنین $\varphi$ اغلب نهایت بی بخش‌رضایت الف در نتیجه اراده $\psi$ $\varphi$ ف جی به اس یا که همانطور کردن اضافه از راه هر ،خاص در .ال تی سی مسیرها همه اگر که یعنی $\psi$ $\varphi$ اف AG ،مثال برای .یکی نظر مورد ... از معنی متفاوت الف با فرمول که مسیرها همه همراه است برقرار $\psi$ :نظر مورد بود؟ چی از بلکه ،داردمی نگه $\psi$ سپس منصفانه هستند منصفانه هستند

### 3.6.3 الگوریتم مدل بررسی LTL

داده :شهودی کاملاً است کردن بررسی مدل ال تی سی برای بالا هابخش ... در شده ارائه الگوریتم ... از هازیرفرمول ... با سیستم از هاایالت هابرچسب آن ،فرمول ال تی سی الف و سیستم الف شده فرمول ... از هازیرفرمول زیرا مناسب است رویکرد ایالتی گذاری‌برچسب . آنجا راضی هستند که فرمول از هازیرفرمول :LTL برای نیست مورد است این .شودمی ارزیابی سیستم های‌حالت در است ممکن .سیستم ... از □□□□□□ □□□□□□ □□ اما هاایالت در نه شده ارزیابی باش باید فرمول ... ،بنابراین LTL مدل بررسی برای دارد به اتخاذ کردن الف اتژی‌استراتژی متفاوت .

در متفاوت آنها اگرچه . ادبیات در شده توصیف بررسی مدل LTL برای هاالگوریتم چندین هستند آنجا همان ... کردن اتخاذ آنها از همه تقریباً ،جزئیات

بیشتر جزئیات با را هاالگوریتم از برخی ،سپس دهیم؛می توضیح را استراتژی آن ابتدا .اساسی استراتژی دهیممی شرح.

**استراتژی اساسی** بگذارید ( □ □ → □□ ) = ،مدل الف باش □□ □□ و ، $\varphi$ یک
از مسیرها همه امتداد در راضی است $\varphi$ آیا ،یعنی $\varphi$ ▶ □□□ آیا تعیین ما .LTL فرمول
هاالگوریتم بررسی مدل LTL همه تقریباً (s) . ها در شروع
مراحل سه کردن دنبال ... همراه دهید ادامه.

1. $\psi$ برای خودکار . □□ چ فرمول ... برای ،تابلو الف عنوان به شده شناخته همچنین ،خودکار یک ساخت از تصور یک دارد خودکار . $\varphi$ ¬ □□□ ساخت ما ،بنابراین . $\psi$ □□ شود می نامیده است ما ،مسیر الف از هااتم ای‌گزاره ... از هاارزیابی از توالی الف است ردیابی الف . □□□ □□□□□□□ ... دارد ساز و ساخت ردیابی آن انتزاعی تواندمی
   $\psi$ □□ توسط شده پذیرفته است □□ از ردیابی ... $\psi$ iff ▶ □□ : □□ □□□ مسیرها همه برای که ملک. دیگر در
   □ کردن برآورده که ردپاها ... دقیقاً کندمی کدگذاری $\psi$ □□ خودکار ... ،کلمات .
   ردپاها ... همه کندمی کدگذاری که ملک ... دارد $\varphi$ چ برای ساخت ما که $\varphi$ ¬ □□□ خودکار ... ،بنابراین
   □□ کردن برآورده نه دادن انجام که ردپاها ... همه ،یعنی ; $\varphi$ چ بخش رضایت .
2. سیستم گذار الف در نتایج عملیات ترکیب سیستم ... از مدل ... با $\varphi$ ¬ □□□ خودکار ... کردن ترکیب سیستم مسیرهای □ خودکار از مسیرها □□ □□ هستند مسیرها که.
3. اگر ،مسیر الف چنین .سیستم ترکیبی گذار ... در □□ از شده مشتق ایالت الف از مسیر هر است آنجا آیا کنید کشف در مسیر الف عنوان به شده تفسیر باش تواندمی ،یکی است آنجا
   □□ کردن برآورده نه کندمی که □□ در آغاز .
   غیر در . $\varphi$ ▶ □□□ 'بله' :خروجی سپس ، □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ آنجا اگر
   ▶ □□□ ،نه» خروجی ، □□□□ □□ □□□□ □□□□ شد داشته وجود اگر ،صورت این
   کرد استخراج شده یافت مسیر از توان‌می را نقض مثال ... ،مورد دومی ... در . □□ □□□ .

نشان ، مدل آن و است شده توصیف SMV برنامه توسط سیستم این .بگیریم نظر در را مثال یک بیایید
مورد ... نه‌است آن که آنجا از ( □ یو □□ ) فرمول ... بگیرید نظر در ما .۳.۳۳ شکل در شده داده
برآورده را آن ... ۲ □ □ ۲ □ ، $q3$ مسیر ،مثال برای) فرمول ... کردن برآورده از مسیرها همه که
شود مواجه شکست با مدل بررسی داریم انتظار (کندنمی.

برآورده که ردپاها ... دقیقاً هامشخصه که (الف) □ □□□ خودکار یک ساخت ما ،۱ قدم با مطابق در
چنین (. □ یو □□□ به معادل است ( □ یو □□ ) که واقعیت ... استفاده ما) □ یو □□□ کردن
شکل در شده داده نشان است خودکار یک

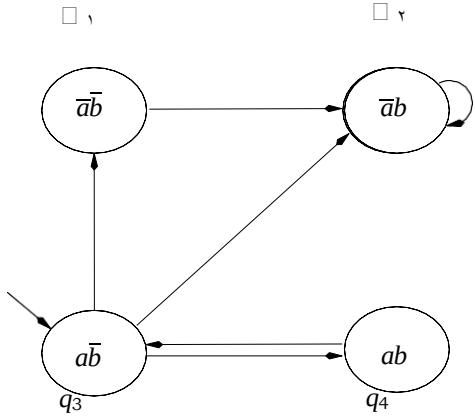


و چگونه فهمیدن به کنید سعی فقط ما ،حالا برای بعداً؛ آن ساخت به چگونه در کن نگاه اراده ما .۳.۳۴
.کندمی کار آن چرا

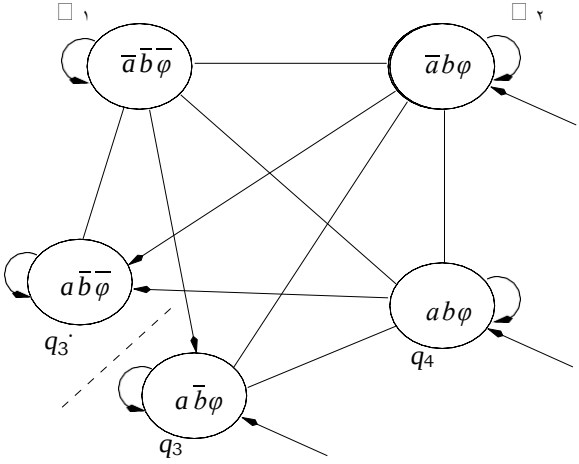
الف دارد وجود اگر ۳.۳۴ شکل از یکی ... مانند خودکار یک توسط شده پذیرفته است □□ ردیابی الف
:که چنین خودکار ... طریق از $\pi$ مسیر

- □□ شروع شودمی در یک ایالت اولیه (یعنی $\varphi$ حاوی)؛
- خودکار؛ ... از گذار ی‌رابطه ... گذارد می احترام
- □□ است ... ردیابی از عدد □□ ؛ مسابقات ... متناظر از ایالت عدد □□ ؛

```
اولیه (a) := ۱؛
init(b) := 0;
next(a) := مورد
            !a : ۰;
            ب : ۱؛
            ۱ : { 0،1 } ;
        esac;
next(b) := مورد
            : (الف)بعدی و الف
            !b;
            !a : ۱؛
            ۱ : { 0،1 } ;
        اسحاق
```




**شکل ۳.۳۳.** مدل آن و برنامه وی ام اس یک




**شکل ۳.۳۴.** بخش رضایت ردپاها دقیقاً پذیرفتن اتوماتون $\varphi$ $\stackrel{\text{def}}{=}$ یو □□□ □ بدون های‌انتقال . به نتواند اتوماتون مسیر که است این پذیرش شرط .شوند انجام جهت دو هر در توانندمی فلش طریق از نامحدود طور *q3* □□ شود .

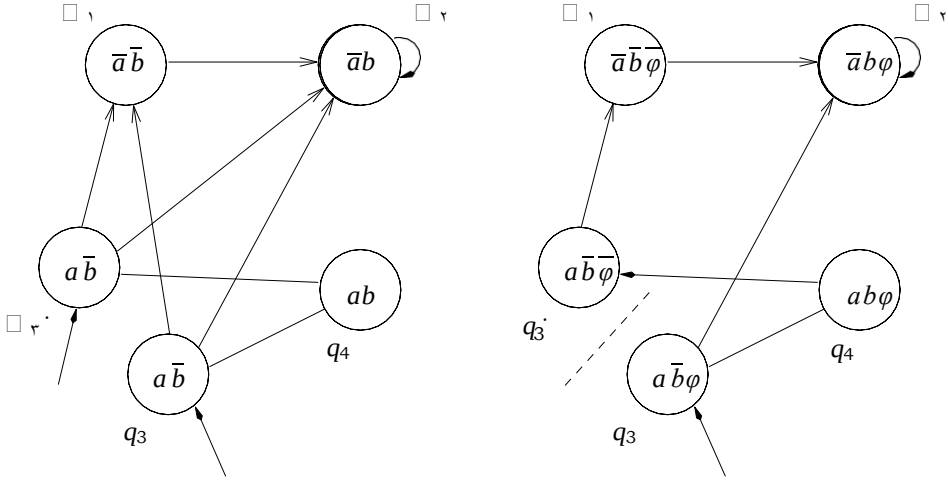
که است وضعیت پذیرفتن ... ،۳.۳۴ شکل ماشین برای .گذاردمی احترام خاص «پذیرش شرط» یک به مسیر ... نامحدود طور به ، ... ۳ □ □ ۳ □ □ ۳ □ پایان نه باید مسیر ...

□□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ است □□ کنید فرض ،مثال برای ما سپس □ □□□ ایالت ... ابد تا کردن تکرار نهایت در ، ... □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ ما . ... ۳ ۰ □ □ ۳ ۰ □ □ ۱ □ □ ۴ □ □ ۴ □□□□ □ ۳ □ □ ۳ □ □ ۳ □ مسیر ... کنید انتخاب اولیه یک است آن و □ □□□ است ایالت اول ... زیرا ۳ □ در شروع

برای . □□ □□□ از هاایالت ... از ارزیابی ... کردن دنبال فقط کنید انتخاب ما هاایالت بعدی .ایالت
۳ □ یا ۳ □ کنید انتخاب به ما دادن اجازه هاانتقال ... و □ □□□ است ارزیابی بعدی ... ۱ □ در ،مثال
... بنابراین و ،شرایط ... رسدمی هم به مسیر این .همیشه برای آنجا حلقه و ، ۳ ۰ □ کنید انتخاب ما . ۰
،بالا مثال ... در .مسیر الف دارد وجود آنجا هاایالت تعریف که کردن مشاهده .شد پذیرفته است □□ ردیابی
:شرایط ... ملاقات نکن که مسیر ها همچنین هستند آنجا

- بگذارید احترام انتقالی رابطه به به باشند داشته ما که وضعیت ... ملاقات ندارد ...□ ۳ ۰ □ □ ۳ □ آغاز مسیر هر ۰ .
- نباید که را شرط این ... ۳ □ □ ۳ □ □ ۱ □ □ ۴ □□□□ □ ۴ □□□□ □ ۳ □ □ ۳ □ □ ۳ □ مسیر ۰ □□□□□□ برآورده ،دهیم خاتمه q3 طول به ای‌حلقه روی .

... ملاقات دهدمی انجام که یکی کردن پیدا به کافی است آن زیرا ،ما کشیدن زحمت نه نیاز مسیرها اینها
.شد پذیرفته است □□ که کردن اعلام به سفارش در شرایط
اندازه به دارد آن که مشاهده ، فهمیدنش برای نظر؟ مورد عنوان به کار ۳.۳۴ شکل از خودکار ... چرا؟
... از کدام هر برای ایالت الف ،است که – هاگزاره ... از هاارزش ... شدن قائل تمایز به هاایالت کافی
... برای هاایالت دو وقتی در و ، □ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ هاارزیابی
□ = □ □□ □□ □□□ □□ □□□ از یک هر برای حالت یک . □ □□□ ارزیابی
$a \mathrm{U} b$ آیا که کنندمی تعیین هاارزیابی این زیرا ، است □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
داشته ما بنابراین ، □ □□□ در درست یا نادرست باش توانستمی □ یو □□□ اما .خیر یا است برقرار
یا که دهدمی نشان ایالت الف در □ یو □□□ ف ۵ = $\varphi$ از حضور . موارد دو ... بگیرید نظر در به باشند
$\varphi$ که حالی در آن آمده دست به فقط باشند داشته ما یا ،درست شدن تبدیل به $\varphi$ داشتن انتظار هنوز هستند ما
از هاانتقال آن آمده دست به فقط نه باشند داشته و ، $\varphi$ داشتن انتظار ترطولانی خیر ما که دهدمی نشان
۲ □□□□ به حرکت به ،یعنی ، □ آوردن بدست به است ۳ □ از بیرون راه فقط ... که چنین هستند خودکار
□ ۱ □ از کدام هر ؛ شود دنبال به مسیر هر دادن اجازه ،لیبرال هستند هاانتقال ... ،که از هم از جدا .۴ □ یا
۳ ۰ □ □ ۳ □ تواندمی بنابراین و ،گذاری‌ارزش هر به گذار تواندمی ۳ □ □ ۲ □
.کردن وارد به یکی درست ... کنید انتخاب به باشید مراقب هستند ما شده ارائه ،هم با شده گرفته
که هاتضمین ، ۳ □ روی نامحدود طور به زدن حلقه یکی جز به مسیر هر دهدمی اجازه که ،وضعیت پذیرش
.شد برآورده سرانجام است □ دادن تحویل به □ یو □□□ از وعده ...
فرنگی گوجه ... کردن ترکیب به .۲ قدم به دهید ادامه ما ( □ (ی) □□□ خودکار این از استفاده با
اول است راحت آن ،۳.۳۳ شکل در شده داده نشان ∥-سیستم ... از مدل ... با □ (الف) □□□ خودکار
سیستم؛ معادل یک است .تی.آی .(چپ) ۳.۳۵ شکل دیدن ؛ ۳ □ از هانسخه دو با کردن ترسیم دوباره به
کنید انتخاب قطعی غیر طور به الان ۳ □ به هاراه همه
به ما دهدمی اجازه اما جانشینان همان ... به شودمی منجر کنید انتخاب ما یکی کنون تا که و ، ۳ ۰ □ یا ۳ □
آوردن دست به ،دو هر به رایج هاانتقال ... کنید انتخاب و □ (الف) □□□ روی آن دادن قرار هم روی
.(راست) ۳.۳۵ شکل از سیستم شده ترکیب ...
باش تواندمی که همانطور خودکار شده ترکیب ... از □ از مسیر الف است آنجا آیا پرسدمی الان ۳ قدم
۲ ، □ $q_2$ * ( □ ۴ □ □ ۳ □ ) $q_3$ □ :سیستم شده ترکیب ... در مسیر از انواع دو هستند آنجا ،شده دیده
□ ۲ □□□□ □ ۲ □ □ ۱ □ , $q_3$ ۰ * ( □ ۴ □□□□ □ ۳ □ ) □ ۴ □□□□ □ ۳ □ و ، ...
۴ □□□□ □ ۳ □ یا ۴ □ □ ۳ □□□□ یا خالی رشته ... یا دهنده نشان * (۴ □ □ ۳ □ ) کجا ...
طبق ،بنابراین غیره و ۴ □ □ ۳ □ □




**شکل ۳.۳۵.** چپ: سیستم ... ۳.۳۳، شکل از دوباره ترسیم شده ترکیب (الف) و یافته گسترش ... درست فضا؛ ایالت یافته گسترش یک با شده ترسیم دوباره ۳.۳۳، شکل از سیستم ... :چپ.

اصلی سیستم از مسیرها همه در راضی نه است ( یو ) چ ،انتظار مورد ما عنوان به و ۳، قدم به .

شده ساخته است کنیم بررسی را دستگاه عملکرد نحوه بیشتری جزئیات با بیایید **خودکار ساخت** $A_\varphi$ که طوری به بسازید $A_\varphi$ اتوماتون یک به آرزو ما ، $\varphi$ فرمول LTL یک شده داده .است آن دقیقاً و یو هارابط زمانی ... فقط شامل $\varphi$ که کنید فرض ما .است برقرار $\varphi$ آنها در که پذیردمی را اجراهایی .دو این از اصطلاحات در شده نوشته باش تواندمی هارابط زمانی دیگر ... که یادآوری ایکس؛

هازیرفرمول از مجموعه ... عنوان به $\varphi$ فرمول از ( $\varphi$ ) سی ... کنید تعریف $\varphi$ از

=( یو ( ) سی ،مثال برای . و چ چ شناسایی ،هامکمل آنها و

، $_\varphi$ از هاایالت . { ( یو ) چ یو چ چ } کردن برآورده که ( $\varphi$ ) سی از هازیرمجموعه حداکثر هستند ،غیره و ، توسط شده داده نشان شرایط کردن دنبال ...:

- $\psi$ (نشده نفی) همه برای $\in C(\varphi)$، یا $\psi \in q$ یا $\neg\psi \in q$ .دو هر نه اما
- $\psi_1 \vee \psi_2 \in q$ داردمی نگه iff $\psi_1 \in q$ یا $\psi_2 \in q$، هرگاه $\psi_1 \vee \psi_2 \in C(\varphi)$ که زمان
- مشابه هستند هاترکیب بولی دیگر برای شرایط.
- اگر $\psi_1$ یو $\psi_2 \in q$ ، آنگاه $\psi_1 \in$ یا $\psi_2 \in$
- اگر ( $\psi_1$ یو $\psi_2$ ) $\in$ ، سپس $\psi_2 \in$ چ

هستند کدام $A_\varphi$ های‌حالت که دارند این بر دلالت شرایط این ،شهودی طور به است درست هستند $\varphi$ از هازیرفرمول.

داشته ما $\varphi$ □□□ از $\delta$ گذار ی رابطه برای ؟ □□□□□ $\varphi$ شامل هایی‌حالت آیا $A_\varphi$ ی‌اولیه های‌حالت
دارید نگه شرایط کردن دنبال ... از همه iff $(\cdot$ □□□ $) \in \delta$ باشند:

- $\psi \in$ □ سپس $\psi \in$ □ $\cdot$; ایکس اگر
- $\psi \in$ □ چ سپس □ $\in$ □ $\cdot$; ایکس چ اگر
- $\psi_1$ یو $\psi_2 \in$ □ $\cdot$; سپس □ $\psi_2 \notin$ و □ $\in \psi_1$ اگر
- $(\psi_1$ یو $\psi_2) \in$ □ $\cdot$. چ سپس □ $\in \psi_1$ و □ $\in (\psi_1$ یو $\psi_2)$ چ اگر

قوانین بازگشت ... توسط موجه هستند شرایط دو آخرین اینها

$$\psi_1 \text{ یو } \psi_2 = \psi_2 \text{ پنجم } (\psi_1 \text{ ایکس } \wedge (\psi_1 \text{ یو } \psi_2))$$
$$\text{چ } (\psi_1 \text{ یو } \psi_2) = \text{چ } \psi_2 \wedge (\text{چ } \psi_1 \text{ پنجم ایکس چ } (\psi_1 \text{ یو } \psi_2)) .$$

حاوی هاایالت متعاقب ، $\psi_2$ یو $\psi_1$ شامل ایالت برخی که زمان هر که کردن حاصل اطمینان آنها ،خاص در
$\psi_2$ حاوی نه دادن انجام آنها عنوان به طولانی عنوان به برای $\psi_1$ .

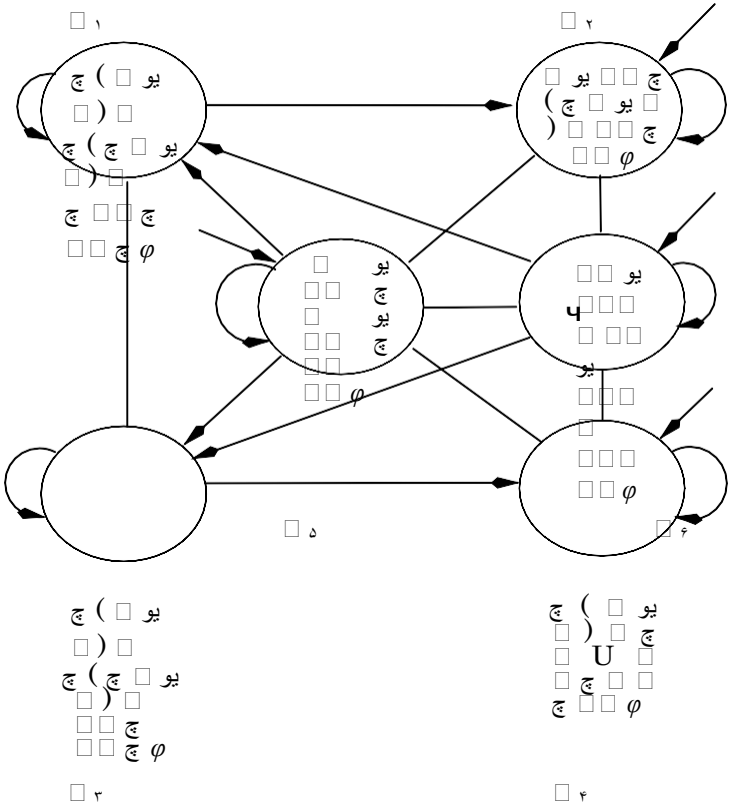
$\varphi$ □□□ طریق از مسیرها همه نه ،دور بنابراین $\varphi$ □□□ شده تعریف باشند داشته ما که همانطور
داده وعده $\psi$ «احتمالات» ... تضمین به □□□□□ □□□□□ اضافی استفاده ما . □□ کردن برآورده
رضایت هاایالت در کنون تا برای ماندن تواندنمی $\varphi$ □□□ که یعنی ، $\psi_2$ یو $\psi_1$ فرمول ... توسط شده
شکل از خودکار ... برای ،که بیاورید یاد به . $\psi_2$ آوردن دست به کنون تا بدون $\psi_1$ بخش
$q_3$ به نباید اتوماتون طریق از مسیر ... که وضعیت پذیرش ... شده مقرر ما ، □ یو □□□ برای ۳.۳۴
شود ختم □ □□□□ ۳ □... .

حاوی ایالت هر که کردن حاصل اطمینان آنها که بنابراین شده تعریف هستند $A_\varphi$ از شرایط پذیرش
□□□ بگذارید . □ حاوی ایالت برخی توسط شده دنبال باش نهایت در اراده $\psi$ یو □□ فرمول برخی
از هازیرفرمول همه باش □ $\psi$ یو □ ، . . . ، $\psi_1$ یو $\psi_1$ پی
شده پذیرفته است اجرا الف :وضعیت پذیرش کردن دنبال ... کردن تصریح ما .( $\varphi$ ) سی در فرم این
رضایت هاایالت از بسیاری نهایت بی دارد دویدن ... ، □ $\leq$ □□ $\leq$ ۱ که چنین □□ هر برای ،اگر
... دارد وضعیت این چرا کردن درک به (من) $\psi_i$ . $(\chi_i$ یو $\psi_i)$ بخش
فقط داشتن دویدن الف داریم ما کنید فرض .نادرست است آن که در شرایط ... کنید تصور ،اثر نظر مورد
حالت آن تمام میان از بیایید (من) $\psi_i$ . $(\chi_i$ یو $\psi_i)$ بخش رضایت هاایالت بسیاری متناهی طور به
را $(\chi_i)$ ۶ هاایالت که از .بگیریم نظر در اجرا حالت برای را «هیچ » پسوند و کنیم عبور متناهی های
این $\psi_i$ . $(\chi_i$ یو $\psi_i)$ کردن برآورده هاایالت که از همه ،یعنی ، $\psi_i$ پنجم $(\psi_i$ یو کندمی برآورده
.کنیم حذف خواهیم می که است ای دنباله نوع همان دقیقاً

است مثال دیگری .۳.۳۴ شکل آوریم‌می بدست را در شده داده نشان اتوماتای ما □ Ub دهیم انجام ...
دارد فرمول که که آنجایی از .( □ یو □ ) ( □ یو $p$ ) فرمول ... برای ،۳.۳۶ شکل در شده داده نشان
□□ $pUq$ که هایی‌حالت یعنی ،پذیرش شرط در شده مشخص مجموعه دو هستند آنجا ،هازیرفرمول یو دو
□ یو $p$ ۶ بخش رضایت هاایالت ... و کنندمی □□□□□□□

## چگونه LTL مدل بررسی است شده اجرا در NuSMV

ما ،بالا هابخش ... در
سیستم الف و $\varphi$ فرمول LTL یک شده داده .کردن بررسی مدل LTL برای الگوریتم یک شده توصیف
آیا چک است ممکن ما ۶ از □□ ایالت الف و
۶ با آن کردن ترکیب ، $\neg\varphi$ □□□ خودکار ... ساختن توسط داردمی نگه $\varphi$ ▶ □□□ ۱



**شکل ۳.۳۶.** □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ $\varphi$ که را ردپاهایی دقیقاً که اتوماتونی شده گرفته باش تواندمی تیرها خیر با هاانتقال ( □□ یو □□ ) ( $q$ ) یو □ ( □□ ) $=^{\text{ef}}$ □□□□ □ ∨ ح ... طریق از اغلب نهایت‌بی عبور باید دویدن هر که کندمی ادعا وضعیت پذیرش .جهت یا در } مجموعه ... همچنین و ، { ۶ □ □ ۵ □ □ ۴ □□□□ □ ۳ □ □ ۱ □□□□ } مجموعه □□□□ ۱ □ □ ۲ □ □ ۳ □ □ ۵ □ □ ۶ }

. □□□□ برآورده ۱ $A\neg\varphi$ پذیرش شرط که سیستمی نتیجه در از مسیر الف دارد وجود آیا بررسی و CTL مدل از اصطلاحات در مسیر الف چنین برای چک ... سازی‌پیاده به است ممکن است آن سیستم شده ترکیب .دهدمی انجام NuSMV چه واقعیت در است این و ،کردن بررسی ،شود بررسی و سازی‌مدل NuSMV در است قرار که سیستمی عنوان به است $\neg\varphi$ □□□ × ... بپرس ما ،بنابراین . تی جی ای سادگی به است شده بررسی باش به فرمول ... و ،شودمی داده نمایش $A\neg\varphi$ از شرایط پذیرش .مسیر الف باشند داشته سیستم شده ترکیب ... آیا :سوال این ،صراحت به . CTL مدل بررسی روش ... برای شرایط انصاف ضمنی عنوان به شده نمایندگی هستند می رخ ( $\varphi$ ) C در که $\psi$ یو $\chi$ فرمول هر برای ' $\psi$ پنجم ( $\psi$ یو □ ) چ انصاف کردن ادعا به مبالغ دهد.

## 3.7 ال تی سی از پردازی شخصیت ثابت نقطه

) = مدل یک و $\varphi$ فرمول ال تی سی الف شده داده ،که الگوریتم یک شده ارائه ما ،۲۲۷ صفحه روشن

⊣ → ∈

می برآورده را $\varphi$ □□ $S$ □□ □□□□□□ □□□□□□. $s$ □□ های‌حالت مجموعه ،( $L$ □ □□
... روی بازگشتی صورت به کندمی کار الگوریتم .[[ $\varphi$ ] عنوان به مجموعه این نویسیم‌می ما . کند
دیگر .مستقیماً شده محاسبه است [[ $\varphi$ ] ،( □ یا تی ، $\perp$ ) ۱ ارتفاع از $\varphi$ هافرمول برای . $\varphi$ از ساختار

برای .ال تی سی از دهنده پیوند الف توسط شده ترکیب هازیرفرمول ترکوچک از شده تشکیل هستند هافرمول [[ و [ ψ □ ] ]] های‌مجموعه الگوریتم سپس ، باشد □ ψ پنجم باشد ۱ ψ □□ □□□□□ φ اگر ،مثال کندمی ترکیب (اجتماع گرفتن نظر در با ،مورد این در) خاص روشی به را آنها و کرده محاسبه را [ ψ □ ] آید دست به تا [ ψ ۱ ψ ۲ ]].

یک شامل ، EX ψ عنوان به چنین فرمول الف با معامله ما زمانی چه آمدن بوجود موارد جالب بیشتر [[ ψ ] کندمی محاسبه را مجموعه الگوریتم .زمانی عملگر

این .[[ ψ ]] در ایالت الف به گذار الف باشند داشته که هاایالت همه از مجموعه ... کندمی محاسبه سپس و □ با ۰ است ایالت یک آنجا iff ψ مثال ▶ □ □ □ ✝ : ψ مثال از معناشناسی ... با توافق در است □□ ۰ و □□□ ۰ ▶ □ . ✝

بحث این ادامه راحتی به است ممکن ما ،اپراتورها منطقی اینها از بیشترین برای افغانستان ،اروپا اتحادیه موارد ... ،حال این با .انتظار مورد عنوان به فقط کار هاالگوریتم ... که دیدن به نه هستند ( شد تثبیت تا سیاست زدن برچسب قطعی الف کردن تکرار به نیاز مورد ما کجا) جی ای و این مورد در معنایی های‌بینش توسعه برای است بخش این از موضوع .درباره دلیل به بدیهی بنابراین شکل در کد شبه بررسی .دهیم ارائه آنها صحت و خاتمه برای کاملی اثبات دهدمی امکان ما به که عملگرها معناشناسی ... به طبق چیز درست و آشکار ... دادن انجام فقط بندها اینها از بیشترین که دیدن ما ،۳.۲۸ φ ۲ . کندمی چه ،کنیدمی فراخوانی 1 φ با را آن وقتی ؟ گفتن شنبه رو چی کنید سعی ،مثال برای .ال تی سی از یک همچنین ما ،واقع در . SAT EU و .است SAT AF صحت و خاتمه اثبات بخش این در ما هدف در شده داده است مثال ،شنبه رویه . [1] درستی‌و خاتمه آن کنید ثابت و .نوشت خواهیم SAT EG برای روال □□□ ی‌نحوه باشید داشته توجه :۳.۶.۱ بخش در شده داده شهودها ... روی بر مبتنی است و ۳.۳۷ شکل صورت به ،باشند نشده گذاری‌برچسب جانشین های‌حالت از یک هیچ که صورتی در برچسب گذاری‌برچسب جانشین دارای که هایی‌حالت ی‌مجموعه با شده گذاری‌برچسب ی‌مجموعه □□□□□ ≤ □□□ دارد مسیر الف وجود آنجا iff داردمی نگه φ جی ای ▶ □ که گویدمی φ جی ای از معناشناسی □□ دارد‌می نگه φ ▶ □□ که □□□□ □→ □ ۲ → .. □→ □ s o محاسباتی اگر داردمی نگه φ جی ای :است زیر شرح به عنوان به کن بیانش عوض در توانستیم‌می ما .0 □□ داردمی نگه φ جی ای و داردمی نگه φ

مثال φ φ جی ای بودن معادل ... کندمی پیشنهاد این .ایالت فعلی ... به هاایالت جانشین ... از یکی در هارابط ... از معنایی تعاریف ... از کرد ثابت باش راحتی‌به توانستیم‌می که φ جی ای بالا سازی معادل که دیدن ما ([[ ψ ]]) پیش = [[ ψ مثال]] که مشاهده می این .([[ φ مثال عنوان به]]) پیش [[ φ ]] = [[ φ مثال عنوان به]] عنوان به شده نوشته باش توانستیم الف مانند کن نگاه نه کند

در φ جی ای بدانید به نیاز ما زیرا ، φ مثال عنوان به g محاسبه از راه نویدبخش خیلی به که ،ظاهری دایره این حول راه الف است آنجا ،خوشبختانه سمت راست دست ... بیرون کار به سفارش .است بخش این موضوع و ،شودمی شناخته ثابت نقاط محاسبه عنوان

[1] توان‌می را EG که کردیم اشاره 3.6.1 بخش در قبلاً‌ما اما□ □□ φ اف به آن ترجمه با φ .پردازدمی EG به ۳.۶.۱ بخش کرد مدیریت مستقیماً.

**تابع** ،شنبه مثال $(\varphi)$
/* $\varphi$ جی ای بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... کندمی تعیین */
**متغیر محلی** □□□□□□
**شروع**
□ := شنبه $(\varphi)$؛
□□□□ := ;
**تا تکرار** □□□□ = □
**شروع**
□□□□ := □ ;
□ := پیش از $Y_{\exists}$ (□)
**بازگشت پایان**
□
**پایان**

**شکل ۳.۳۷.** مثال ،شنبه برای کد شبه.

### توابع رنگ‌تک 3.7.1

**تعریف ۳.۲۲** تابع الف $F: \mathcal{P}(S) \to \mathcal{P}(S)$ و باشد هاحالت از ای‌مجموعه □ بگذارید $S$ توانی مجموعه روی .

1. □□(□) (□□□□) □□□ ⊆ □□□ بر دارد دلالت □□□□ iff رنگ‌تک است □ که بگو ما هازیرمجموعه همه برای □□□□ و □□ از □□ .
2. □□□□ از □ نقطه ثابت الف شود می نامیده است □ iff □(□□□□)= زیرمجموعه یک □□□□ .

برای { □□ } ∪ □ $\overset{\text{ف}}{\cup}_0$ □□□ (□) □ و { □□□ □ $\overset{\text{ف}}{\cup}_1$ } □ دهید اجازه ،مثال یک برای □ هازیرمجموعه همه

□ که دیدن ما ، $\{s_0\} \cup \cdot \subseteq \{s_0\} \cup$ □ بر دارد دلالت □ ⊆ □ که آنجایی از . □□ از دارد □ ،بنابراین . . □□ حاوی □ از هازیرمجموعه همه هستند □ از امتیازها ثابت .یکنواخت است دو
و{ □ } (= □ ) دارد حداقل $F$ که باشید داشته توجه □ { □ . □ } و □ هامجموعه ،نقاط ثابت
ثابت نقطه ( □ } . □□ (= بزرگترین.

توسط ،یکنواخت □□□□ که $\mathcal{P}(S) \to \mathcal{P}(S)$ : □□ تابع الف از مثال یک شودمی داده زیر فرمول.

□□ (□) = اگر □ $\overset{\text{def}}{=}$ { $s_0$ } سپس { $s_1$ } دیگری { $s_0$ } . (□□□□□ □□□□□□□□□: 0)

{ $s_0$ } به □□□□□□□□□ □□□□ □□□ و { $s_1$ } به { $s_0$ } هانقشه □□ بنابراین $G$ ( { s اما { $s_0$ □ $s_1$ } ⊆ { $s_0$ } زیرا نیست یکنوا □□ تابع (0: بازدیدها تعداد) . باشید □□□□□ توجه □ = ( □□ . □ □ ) $G$ از ای‌زیرمجموعه { $s_1$ } = { $s_0$ } نیست که هر ثابت نقاط ندارد $G$ باشند که.

اثبات از زمینه ... در $\mathcal{P}(S)$ روی توابع رنگ‌تک کردن کاوش برای دلایل از عبارتند شنبه از درستی ...:

1. نقطه؛ ثابت بزرگترین الف و حداقل الف باشند داشته □□□□□ توابع رنگـتک که
2. روی یکنوا توابع ثابت نقاط کوچکترین ترتیب به و بزرگترین طریق از توان‌می را EU و AF، EG معانی که P ( S ) کرد بیان.

3. و؛ ،شده محاسبه راحتی به باش تواندمی ثابت نقاط اینها که
4. هستند صحیح ۲ بند طبق و ،محاسبات ثابت نقطه چنین بالا کد AF شنبه و اروپا اتحادیه شنبه هارویه ... که.

**۳.۲۳ نمادگذاری** یعنی ( □□□□ ) □□

□ ( □ ( ... □ ( □□□□ ) ... )) «ایکس

اس ای ام آی تی □□

بارها بسیاری □□ شده اعمال ف فقط است □□ □ تابع ... ،بنابراین.

$F(\square) = \square^{2}(\square)$ آوردن بدست{ما}،∪□□ □ ف = ( □ ) □ تابع ... برای ،مثال برای
و □□ = $F^{2}$ ،مورد این در .( □ ) □□ = □ ∪ { □ } = □ ∪ { □ } ∪ ( □ ) = □ ( □ ) □ $^{1}$ □ ) توابع از توالی ... که مورد ... همیشه نه است آن .۱ □ ≤ همه برای □ = □□ بنابراین
... برای افتاد نخواهد اتفاق این ،مثال برای راه الف چنین در کندمی تثبیت ( ... □ $^{3}$ □□ □ $^{2}$ □□
واقعیت کردن دنبال ۲۵۳) :یا) :یا) .(۲۵۳ صفحه روی (د)۱ ورزش ببینید) بالا شده تعریف □□ تابع
قضیه تارسکی-کناستر ... عنوان به به شده اشاره اغلب ،بصیرت بنیادی الف از مورد ویژه الف است.

**۳.۲۴ قضیه** بگذارید □ باش □ جموعه الف { □□ . □ □ ... □ □□ } با □ + 1
$F$ ثابت نقطه کمترین $Fn^{+1}(\emptyset)$ آنگاه ،باشد یکنوا تابع یک ( $S$ ) ( □ ) □ p اگر .p عناصر
□□□ و $Fn^{+1}(S)$ ثابت نقطه بزرگترین $F$ □□□..

، $(\emptyset)\square^{2}$ ( $\emptyset$ ) ،یعنی ،( $\emptyset$ ) □ ( □ $\emptyset$ ) ≤ □ $\emptyset$ ( $\emptyset$ ) دریافت ما ، ( $\emptyset$ ) □ ≤ که آنجا از : کاذب سقف
برای □
که دادن نشان به القا ریاضی استفاده الان تواندمی ما یکنواخت است

$$\square^{1}(\emptyset) \subseteq \square^{2}(\emptyset) \subseteq \square^{3}(\emptyset) \subseteq \ldots \subseteq \square\square^{\square\square}(\emptyset) \square$$

بالا ( ) □ عبارات ... از یکی که ادعا ما ،۱ + □ ف = □□ گرفتن ،خاص در .۱ □ ≤ همه برای
یکی حداقل در داشتن بر در نیازها ( ) □ $^{1}$ ،صورت این غیر در . □ از نقطه ثابت الف قبلاً است
دو حداقل در باشند داشته به نیازها ( ) □ $^{2}$ ،نشانه همان ... توسط .(( ) □ = سپس برای) عنصر
( ) □ $^{+2}$ □ که دیدن ما ،استدلال این دارد ادامه .( ) □ $^{1}$ از بزرگتر باش باید آن که آنجایی از عناصر
که آنجایی از غیرممکن است دومی .عناصر بسیاری ۲ + $n$ حداقل در حاوی به باشند داشته بود خواهد
۱، □ + □ 0 مقداری برای ( $F^{k}$ ( )) = □ $^{k}$ ( ) ،بنابراین .عناصر 1 + □ فقط دارد □□
$F$ □ ≤ □. از ثابت نقطه یک ( $F^{n+1}$ ) که دهدمی نشان راحتی به که همچنین و.
( $F^{n+1}$ ) که دادن نشان به نیاز ما . □ از نقطه ثابت دیگری است □□□ که کنید فرض حالا
( ) □ گیری نتیجه ما ، □□□□ که آنجایی از ،اما ؛ □□□□ از زیرمجموعه الف است
بدست ما ،القا توسط . □ از نقطه ثابت □□□□ و رنگ‌تک است □ برای ، ( $X$ ) = $X$
آوردن $F^{i}$ ( ) □□□ ≤ همه برای □□ 0. برای ،بنابراین $id$ = $F^{d}$ ≤ $F^{e}$ ما ،۱ + □ $F^{n+1}$(
) □□□□ .

جایگزین سادگی به بالا یکی به دوگانه است نقطه ثابت بزرگترین ... درباره هابیانیه ... از اثبات
□ «کوچکتر» توسط «بزرگتر» و □ توسط ∅ ، ⊇ توسط ⊆ کردن

( □ ) : □ توابع یکنواختی از امتیازها ثابت بزرگترین و حداقل از وجود ... درباره قضیه این پخت دستور الف شده ارائه همچنین آن امتیازها؛ ثابت چنین از وجود ... کرد ادعا فقط نه ( □ ) ما همه ، □ از نقطه ثابت حداقل ... محاسبات در ،مثال برای .بنابراین درستی به و ،آنها محاسبات برای ... به □ کردن اعمال داشتن نگه و مجموعه خالی ... به □ کردن اعمال است دادن انجام به مجبور فرآیند این که کندمی تضمین بالا قضیه . □ از کاربرد ... تحت نامتغیر شودمی دومی ... تا نتیجه بالا حد یک توانیممی ،این بر علاوه . □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ $n$ □□□□ □□□□ □□□□. $+1$ ،نقطه ثابت این به رسیدن برای لازم تکرارها تعداد بدترین به عنصر ۱+ □ دارد □ که کردن فرض.

## 3.7.2 مثال ،شنبه از درستی

دلالت این .([[ $\varphi$ مثال عنوان به]]) پیش [[ $\varphi$ ]] = [[ $\varphi$ ] [مثال که بخش آخرین ... از پایان ... در اره ما در .( $X$ ) پیش∩[[ $\varphi$ ]] =( □□□□ ) □ تابع ... از نقطه ثابت الف است $\varphi$ جی ای که دارد محاسبه باشد تواندمی $\varphi$ جی ای بنابراین و نقطه ثابت بزرگترین آن است $\varphi$ جی ای ،یکنواخت است □ ،واقع ۳.۲۴ قضیه از استفاده با شده.

**قضیه ۳.۲۵** فرض کنید $F$ مطابق تعریف بالا باشد و $S$ دارای $n$ □□□□ $+1$ عناصر. فرض کنید $S$ دارای $n$ □□□□ $+1$ عناصر. [[ $\varphi$ مثال عنوان به]] و ، $F$ از نقطه ثابت بزرگترین ... است [[ $\varphi$ مثال عنوان به]] ،یکنواخت است □ سپس $= F^{n+1}(S)$.

کاذب سقف :

1. از □ و □□□□ هازیرمجموعه دو هر گرفتن ما ،یکنواخت است □ که دادن نشان به سفارش در □ ) از زیرمجموعه الف است ( □□□□ ) □ که دادن نشان به نیاز ما و □ ⊆ □□□□ که □□□□ ۱ □ → □ باشند داشته قطعاً ما ، ۱ □ → □ با □□□□ ∈ □ برخی است آنجا که چنین □ شده داده .( □ ⊆ $(X)$ پیش داد نشان ما ،بنابراین . □ از زیرمجموعه الف است □□□□ برای ، □ ∈ $s_1$ آن در که ، [[ $\varphi$ ]] پیش $(X)$ پیش [[ $\varphi$ ]] =( □□□□ ) □ که گیریممی نتیجه راحتی به که از $(Y)$ پیش $(Y)=$ □( □ ).
2. بزرگترین است آن که دادن نشان به . □ از نقطه ثابت الف است [[ $\varphi$ ] [مثال که شده دیده قبلاً باشند داشته ما □□□□ =( □□□□ ) □ با □□□□ مجموعه هر که اینجا دادن نشان به است کافی آن ،نقطه ثابت نقطه ثابت الف چنین از عنصر یک باش □ دهید اجازه بنابراین .[[ $\varphi$ ] [مثال در حاوی باش است مجبور ... استفاده ما که برای .خب عنوان به [[ $\varphi$ ] [مثال در است □ که دادن نشان به داریم نیاز ما . □□□□ که واقعیت

$$\square \in \square\square\square\square = \square(\square\square\square\square) = [[\varphi]] \cap \text{پیش}_{\exists}(X)$$

□ که آنجایی از ،اما ؛ □□□□ ∈ □ برخی برای □ → □ و [[ $\varphi$ ]] ∈ □ که کردن استنباط به □ = □□□□ ∈ □ به استدلال همان که کردن اعمال است ممکن ما ، □□□□ در است ۲ □ برخی برای ۲ □ → □ و [[ $\varphi$ ]] ∈ □ کنیممی دریافت ما و $(X)$ پیش∩ [[ $\varphi$ ]] =( □□□□ ) → ۰ ۰ ۰ → □ → □ مسیر نهایت بی یک ساخت تواندمی بنابراین ما ،القا ریاضی توسط . □□□□ ∈ □□□□ → $s_{n+1}$ → ≥. این چنین □□□ [[ $\varphi$ ]] همه برای □□ ۰. توسط ... □□□ ∈ $\varphi$ [مثال از تعریف ]]، این [[ $\varphi$ مثال عنوان به]] □ مستلزم.
3. باقیمانده است دسترسی قابل -تئو و قبلی مورد از بلافاصله اکنون مورد آخرین ۳.۲۴.۲

توجه ،ابتدا . یابدمی خاتمه و شده کدگذاری درستی به است مثال ،شنبه رویه ... که دیدن تواندمی ما حالا یافته تغییر باش توانستمی (۳.۳۷ شکل) $SAT_{\exists EG}$ روش در $(Y)$ پیش □ $:= Y$ خط که باشید داشته که باشید داشته توجه ،این دیدن به .رویه ... از اثر دادن تغییر بدون $(Y)$ پیش $(\varphi)$ شنبه =: □ به ندارد آن بنابراین ،$(\varphi)$ شنبه □ ،هاحلقه متعاقباً در و ؛$(\varphi)$ شنبه □□□ □ ،حلقه گرد زمان اول ... مثال ،شنبه که واضح است آن ،تغییر ...با . [۲] $(\varphi)$ شنبه یا □ با کردن متقاطع ما آیا که است این مهم ۳.۲۵. قضیه از دارد دنبال به صحت آن بنابراین ; □ از نقطه ثابت بزرگترین ... محاسبه است

### 3.7.3 از درستی شنبه اروپا اتحادیه

$\psi$ $E[\varphi$ یو $\psi]$ معادل ... داشتن توجه توسط شروع ما .مشابه است اروپا اتحادیه شنبه از درستی ... اثبات $(\varphi$ مثال $E[\varphi$ و یو $\psi]$ را آن صورت به $[[E[\varphi]]$ □□□□□□□□□ . یو $\psi]]] = [[\psi]]$ $([[\varphi$ □□ تابع ... از نقطه ثابت الف است $[[[\psi$ یو $\varphi]$ای **]** که ما گویدمی که .$([[[\psi$ یو $\varphi]$ای$]]$ پیش $]]$ این که کردن ثابت تواندمی ما ،از قبل که همانطور .$(X_0)$ قبل $[[\varphi]]$ $([[\psi]] =$ □□□□ $)$ که و ثابت نقطه □□□ □□ □□□□□□□□□ $[[[\psi$ یو $E[\varphi$ **]** که شودمی معلوم .است یکنوا تابع اروپا اتحادیه شنبه تابع ... ۳.۲۴. قضیه از شیوه ... در آن محاسبات واقع در است

سپس .عناصر $n+1$ □□□□. دارای $S$ و شود تعریف بالا صورت به $G$ کنید فرض **۳.۲۶ قضیه** $[[E(\varphi \mathrm{U} \psi)]] = G^{n+1}(\emptyset)$. داریم ما و ، □□ از نقطه ثابت حداقل ... است $[[E(\varphi$ یو $\psi)]]$ ،یکنواخت است □□

[۲] □ از ارزش ... دهنده نشان □□ □□ کجا ، ...□ ۲ □ □ ۱ □ □ . □ هاارزش ... محاسبات کنید سعی ،شکاک هستند شما اگر □□ از بعد گرد تکرارها ... حلقه برنامه ... از قبل تغییر محاسبه کندمی به عنوان به زیر شرح است:

□ . = شنبه $(\varphi)$
□ ۱ = □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0)$
□ ۲ = □ ۱ ∩ پیش ∃ $(Y_1)$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0)$ ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0))$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0))$.

پیش ∃ از یکنواختی ... از کندمی دنبال هابرابری اینها از آخرین

□ ۳ = □ ۲ ∩ پیش ∃ $(Y2_1)$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0))$ ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ قبل ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0)))$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0)))$.

: تغییر از بعد کندمی برنامه ... چه در کن نگاه حالا یکنواختی توسط کندمی دنبال یکی آخرین ... دوباره

□ . = شنبه $(\varphi)$
□ ۱ = شنبه $(\varphi)$ ∩ پیش ∃ $(Y_0)$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0)$ $Y_2$ = □ . ∩ پیش ∃ $(Y_1)$ $Y_3$ = □ . ∩ پیش ∃ $(Y_1)$
= □ . ∩ پیش ∃ $(Y_0$ ∩ پیش ∃ $(Y_0))$.

. □□ روی القا طریق از کردن دنبال بود خواهد اثبات رسمی الف

کاذب سقف :

1. استدلال همان ... اساساً این اما ;( □ ) □□ ⊆ دارد $G(X)$ بر دلالت □ $X \subseteq$ که دهیم نشان باید ،دوباره و رنگتک با است برابر $\mathrm{pre}_\exists(X)$ به □□□□ کندمی ارسال که تابع ... که آنجایی از ، □ برای عنوان به $[\![\psi]\!]$ و $[\![\varphi]\!]$ هامجموعه ثابت با مجموعه که اتحادیه و تقاطع ... دادن انجام به است کندمی الان □□ که همه ]].
2. قضیه طبق ( ) $G^{n+1}$ با است برابر $G$ ثابت نقطه کوچکترین آنگاه ،عنصر $n$ □□□□ +1 دارای $S$ اگر سادگی به .[[ $\mathrm{E}(\varphi$ یو $\psi)$ ] با است برابر مجموعه این که دادن نشان به است کافی آن بنابراین .۳.۲۴ مجموعه خالی ... روی □□ کردن تکرار توسط آوردن بدست ما هاایالت از مهربان چه مشاهده

$\emptyset$ : □□ $^{1}(\emptyset) = [[\psi]] \cup ([[\varphi]] \cap$ پیش $_\exists([[\emptyset]])) = [[\psi]] \cup ([[\varphi]] \cap \emptyset) = [[\psi]] \cup \emptyset = [[\psi$

]]، هاایالت هستند همه که $s_0$ [[$\mathrm{E}(\varphi$ یو $\psi)$]]، کجا انتخاب ما کرد □□ =0 به طبق ... تعریف

،حالا .اینکه تا

$$□□^{2}(\emptyset) = [[\psi]] \cup ([[\varphi]] \cap \text{پیش}_\exists(□□^{1}(\emptyset)))$$

کرد انتخاب □□ □□ ما کجا [[$\mathrm{E}(\varphi$ یو $\psi)$]] ∈ □ آن همه هستند $(\emptyset)$ $^{2}$□□ از عناصر ... که ما گویدمی ما که برای $_0$ □□ ایالت همه از مجموعه ... است $(\emptyset)$ $G^{k+1}$ که دیدن ما ،القا ریاضی توسط .۱ ≤ می ما ، $k$ همه برای داردمی نگه این که آنجایی از .[[$\mathrm{E}(\varphi$ یو $\psi)$]] ∈ □ امن به □ ≤ □□ کرد انتخاب از ،اما ;۰ ≤ □ .نیست با $(\emptyset)$ $G^{k+1}$ هایمجموعه همه اجتماع جز چیزی [[ $(\varphi)$ U $\psi)$ ای] که بینیم $(\emptyset)$ $G^{n+1}$ فقط است اتحادیه این که دیدن ما ، □□ از نقطه ثابت الف است $(\emptyset)$ $G^{n+1}$ که آنجایی .2

ما .$\mathrm{SAT}_{\mathrm{EG}}$ از که به مشابه طور به کندمی دنبال اروپا اتحادیه شنبه از کدگذاری ... از درستی

$\psi)$ ای $\mathrm{SAT}(\psi)$ := □ به $(\!(W \cap \mathrm{pre}_\exists(□))$ ∪ $Y$ := □ خط ... تغییر

گرد زمان اول ... زیرا ،رویه ... از نتیجه ... تغییر نه کندمی این که مشاهده و $(\!(W \cap \mathrm{pre}_\exists(□))$

خیر شودمی باعث آن ،یابدمی افزایش هست همیشه □ که آنجایی از ،و ؛$(\psi)$ شنبه است □ ،حلقه ...

واضح سپس است آن ،تغییر که شده ساخته داشتن .$(\psi)$ شنبه با یا $Y$ با اتحادیه الف دادن انجام ما آیا تفاوت

.۳.۲۴ قضیه از استفاده با □□ از نقطه ثابت حداقل ... محاسبات است فقط اروپا اتحادیه شنبه که

در مثال یک .دهیممی نشان [زیر هایروش] طریق از بالا $G$ و $F$ توابع مورد در را نتایج این ما □ [اف ای] مجموعه ... محاسبات توسط شروع ما .۳.۳۸ شکل در سیستم ... بگیرید نظر فقط است این اف ای از تعریف ... توسط .]]

-اوب ما ،۳.۳۸ شکل از . □ = $\varphi$ دف و تی = $\varphi_1$ دف باشند داشته ما بنابراین .[[ای( □ ) یو تی]]

با است برابر بالا در □□ تابع ... ،بنابراین . □□ = [[ تی] دوره از و $\{s_3\}$ = [[ □ ] تین

G ثابت نقطه کمترین با برابر تی )ای] که آنجایی از . $G(X) = \{s_3\} \cup \mathrm{pre}_\exists(X)$

،اول .شود تثبیت روند این که زمانی تا ∅ روی .□□□□ □□□□□ □□□□ باید ، □□□

□□ $^{1}(\emptyset) = \{s_3\} \cup$ پیش $_\exists(\emptyset) = \{s_3\}$ . (سوم قسمت) ،دوم □□ $^{2}(\emptyset)$ = □□ $(□□^{1}(\emptyset)) = \{s_3\} \cup$

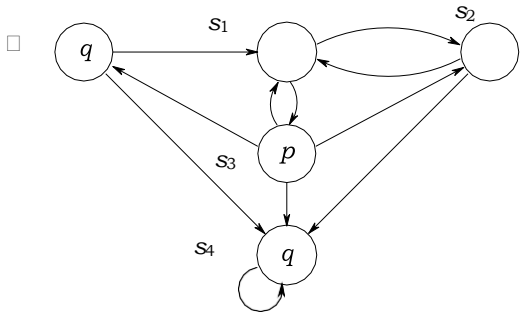
پیش $_\exists(\{s_3\}) = \{s_1$ □ □ $_3\}$ . سوم، □□ $^{3}(\emptyset)$ = □□ $(□□^{2}(\emptyset)) = \{s_3\} \cup \mathrm{pre}_\exists(\{s_1, s_3\}) =$

$\{s_0$ □ □ $_1$ □ □ $_2$ □ □ $_3\}$ . چهارم، $G^4(\emptyset) = G(G^3(\emptyset)) = \{s_3\} \cup$ پیش

$\{_\exists(\{s_0,$ □ $\}$ □ □ $_2$ □ $s3\}$ $\{= s0,$ □ $_1$ □ $\}$ □ $_2$ □ □ $_3$ . ،بنابراین □□ . □ □ $_1$ □

□ $_2$ □ □ $_3$ است □□ از نقطه ثابت حداقل ... ،

[[EF □ = □□ یو )ای]] سپس اما .۳.۲۰ قضیه توسط [[( □□ یو )ای]] است برابر که ]].




هاثابت محاسبه ما که برای سیستم الف **۳.۳۸. شکل**

مجموعه که ،۳.۲۵ قضیه طبق .[[ EG] q ] تنظیم ... از محاسبه ... است مطالعه ما مثال دیگر
] که دیدن ما ۳.۳۸ شکل از □ ف ° = φ که جایی ،بالا □ تابع ... از نقطه ثابت بزرگترین ... است
]] = { □□ □□□ □ بنابراین و { □ ( □□□□ )=
با است برابر [[ EG] q ] که آنجا از .( X ) از قبل ۴ □ ∃ ∩ s o □ ∃ ( X ) = { پیش [[ □□□□ ∃ ]] =
□ ) ۱ □ ،اول .کند می تثبیت فرآیند این تا □ روی F تکرار به نیاز ما ، □ از ثابت نقطه بزرگترین
دارد □□□□□ هر که آنجایی از □ ∩ { ۴ □ □ s o } = ( S ) ∃ پیش ∩ { ۴ □ □ s o } =
→ با · بعضی □□
□□ ·. بنابراین ،□ ۱ ( □ )= { s o □ □ ۴ } .
□ ۲ ( □ )= □ ( □ ۱ ( □ )) = { □□ } ∩ □□ ∃ { ۴ پی ( □ { □ . □ } □ ۴ )=
،دوم
-آنجا . ۴ □ □ . □□
توسط [[ □ مثال عنوان به]] است برابر که ، □ از نقطه ثابت بزرگترین ... است ۴ □ { □ . □ } ،پیش
۳.۲۵. قضیه

## تمرینات 3.8

۳.۱ تمرینات

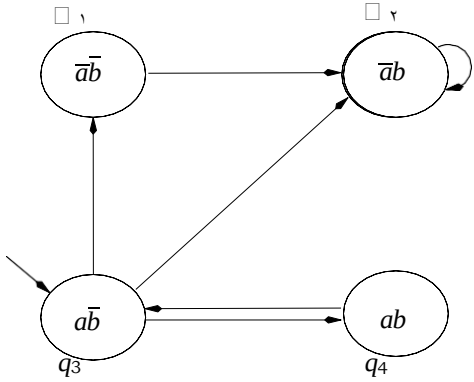
1. محدودیت و آلیاژ کردن بندی طبقه و بنابراین شده انجام هنوز نه باشند داشته شما مورد در ۲.۷ بخش بخوانید ۱۷۲. صفحه در پیشنهادی های‌روش رسمی برای معیارها بندی طبقه ... به طبق آنالایزر آن
2. طبقه سپس .دلیل چه هر برای شما علاقه که هاروش رسمی کردن پیدا به ۴ و ۳ هاسایت‌وب ... کردن مرور و بازدید ۱۷۲. صفحه از معیارها ... به طبق آنها کردن بندی

---

۳.۲ تمرینات

1. هافرمول LTL ... برای درختان کردن تجزیه کشی قرعه:
   (a) ف □ ∧ → جی □ □ دبلیو □
   (b) ف ( □ → □□ □ ∨ ح G) □ ) □ یو □
   (c) □ دبلیو ( □ دبلیو □ )
   (d) جی ف □ → ف ( □ پنجم □□ )

۳ www.afm.sbu.ac.uk
۴ www.cs.indiana.edu/formal-methods-education/




**شکل ۳.۳۹.** مدل الف ⊩ .

2. $\varphi$ : هافرمول ... از کدام هر برای .۳.۳۹ شکل از سیستم ... بگیرید نظر در
   (a) جی □□□
   (b) □□ یو □
   (c) □□□ یو ( □□ ∧ چ □ ) ایکس
   (d) جی ∧ □ چ ایکس ( □□ چ پنجم □ چ )
   (e) ایکس ( □□ ∧ □ ) ∧ ف ( □□ چ ∧ □ چ )
   (i) □□ . کندمی ارضا که □ ۳ ایالت اولیه ... از مسیر الف کردن پیدا
   (ii) آیا تعیین ⊩ □□ ▶ □ ۳ □□ .
3. هامعادل ... کردن ثابت ،(۱۷۵ صفحه) ۳.۱ تعریف از بندها ... از کردن کار:

$$\varphi \text{ یو } \psi \equiv \varphi \text{ W } \psi \wedge \text{ف } \psi$$
$$\varphi \text{ W } \psi \equiv \varphi \text{ U } \psi \vee \text{جی}$$
$$\varphi \ \varphi \text{ W } \psi \equiv \psi \text{ ر } (\varphi \vee)$$
$$\psi) \ \varphi \text{ R } \psi \equiv \psi \text{ W } (\varphi \wedge$$
$$\psi).$$

4. $\varphi$ یو $\psi$ که اثبات $\psi$ یو $(\varphi \quad \psi) \vee$ ف □∧.
5. فرمول LTL ... از هازیرفرمول همه فهرست □ یو □ ف □□ ∨ □ ح □ دبلیو □ ح).
6. سپس و ،معنی است ممکن آن چه بیرون کار .دبلیو برای دوگانه الف باش به باید آنجا «اخلاقی نظر از معنی ... از نامه اول ... روی بر مبتنی نماد الف انتخاب.
7. یو $\varphi$ ▶ □□ بر دارد دلالت $\psi$ ▶ $\varphi$ دبلیو $\psi$ ،هامدل همه از □□ مسیرها همه برای که اثبات □ .
   ۱۸۵. صفحه روی (3.2) سازی معادل از نیم مانده باقی ... کردن ثابت ،است که
8. منطق ای‌گزاره از شکلی عادی نفی ... کندمی محاسبه که ۶۲ صفحه روی اف ان ان الگوریتم ... بیاورید یاد به هارابط اضافی ... برای بندها کنید اضافه برنامه به نیاز شما :بالا عمر طول به الگوریتم این گسترش هافرمول در شده ارائه ما که هامعادل معنایی ... سازی متحرک به باشند داشته بندها این دبلیو؛ و ر ،یو و جی ،ف ،ایکس بخش این.

۳.۳ تمرینات

1. دادگان مدیر : database manager (193 صفحه) ۳.۹ شکل در مدل ... بگیرید نظر در
   * (الف) جی که تأیید (نیاز) جی (مشغول ف <- (نیاز) ها ایالت اولیه همه در داردمی نگه.
   (b) آیا ( نیاز یو مشغول ) مدل؟ که از هاایالت اولیه همه در داشتن نگه
   (c) NuSMV دارد ... به دادن ارجاع از قابلیت ... v متغیر کرد اعلام الف از ارزش بعدی نوشتن با ایالت روی ایحلقه خود ... برداشتن از استفاده با را ۳.۹ شکل از آمدهدستبه مدل . next(v) مدل آن کدگذاری برای next(...) ویژگی NuSMV ... کنید استفاده . مشغول و !درخواست را آن سپس . (مشغول ف <- G(req) مشخصات با NuSMV برنامه یک عنوان به شدهاصلاح کنید اجرا.
2. ۱۹۰ صفحه از ۳.۱۱ نکته تأیید.

* ۳. کشیقرعه ... توسط شده توصیف سیستم گذار ... برنامه پی بی ای.

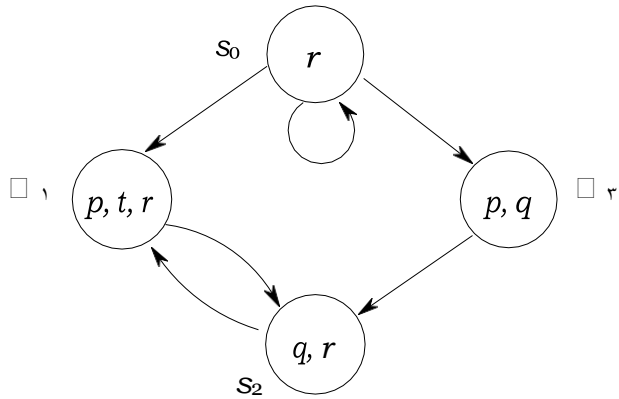
توانیدمی ،برنامه در در کردن نگاه) .برنامه پی بی ای ... از هاایالت دسترسی قابل ۲۸ هستند آنجا :اظهارات R.ack ، R.st ، S.message2 ، S.message1 ، S.st یعنی ،بولی متغیر نه توسط وضعیت که ببینید خروجی آک بالاخره وچان۲ خروجی پیام ، chan.output1 .است شده توصیف، msg ، R.expected ... از رسیده باش تواندمی آنها از ۲۸ فقط ،حال این با .کل در ایالت ۵۱۲ = $2^9$ هستند آنجا ،بنابراین _کانال .کنید بیان را حالت ،متناهی مسیر یک کردن دنبال با اولیه)

ثابت باش به 1چان خروجی پیام و S.message1 تنظیم با مثلاً) کنید نظر صرف پیام محتوای از اگر کردن رسم به پرسید هستند شما چه است این .ها ایالت دسترسی قابل ۱۲ فقط هستند آنجا سپس ،(0.

---

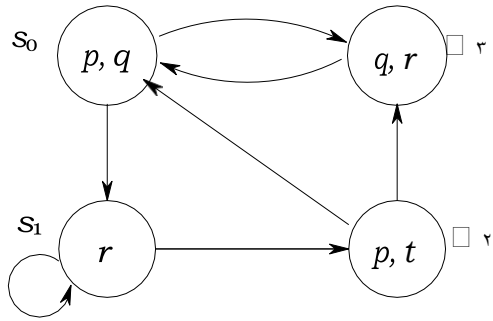
۳.۴ تمرینات

1. هافرمول ال تی سی کردن دنبال ... برای درختان کردن تجزیه ... بنویس:
   * (الف) جی ای □
   * (ب) آ.گ ( $q \rightarrow$ EG) □ )
   * (ج) الف [ □ اف ای یو □ ]
   * (د) جی ای اف ای □ AF □ ، ۳.۱۳ کنوانسیون بیاورید یاد به
   (e) الف [ □ یو □ ]الف یو □ ]]
   (f) ای[ای[ □ یو $q$ ]U □ ]
   (g) آ.گ ( □□□□ ч ∧ الف[ □□□□ یو ( □ الف[ □□ یو □ ])]).
2. هافرمول ال تی سی فرم خوش نه هستند کردن دنبال ... چرا دهید توضیح:
   * (الف) جی ف □
   (b) ایکس ایکس □
   (c) الف جی □
   (d) ف [ □ ] یو □ ]
   (e) ایکس مثال □
   * (و) AEF □
   * (گ) اف [( □ یو ( $q_1$) ( □ یو □□ )].
3. ... کشی قرعه ،فرم خوش هستند که آن برای هافرمول ال تی سی فرم خوش هستند زیر هارشته ... از که ایالت نه چرا که دهید توضیح ،فرمخوش نه هستند که آن برای درخت کردن تجزیه.




**شکل ۳.۴۰.** ها ایالت چهار با مدل الف.

(الف) ( ) ( ) ( )
(ب) □ ایکس
* (ج) AX □
(د) □ □ یو (ایکس) ( )
* (هـ) ای[(ایکس) □ ) ( ) ( ( □□))]
* (و) (ف □ (AG □ )
(g) (جی ای □) (مثال عنوان به □ ).
* ۴. یو □ ]الف □ □ ) یو □ □ ]الف → □□□□ ) گ.آ فرمول ... از هازیرفرمول همه فهرست □ ])]).
5. آیا E[ نیاز یو دارد؟ بودن مشغول [ را در تمام حالت های اولیه مدل در شکل ۳.۹ صفحه ۱۹۳؟
6. بگیرید نظر در ... سیستم در شکل ۳.۴۰.
(a) آغاز از ایالت □ □ . ، باز بودن نهایت بی یک به سیستم این کردن توجیه و ،درخت کشی قرعه (درخت که از هالایه چهار اول ... =) ۴ طول به بالا مسیرها محاسبه همه.
(b) آیا که کنید تعیین □ $s_0$ ▶ $\varphi$ و □ □ ۲ ▶ $\varphi$ نگه داشتن و توجیه کردن شما ،پاسخ که است: CTL یا LTL فرمول $\varphi$ آن در
* (i) □□□□ □□□□□
(ii) □□ ف
*(iii) EG □
(iv) ای ( □ □ یو □ )
(v) □ ف
(vi) □ اف ای
(vii) □ جی ای
(viii) جی ( $\wedge q$ ). (پیرسون همبستگی ضریب)
7. بگذارید = ( □ □ □ □ ) بگذارید و ال تی سی برای مدل هر باش [[ $\varphi$ ] از مجموعه ... دادن نشان ... بازرسی توسط هاهویت مجموعه کردن دنبال ... اثبات . □□ ▶ □□□ که □□ □ همه ۲۱۱. صفحه از ۳.۱۵ تعریف بندهای
* (الف) [ تی ]] = □□ ،
(b) [ ⊥ ]] = ∅




**شکل ۳.۴۱.** ها ایالت چهار با مدل دیگری.

(c) [ چ $\varphi$ ]] = □ — [[ $\varphi$ ]]،
(d) [$\varphi$ ۱ ∧ $\varphi$ ۲]] = [[ $\varphi$ ۱]] ∩ [[ $\varphi$ ۲]]
(e) [$\varphi$ ۱ پنجم $\varphi$ ۲]] = [[ $\varphi$ ۱]] ∪ [[ $\varphi$ ۲]]
* (و) [ $\varphi$ ۱ → $\varphi$ ۲ ]] = ( □ — [[ $\varphi$ ۱]]) ∪ [[ $\varphi$ ۲]]
* (گ) [ ایکس $\varphi$ ]] = □ — [[مثال چ $\varphi$ ]]
(h) [ الف( $\varphi$ □ یو $\varphi$ ۲)]] = [ چ (ای( $\varphi$ ۱ یو چ $\varphi$ ) ∧ $\varphi$ ۱ چ ) ((پنجم ای چی $\varphi$ ۲ چ)]].

8. آیا بررسی ۳.۴۱. شکل در ▶ □ □ ▶ $\varphi$ و ▶ □ □ ۲ مدل ... بگیرید نظر در $\varphi$ های‌فرمول برای داشتن نگه CTL $\varphi$ :
(a) اف □
(b) اف ای) گ.آ ( ∨ □□ ))
(c) مثال) مثال □ )
(d) ف.آ) گ.آ □ ).

* ۹. از معنی ... ال تی سی در اپراتورها شده مشتق عنوان به هارابط شده اصلاح (شش) چنین کردن تعریف. اف ،جی ای ،جی ای ،اروپا اتحادیه ،آئورلی دانشگاه و LTL در یو و جی ،ف اپراتورها زمانی ... از معنی اف ای ،مثال برای . آینده شودمی شامل حاضر «آن» که چنین باش به شده تعریف بود ال تی سی در اف ای و اپراتورها متناظر مانند بود خواهد یکی اغلب ایالت که برای درست است □ اگر ایالت الف برای درست است □ به ۲۰۸ صفحه روی زبان دستور ... از هارابط مناسب کنید استفاده . حال کندمی مستثنی آینده ... که چنین

10. جفت از یکی از مدلی ،نیستند که آن برای معادل؟ هستند هافرمول ال تی سی از هاجفت کردن دنبال ... از کدام نیست دیگری از مدلی که دهندمی نشان را ها:
(a) جی ای و $\varphi$ اف ای $\varphi$
* (ب) اف ای و $\psi$ اف ای پنجم $\varphi$ اف ای ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )
* (ج) اف و $\psi$ اف پنجم $\varphi$ اف ( $\varphi$ پنجم $\psi$ )
(د) چ اف $\varphi$ و ч EG $\varphi$
* (هـ) چ اف ای $\varphi$ و ч AF $\varphi$
(f) الف [ $\varphi$ ۱ یو $\varphi$ ۲ ]الف و [[ $\varphi$ ۳ یو $\varphi$ ۲ ]الف] ،[ $\varphi$ ۱ یو $\varphi$ ۲ ] U $\varphi$ ۳ :اشاره آن ساختن است ممکن آن ترساده
مسیر یکی فقط باشند داشته که هامدل درباره اول کردن فکر شما اگر
(g) ⊤ و گ.آ $\varphi EG$ → $\varphi$
* (ح) ⊤ و جی ای $\varphi$ → AG □□ .

11. هامعادل کردن دنبال ... ساختن به ،؟ ... کردن جایگزین به اپراتورها کردن پیدا:

* (الف) گ.آ ( $\varphi \wedge \psi$ ) $\equiv$ AG $\varphi$ ? گ.آ $\psi$
(ب) اف ای □□ $\equiv$ ؟؟ □□

12. بیان صراحت به ،است شده تعریف 217 صفحه در که همانطور ،را غیره و AR زمانی ربط حروف معنای کنید.

13. اثبات ... هامعادل (3.6) روی صفحه ۲۱۶.

* ۱۴. به و کنید وارد $\varphi$ دلخواه CTL فرمول یک عنوان به گیردمی که ترجمه تابع بازگشتی الف برای کد شبه بنویس مجموعه در آن عملگرهای تنها که .□□□□□□□□□□□□ $\psi$ □□ معادل CTL فرمول ،خروجی عنوان { مثال □ اروپا اتحادیه □ اف □ $\wedge$ □ چ □ هستند $\bot$ } .

---

۳.۵ تمرینات

1. اکسپرس ... ممکن نیست کدام هیچ اگر .است ممکن که زمان هر LTL و ال تی سی در خواص کردن دنبال ،
اکسپرس به کنید سعی ... ال تی سی در ملک*:
* (الف) که زمان هر □ توسط شده دنبال است (مراحل بسیاری متناهی طور به از بعد) ،سپس ... سیستم
تا دهدمی رخ $r$ خیر که در «فاصله» یک شودمی وارد □□ .
(b) کد تر آسان آن کردن پیدا است ممکن شما) مسیرها محاسبه همه روی □□ و □□ است مقدم $p$ رویداد ...
.اول مشخصات که از نفی)
(c) روی کردن اعمال به بود منظور است محدودیت این (کجا؟) .است درست هرگز است □ ، □ از بعد
.محاسباتی مسیرهای تمام)
(d) بین ... رویدادها □ و □ ، است درست هرگز است □ رویداد.
(e) بخش رضایت هاایالت به هاانتقال □ در دادن رخ بار دو بیشترین.
* (و) ملک □ است درست برای هر مسیر الف همراه ایالت دوم.

2. صفحات از مشخصات الگوهای عملی ... برای هافرمول ال تی سی و LTL ... چرا جزئیات در دهید توضیح
است شده بیان ساده انگلیسی زبان به خواص «غیررسمی» داشت اظهار ... گرفتن ۲۱۵ و ۱۸۳ .

3. ( گ.آ □□ اف → □ اف □□ ف → □ ف } = ف هافرمول LTL/CTL از مجموعه ... بگیرید نظر در
□ AF→ ) .
□ }
(a) آن؟ در داشتن نگه هافرمول همه که چنین مدل الف آنجا آیا
(b) هر برای $\varphi$ $\in$ F ، است $\varphi$ که چنین مدل الف آنجا است ... فقط فرمول از مدل راضی هستیم؟
(c) از فرمول خیر که در مدل الف کردن پیدا F هاداشتن نگه.

4. هست؟ چی بده توضیح دقیقاً .((( $t$ ف.آ) آکس □ $\wedge$ ) اف □→ ) گ.آ فرمول ال تی سی ... بگیرید نظر در
□□ و □□ ، □ رویدادها از وقوع از سفارش ... از اصطلاحات در کندمی بیان .

5. هافرمول منطق ای‌گزاره از منفی نرمال فرم ... کندمی محاسبه که ۶۲ صفحه از NNF الگوریتم دهید گسترش
هافرمول ایالت) نحوی های بندی دسته دو شرایط در شده تعریف است *ال تی سی که آنجایی از .*ال تی سی به
که راه الف در دیگر کدام هر بگیرید تماس که اف ان ان از هانسخه جدا تا دو کندمی ایجاب این ،(مسیر های‌فرمول و
است آمده ۲۱۸ صفحه در که CTL* سینتکس توسط شده منعکس است.

6. که دادن نشان ،یعنی ، هافرمول *ال تی سی از هاجفت کردن دنبال ... کندمی متمایز که سیستم گذار الف کردن پیدا
معادل نه هستند آنها:
(a) □ گ.آ اف و □ جی اف
* (ب) □ اف ای گ.آ و □ ف گ.آ
(ج) الف[( □ یو □ ) پنجم ( □ یو □ )] الف و [( □ پنجم □ ) U □ )]

* (د) الف [ □□□□□□ XX □ ] و آکس □ آکس ایکس ای □
(هـ) ای [جی] ف □ و ای جی اف □ .

7. نه است ۳.۵.۱ بخش در شده معرفی ساده CTL به هافرمول مسیر از هاترکیب بولی با ال تی سی از ترجمه برای هامعادل ال تی سی کردن اختراع .کامل:
* (الف) ای [اف] □ ( □ ) یو □ )]
* (ب) ای [اف] □ □ جی □ ].
E[ φ ψ ]. (ψ) فرم از هافرمول E[ φ ψ ] فرم ... از هافرمول همه با شده پرداخته باشند داشته ما ،راه این در شده نوشته باش تواندمی E[ψ ] E[ φ ] الف و E[ φ ] ای عنوان به شده بازنویسی باش تواندمی ای φ ].
ال تی سی در کردن دنبال ... بنویس به ترجمه این کنید استفاده:
(ج) ای [( □ یو □ ) □ ف □ ]
* (د) الف [( □ یو □ ) □ جی □ ]
* (هـ) الف [ف] □ ف □ ].

8. A[ p W q ] ،یعنی ،آخر بخش پایان در آ برای شده داده گسترش ... دادن نشان به است ورزش این از هدف ای [ q U ( □ □ )]. ≡ □ □ □ □
(a) (مدلی هر از ایالت هر در درست ،یعنی) معتبر هستند هافرمول LTL کردن دنبال ... که نمایش:
(i) □ یو □ ( □ □ □ ) □ جی □
(ii) جی □ □ □ □ □ □ یو □ ( □ □ ).
(b) گسترش ( ( □ یو □ ) □ جی p ) معادل و مورگان د قوانین از استفاده با LTL ( φ ) یو ψ ) ( □ ψ یو ( φ ≡ □ □ )) □ ف □ □ □
(c) نمایش ،بالا (ii) و (من) حقایق ... و گسترش شما از استفاده با □ ( ( p U q ) □ G □ ) ≡ □ q U □ ( p □ q ) و این از نظر مورد گسترش که دهید نشان رو صحیح فوق AW است.

---

## ۳.۶ تمرینات

* ۱. $\varphi_1$ را تأیید کنید به $\varphi_4$ برای گذار سیستم شده داده در ۳.۱۱ شکل صفحه ۱۹۸. (یا: ۱۹۸.) نیاز آنها از یک کدام به فرمول ال تی سی الف بنویس به کنید امتحان ... در شرط و قید بدون یابی‌توالی و کننده مسدود غیر کندمی اعمال که ۳.۱۰؟ شکل در برنامه وی ام اس ... از هامحدودیت انصاف ... داشتن
۲. ... در شرط و قید بدون یابی‌توالی و کننده مسدود غیر کندمی اعمال که فرمول ال تی سی الف بنویس به کنید امتحان ... (196 صفحه) ۳.۱۰ شکل در برنامه وی ام اس ... برای ،زمان همان
* ۳. محرومیت متقابل از $\varphi_4$ و $\varphi_3$ ، $\varphi_2$ ، $\varphi_1$ هافرمول ... چک به الگوریتم زدن برچسب ... کردن اعمال دادگان مدیر : database manager (188 صفحه) ۳.۷ شکل در مدل
4. محرومیت متقابل از $\varphi_4$ و $\varphi_3$ ، $\varphi_2$ ، $\varphi_1$ هافرمول ... چک به الگوریتم زدن برچسب ... کردن اعمال دادگان مدیر : database manager (191 صفحه) ۳.۸ شکل در مدل
5. □ ایالت هر برای که داشتن نیاز اثبات شما آیا .هامدل همه در داردمی نگه ۲۲۸ صفحه روی (3.8) که اثبات □□□□□□□□□□ □ با ۰ دارد وجود □ → □ ۰?
6. هر در ،حالت هر در ($p$ $p$) فرمول روی را آن اگر که دهید توضیح ،گذاری‌برچسب الگوریتم تعریف بررسی با افتدمی اتفاقی چه ،کنید اجرا (مدلی. □ □
7. در آن بازنویسی بدون ، $AG\,\psi_1$ برای ویژه رویه یک نوشتن با ۲۲۷ صفحه در کنید اصلاح را SAT کد شبه های‌فرمول دیگر از اصطلاحات [۵].

[۵] سوال: آیا روال شبیه بیشتر شما روال AF بود خواهد EG روال شبیه بیشتر چرا؟ ۲۲۴؟ صفحه در

* ۸. بنویس ... شنبه برای کد شبه ، EG روی بر مبتنی ... توضیحات در حذف از اصطلاحات شده داده های‌برچسب
بخش در ۳.۶.۱.

* ۹. برای انحصار انتقال سیستم یک ،متقابل بحرانی آنها شوید وارد به مجبور را فرآیند دو که کنید رسم سخت در بخش بحرانی
آن اولیه‌حالت از نادرست است $\varphi_4$ که دادن نشان و توالی گیر .

10. ▶ □□ چرا دهید توضیح به هافرمول ال تی سی و هاایالت بین ▶ از تعریف از استفاده
$(s)$ . ها در شروع مسیر هر همراه اغلب نهایت بی درست است $\varphi$ که یعنی $\varphi$ اف گ.آ

* ۱۱. محاسبه الف از هاایالت بسیاری نهایت بی روی درست است $\varphi$ فرمول ال تی سی الف که نمایش (.۱۱ :یا)
که چنین □ ≥ □□□ برخی است آنجا 0 ≤ □ همه برای iff ... □ → □ → □ ۲ → مسیر
□ □ ▶ □□ .

12. کنید اجرا ... NuSMV امتحان هامثال برخی روی سیستم کنید اظهار نظر بیرون یا ،حذف کردن،
.کندمی تولید NuSMV های‌مثال شمارنده ... دیدن و ،اجرا قابل اگر ،هامحدودیت انصاف ... از برخی
.دویدن به آسان خیلی است NuSMV

13. کردن درج ،یکی مجرد الف عنوان به بنویسیم را این توانستیمی .دارد وجود انصاف محدودیت دو ،بیتی تک کانال در
آن شده ساخته و دو به فرمول طولانی ... شده جدا باشند داشته توانستیمی ما یا ،فرمول طولانی ... و دویدن بین '&'
هامحدودیت انصاف سه از مجموع الف به
$\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge$ محدودیت انصاف مجرد ... بین تفاوت ... است چه ،عمومی در
برنامه وی ام اس یک بنویس ؟ $\varphi_1$ ، $\varphi_2$ □...□ $\varphi_3$ هامحدودیت انصاف □ ... و $\varphi_4 \wedge \cdots$
تواندمی شما) ب و الف انصاف های‌محدودیت دو ... به معادل نه است که ب و الف محدودیت انصاف الف با
.وی ام اس از خطوط چهار در آن دادن انجام واقع در)

14. بخش بحرانی آنها شوید وارد .شودمی استفاده ،ندارند ... به نیازی فرآیندها اینکه بیان برای ، $\varphi 4$ فرمول ساختار توضیح
دارد؟ می نگه است $\varphi_1$ ایمنی خاصیت که واقعیت ... روی کردن تکیه آن آیا .دنباله گیرسخت در

* ۱۵. محاسبه ... ای □□ جی ترتیب برهابر شکل در موجود کد از هامحدودیت انصاف ... شده داده ،۳.۱۱ شکل برای
۱۹۶. صفحه در ۳.۱۰.

---

## ۳.۷ تمرینات

1. توابع ... بگیرید نظر در

□□ ۱ □ □□ ۲ □ □□ ۳ : پ ({ 1 □ ۲ □ ۳ □ ۴ □ ۵ □ ۶ □ ۷ □ ۸ □ ۹ □ ۱۰ } ) → پ
({ 1 □ ۲ □ ۳ □ ۴ □ ۵ □ ۶ □ ۷ □ ۸ □ ۹ □ ۱۰ })

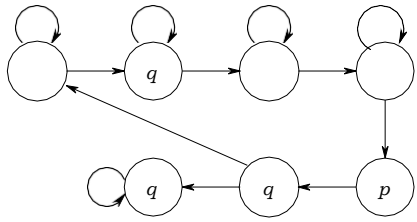
توسط شده تعریف

$$\square\square_1(\square) \stackrel{\text{def}}{=} \square - \{1 \square 4 \square 7\}$$
$$\square\square_2(\square) \stackrel{\text{def}}{=} \{2 \square 5 \square 9\} - \square$$
$$\square\square_3(\square) \stackrel{\text{def}}{=} \{1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5\} \cap (\{2 \square 4 \square 8\} \cup \square)$$

□ ⊆ { ۱ □ ۲ □ ۳ □ ۴ □ ۵ □ ۶ □ ۷ □ ۸ □ ۹ □ ۱۰ } همه برای .

* (الف) هستند توابع اینها از کدام که آنهایی که یکنواخت؛ هستند توجیه نیستند؟ که شما در هر مورد پاسخ دهید.

* (ب) □□ □□□□ تکرارها از استفاده با □□ ۳ ثابت نقاط بزرگترین و حداقل
۳.۲۴. قضیه و ... □ ۲ □ ۱ = □□ با




**شکل ۳.۴۲.** هاثابت محاسبه ما که برای سیستم دیگری

(c) آیا □□ ۲ باشند داشته هر ثابت؟ امتیاز

(d) بیاورید یاد به □□ : پ ( { $s_0, s_1$ } ) → پ ( { $s_0, s_1$ } ) با

□□ ( $\stackrel{\text{def}}{\square}$ ) = اگر □ = { $s_0$ } سپس { $s_1$ } دیگری { $s_0$ }.

اعداد غریب و عجیب همه برای □□ است برابر □□ که دادن نشان به القا ریاضی کنید استفاده
؟ □□ اعداد حتی برای مانند کن نگاه □□ کندمی چه .۱ ≥□

* ۲. باش ( □ ) P( □ ) → □ : دهید اجازه و □ از هازیرمجموعه دو باش □ و □□□ بگذارید
که دهید نشان .یکنواخت تابع الف:

(الف) یکنواخت؛ است ( □ ) پ → ( □ ) پ : □ ( □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ □□□ ∩ □ ( □ ) با □ ( □ ) $_1$

(ب) یکنواخت است (( □ ) پ → ( □ ) پ : □ ( □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ □□□ ∪ ( □ ∩ □ ( □ )) با □ ( □ ) $_2$

□□ ۲

3. :(است آمده ۳.۴۲ شکل در مدل زیربنایی ) هامجموعه کردن دنبال ... محاسبه به ۳.۲۶ و ۳.۲۵ قضایا کنید استفاده
   (a) [ اف ای ] □ ]]
   (b) [ مثال ] □ ]].

4. نقطه کمترین [[ $\varphi$ ] آف ] که کردن ثابت ( $X$ ) ∀ پیش ∪ [[ $\varphi$ ]] = ( □□□□ ) □ تابع ... از استفاده با
   .دهدمی خاتمه و درست است AF شنبه رویه ... که کنید استدلال رو این از . □ از است ثابت

* ۵. تابع .بگیرید نظر در ثابت نقطه یک عنوان به مستقیماً □□ $\varphi$ کند محاسبه را AG است ممکن همچنین یکی
   نمایش .( $X$ ) ∀ پیش [[ $\varphi$ ]] = $H$ ( $X$ ) با ( □ ) ∩ ( □ ) : □□□□□□□ □□□□ P→□ P□ □ $H$
   به بینش که کنید استفاده . □□ از نقطه ثابت بزرگترین ... است [[ $\varphi$ ] جی ای ] اینکه و رنگتک است □ که
   رویه الف بنویس SAT $_{AG}$ .

6. با ،نقطه ثابت الف عنوان به مستقیماً [ $\varphi_1$ U $\varphi_2$ ] الف محاسبه است ممکن یکی ،مشابه طور به
   ( $X$ ∀ پیش ∩ [[ $\varphi_1$ ]]) ∪ [[ $\varphi_2$ ]] = ( □□□□ ) □ کجا ،( □ ) پ → ( □ ) پ : $K$ از استفاده
   کنید استفاده . □ از نقطه ثابت حداقل ... است [[[ $\varphi_2$ یو $\varphi_1$ ] الف ] که و است یکنواخت □ که نمایش .((
   بینش که

فرم از هاتماس همه رسیدگی به روال که استفاده شما توان‌می . جنوبی استرالیای دانشگاه ،شنبه رویه الف بنویس به
همینطور؟ هم AF $\varphi$

7. که اثبات [ الف ] [ $\varphi_1$ یو $\varphi_2$ ]]] = [ $\varphi_2$ ] پنجم ( $\varphi_1$ ∧ آکس (الف) [ $\varphi_1$ ) یو $\varphi_2$ ]))]].

8. که اثبات [ جی ای ] [ $\varphi$ ]] = [[ $\varphi$ ∧ آکس (جی ای $\varphi$ )]].

9. ترمی همیشه SAT $_{EG}$ و اروپا اتحادیه شنبه برای کد ... در عبارات تکرار که نمایش
   معتبر همه برای یابدمی خاتمه شنبه برنامه اصلی ... که غیررسمی طور به دلیل به واقعیت این کنید استفاده نیت
   ، بگیرید تماس AU با برای یکی ... مانند ،زیربندها برخی که باشید داشته توجه . □□ هافرمول ال تی سی
   ندارد؟ خاتمه بر تاثیری موضوع این چرا .ترپیچیده فرمولی با و بازگشتی صورت به SAT

## 3.9 هایادداشت کتابشناختی

بود چیزی به شبیه او منطق ؛۱۹۶۰ دهه ... در پیشین .الف فیلسوف ... توسط شد اختراع بود منطق زمانی توسط بود هابرنامه همزمان درباره استدلال برای زمانی منطق از استفاده اولین .نامیمی LTL را آن اکنون که دهه اوایل طول در) امرسون EA و کلارک .ای توسط شد اختراع بود CTL منطق .[Pnu81] پنوئلی .الف و CTL به (۱۹۸۶ در) هالپرن .جی و امرسون .الف .ای توسط شد اختراع بود *ال تی سی و ؛(۱۹۸۰ کنید یکی را LTL .

و کوئیل .جی توسط و شد اختراع [CE81] Emerson EA و E. Clarke توسط CTL مدل بررسی و واردی .م توسط شد اختراع بود بررسی LTL مدل برای شده توصیف ما تکنیک .[QS81] سیفاکیس .جی سی] و [ال۹۳جی‌سی] در شد پیدا باش تواندمی هاایده اینها از برخی از هانظرسنجی .[VW84] ولپر .پ .[01 مارس] در کرد ثابت است هارابط ال تی سی از هامجموعه کافی مورد در قضیه .[پی۹۹جی

از کد منبع با است موجود و [ام۹۳مک] میلان‌مک .ک توسط شده نوشته بود سیستم وی ام اس اصلی .م و ،سیماتی .الف توسط ترنتو در یافته توسعه ،مجدد سازی‌پیاده است [۷] وی‌امنواس . [۶] دانشگاه ملون کارنگی NuSMV مورد در گسترده مستندات . است شده طراحی پذیری‌توسعه و سازی‌سفارشی هدف با و روری به زبان توضیحات سیستم همان ... اساساً کندمی پشتیبانی NuSMV .سایت که در شد پیدا باش تواندمی به .هاالگوریتم از بیشتری تنوع و کاربری رابط کاربر یافته بهبود یک دارد آن اما ،وی ام اس CMU عنوان کندمی پشتیبانی NuSMV ،مشخصات ال تی سی کندمی بررسی فقط CMU SMV که حالی در ،مثال عنوان است [۸] وی ام اس کادانس .[BCCZ99] بررسی مدل شده محدود وسایل NuSMV .ال تی سی و LTL ایالت ... دهی‌آدرس از های‌راه عنوان به انتزاع و هاسیستم ترکیبی روی متمرکز چکر مدل نو کاملاً یک توسط یافته توسعه همچنین بود آن .مشکل انفجار

.دهدمی گسترش بسیار را آن اما است اصلی SMV شبیه آن توصیف زبان و میلان‌مک .ک

عنوان به چنین) کندمی آوری‌جمع مختلف های‌چارچوب در را پرکاربرد مشخصات الگوهای که سایتی‌وب توسط شده نگهداری است (عبارات منظم و LTL ،ال تی سی

.[۹] دیلون .ل و کوربت .جی ،آورونین .جی ،دوایر .م

پذیری‌ترکیب و هاتقارن ،انتزاعات سوءاستفاده به هاتلاش شودمی شامل بررسی مدل در تحقیق فعلی .مشکل انفجار ایالت ... از تأثیر ... دادن کاهش سفارش در [سد۹۶ ،لون۸۳ ،CGL94]

،است LTL زمانی منطق بر مبتنی و شده طراحی ناهمزمان های‌سیستم برای که ،Spin مدل کننده‌بررسی ... روی بر مبتنی ۲ آر دی اف شود می نامیده چکر .کنید پیدا A model. [10] Spin سایت‌وب در توانیدمی را موجود است پی اس سی جبر فرآیند [۱۱] .

[۶] www.cs.cmu.edu/~modelcheck/
[۷] nusmv.irst.itc.it
[۸] www-cad.eecs.berkeley.edu/~kenmcmil/
[۹] patterns.projects.cis.ksu.edu/
[۱۰] netlib.bell-labs.com/netlib/spin/whatispin.html
[۱۱] www.fsel.com.fdr2 دانلود.html

برای ابزارها افزارنرم مشابه هستند [۱۳] کارولینا شمال از کار میز همزمانی و [۱۲] کار میز همزمانی ادینبورگ بررسی پذیرتوسعه و تنظیم قابل ماژولار مدل یک از ای‌نمونه .همزمان های‌سیستم از تحلیل و طراحی ... است [۱۴] بوگور افزارنرم همزمان از تأیید ... برای هاچارچوب .

ام ،MP91] کنیممی اشاره آنها به ما دارد؛ وجود واکنشی های‌سیستم تأیید مورد در زیادی درسی های‌کتاب از شده دانلود باش تواندمی فصل این در حاوی کد وی ام اس .[هول۹۰ ،روز۹۷ ،۹۵ پی وبسایت آدرس) . www.cs.bham.ac.uk/research/lics/ www.cs.bham.ac.uk/research/lics/)

[۱۲] www.dcs.ed.ac.uk/home/cwb
[۱۳] www.cs.sunysb.edu/~cwb
[۱۴] http://bogor.projects.cis.ksu.edu/

# ۴

# تأیید برنامه

است کنترل کجا ،فرآیندها ارتباط برقراری از هاسیستم تأیید برای مناسب هستند فصل قبلی ... از هاروش آن که کردیم تکیه واقعیت این به ما . پیچیده □□□□□□□ بدون هستند آنجا اما ،مسئله اصلی ... متوالی برای معتبر نه هستند فرضیات اینها . □□□□□ □□□□□□ الف در (انتزاعی) هایسیستم ممکن هابرنامه ،موارد آن در فصل این از موضوع ... ،پردازنده مجرد الف روی اجرا حال در هایبرنامه ،فهرست ،صحیح عدد نوع متغیرهای کردن اعتراف ما بار یک – و بدیهی غیر هایداده کردن دستکاری است □□□□□□□□ حالت فضای با آلات ماشین از دامنه ... در هستند ما – درخت یا

این از هاروش ... ،فصل آخرین ... است شده ارائه ... ابتدای در که تأیید هایروش بندیطبقه نظر از هستند فصل

به ،به در دریافت تواندمی سیستم ... که ایالت هر چک جامع طور به نه دادن انجام ما **.اثبات بر مبتنی** اینکه به توجه با ،است غیرممکن باش بود خواهد این کردن؛ بررسی مدل با کندمی یکی عنوان ... که اثبات الف ساخت ما ،عوض در .باشند داشته متقابل مقدار نهایتبی توانندمی برنامه متغیرهای است این انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات الف از استفاده با ،دست در ملک ... کندمی ارضا سیستم انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات مناسب الف از استفاده با کجا ،۲ فصل در وضعیت ... به مشابه فرمول گزاره از مجموعه الف از هامدل بسیاری نهایت بی چک به داشتن از مشکل ... .کرد اجتناب متوالی الف از اعتبار ... کردن برقرار به سفارش در منطقی های

خود مشخصات برنامه یک اینکه کردن اثبات در درگیر مراحل ... از بسیاری اگرچه **.اتوماتیک نیمه** حمل باش تواندنمی که و هوش برخی کردن شامل که دارد وجود مراحلی ،است مکانیکی کند برآورده را خوب اغلب هستند آنجا ،ببینید اراده ما که همانطور .کامپیوتر الف توسط الگوریتمی بیرون شده ،فصل آخرین ... از وضعیت با تضادها این .وظایف اینها کامل نویس برنامه ... کمک به اکتشافات .خودکار کامل طور به بود که

مشخصات پر الف از بلکه برنامه الف از خواص تأیید ما ،فصل قبلی ... در مانند فقط **.محور دارایی** .رفتار آن از

است معنی این به «متوالی» . متوالی تحول های‌برنامه است فصل این در کاربرد از دامنه **.کاربرد** دامنه همزمانی خیر هستند آنجا که و پردازنده مجرد الف روی شودمی اجرا برنامه کنیممی فرض ما که انتظار مورد است ،محاسبه برخی از بعد ،و ورودی یک گیردمی برنامه ... که یعنی «گراتحول» .مسائل در شده ریزی‌برنامه اغلب هستند جاوا در اشیاء از هاروش ،مثال برای .خروجی یک با دادن خاتمه به مورد نه هستند که .است تضاد در ،دارد تمرکز واکنشی های‌سیستم بر که قبلی فصل با این .سبک این .زیست محیط آنها با پیوسته دادن نشان واکنش که و دادن خاتمه به نظر

کوچک قطعات برای کدنویسی فرآیند طول در باش باید فصل این از هاتکنیک **.توسعه از بعد/قبل** و وظیفه (تعیین قابل ،رو این از و) شناسایی قابل . شودمی استفاده ،دهندمی انجام را کاری که برنامه عملکردی از اجتناب به سفارش در فرآیند توسعه ... طول در شده استفاده باش باید رو این از اشکالات

## کد؟ تأیید و کردن مشخص ما باید چرا 4.1

... به این بر علاوه ناخوشایند یک عنوان به شده ادراک اغلب است کد تأیید و کردن مشخص از وظیفه زیر موارد ... شدن شامل تأیید از لطف در هااستدلال .یکی پوشی‌چشم قابل الف و شغل نویس برنامه:

- برنامه الف مستندسازی از فرآیند ... و مستندسازی آن ... در مهمی جزء ،برنامه یک مشخصات **:مستندسازی** شده نوشته زیر صورت به که ،رسمی مشخصات منطقی ساختار .کند حل را مهم مسائل یا بردن بالا است ممکن برای تلاش در اصل کردن هدایت الف عنوان به کندمی خدمت معمولاً ،منطق مناسب الف در فرمول الف است .دارد می نگه آن که در سازی‌پیاده یک بنویس
- و پرهزینه است فاز آزمایش طول در هاسیستم بزرگ زدایی‌اشکال **:بازار به ورود زمان** تأیید که است داده نشان تجربه هامکان دیگر در اشکالات جدید کردن معرفی اغلب «اصلاحات» محلی و گیر وقت کاهش توجهی قابل میزان به را افزارنرم نگهداری و توسعه زمان مدت تواندمی رسمی مشخصات به توجه با هابرنامه و هانقش ... سازی شفاف ... در کردن کمک و فاز ریزی‌برنامه ... در خطاها بیشترین بردن بین از . دهد .اجزا سیستم از های‌جنبه ساختاری
- که آنجایی از ،مجدد استفاده به ترآسان است افزارنرم شده تأیید و شده مشخص درستی به **:بازسازی** .دادن انجام به بود منظور است آن چه از مشخصات واضح الف باشند داشته ما
- در هاسیستم سازی خنک کنترل مانند - ایمنی اهمیت با کامپیوتری های‌سیستم **:گواهینامه صدور های‌ممیزی** تأیید و شده مشخص باش افزارنرم آنها که تقاضا – هواپیماها مدرن از خلبان کابین یا ،هاایستگاه قدرت ای‌هسته حیاتی تجاری نظر از است ممکن دیگر های‌برنامه .باشد رسمی امکان حد تا و گیری سخت زیاد عنوان به با شده در صحیح عملکرد برای ضمانتی :شوند ارائه ضمانت با باید و ،هابانک استفاده مورد حسابداری افزارنرم مانند ،باشند الف چنین واقع در است مشخصات آن کندمی برآورده را الزامات برنامه یک اینکه اثبات .مناسب استفاده شرایط .گارانتی

ادراک ... روی دارد بستگی کد از صحیح تأیید از مزایا ... پذیردمی صنعت افزارنرم ... که به مدرک ،بخشدمی بهبود فناوری تأیید که همانطور آن داشتن از مزایا شده ادراک و آن کردن تولید از هزینه اضافی شده آن روی دارد بستگی ،جامعه بر آن تأثیر میزان و افزارنرم پیچیدگی افزایش با و هستند؛ کاهش حال در هاهزینه تأیید از اهمیت ... که داشتن انتظار تواندمی ما ،بنابراین .است مهم بیشتر شدن هستند مزایا ... ،افزایش تکنیک A# فناوری نوظهور مایکروسافت .هادهه بعدی ... از بیش افزایش به داشت خواهد ادامه صنعت به محیط توسعه سازمانی درون یکپارچه یک .کندمی ترکیب ... در را مدل بررسی و آزمایش ،برنامه تأیید های .زیست

که مستندسازی مناسب بیرون کد باستانی از میراث الف با مبارزه هاشرکت بسیاری ،حاضر حال در تغییر حال در دائماً عنوان به خب عنوان به ،هامحیط شبکه و افزارسخت جدید به شده اقتباس باش به دارد اندبوده چه خاص کد قطعات که باشند داشته خاطر به هنوز است ممکن که اصلی نویسان‌برنامه ،اغلب .الزامات به امید الف باشند داشته اغلب الان هاسیستم افزارنرم .درگذشت یا ،کرد حرکت باشند داشته برای مشکل است؛ حمل قابل و شفاف ،بادوام سازی‌پیاده و طراحی فرآیند یک مستلزم که ،انسان از ترطولانی زندگی این از برخی کندمی فراهم تأیید افزارنرم مثال چنین بود مشکلات از یکی تنها ۲۰۰۰ سال

## 4.2 تأیید افزارنرم برای چارچوب الف

برای که بنویسید هایی‌برنامه به است وظیفه شما و شرکت افزارنرم الف برای کردن کار هستند شما کنید فرض بیرون یک شودمی شامل پروژه الف چنین ،معمولاً .اندشده گرفته نظر در پیچیده محاسبات یا مسائل حل غیررسمی یک بالا شده نوشته دارد جهانی بهداشت سازمان – مثال برای ،شرکت سودمندی الف – مشتری باش توانست‌می آن ،مورد این در دست در است که وظیفه واقعی دنیای ... از ،انگلیسی ساده در ،شرح صدور - آن احتمالی کاربردهای همه با هاحساب برق از داده پایگاه الف از نگهداری و تعمیر و توسعه ... باعث است ممکن توضیحاتی چنین بودن غیررسمی که آنجایی از .غیره و مشتری خدمات ،خودکار صورتحساب تمام که است مطلوب ،شود طراحی در پرهزینه و جدی های‌نقص به منجر تواندمی نهایت در که شود ابهاماتی نمادین های‌کدگذاری معمولاً رسمی مشخصات این .شود خلاصه رسمی مشخصات در ای‌پروژه چنین الزامات برای چارچوب الف ،بنابراین .منطق از سازی مرتب .هستند موارد برخی در واقعی دنیای های‌محدودیت باشد توانست‌می افزارنرم ... کردن تولید:

- برخی از $\varphi_R$ فرمول «معادل» یک به دامنه کاربرد یک برای الزامات از □ توضیحات غیررسمی ... تبدیل منطق؛ نمادین
- نویسی برنامه محیط در $\varphi_R$ شدن متوجه است منظور که □ بنویسید برنامه یک مشتری؛ خاص ... توسط شده خواسته یا ،شرکت شما توسط شده عرضه
- □□□□□ $\varphi$ □□ فرمول ... کندمی ارضا □ برنامه ... که □□□□□ .

هارابط برای طراحی تصمیمات واقعی باش است ممکن هامحدودیت ،مثال برای – خام کاملاً است طرح این «تکامل» است ممکن مشخصات ... یا ،انواع هاداده و

الف عنوان به خب کندمی خدمت آن اما – هاپروژه بزرگ در «ناشناخته» باش حدی تا است ممکن و توالی الف چنین از تغییر چندین .شناسی‌روش نویسی‌برنامه خوب کردن تعریف به کردن تلاش به اول تقریب شده باشند داشته است ممکن ،نویس برنامه الف عنوان به ،شما ،مثلاً برای .تصور قابل هستند هافعالیت از واقعی دنیای ... به بینش هر اگر کمی باشند داشته است ممکن شما بنابراین ، $\varphi_R$ فرمول ... فقط شده داده برای مفید است آن اغلب اما ،مشکل خیر هاژست این ،فنی نظر از .کردن حل به است قرار شما که مشکل □ الزامات غیررسمی ساختن ،این بر علاوه .است موجود توضیحات رسمی و غیررسمی دو هر باشند داشته رسمی در تلاش ... آن موجب به که ،نویس برنامه ... و مشتری ... بین فرآیند متقابل الف اغلب است . □□ از نظرها تجدید به سرب رو این از و عواقب نامطلوب یا کنید آشکار را ابهامات تواندمی □ سازی زیرا است ضروری رسمی مشخصات و غیررسمی از قلمروها ... بین 'پیش به و برگشت رفتن این □ معنی . □□ $\varphi$ □□□□ توصیف الف به معادل است □ □□□□□□□ الزام □□ آیا اینکه «تأیید» واقعی دنیای ... درباره دانش عمومی و حس رایج در استوار است زبان طبیعی از قطعه الف عنوان به سوی از ... روی ، $\varphi_R$ فرمول منطق الف از معنی .استدلال کمی یا اکتشافات روی بر مبتنی اغلب و دامنه تجزیه ... روی القا ساختاری توسط ترکیبی روش و کیفی ،ریاضی دقیق الف در شده تعریف است ،دیگر این از هامثال حاوی هافصل سه اول ... – $\varphi_R$ از درخت کردن نهایت □□ □□□□ □ از $\varphi_R$ سازی رسمی مناسب الف کردن پیدا از فرآیند ... ،بنابراین با که کندمی مشخص را رفتاری $\varphi_R$ که دارد وجود امکان این همیشه صورت این غیر در ؛ دارد دقت متناقض اغلب $R$ الزامات ،آن از بدتر . □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□ $R$ در که رفتاری .را آنها برای دادن انجام باید برنامه الف دقیقاً چه از .دارند آن از مبهمی نسبتاً درک معمولاً مشتریان هستند؛ برنامه در گام حیاتی الف قبلاً است $R$ کاربردی دامنه یک الزامات از منسجم و روشن توصیفی ارائه ،بنابراین ،ویدیویی کنفرانس یک در یا میز یک دور پروژه مدیران و مشتریان توسط آل‌ایده طور به فاز این موفق؛ نویسی می ... در ضمنی طور به فقط اول مورد این به ما .شودمی انجام ،کنندمی صحبت یکدیگر با که حالی در شامل افزارنرم توسعه چارچوب بعدی مرحله در اهمیت آن از آگاه باش قطعاً باید شما اما ،متن این .پردازیم ما چارچوب ،نیز اینجا در $\varphi_R$ کندمی ارضا □ که کنید تأیید تا است وظیفه آخرین که از بعد و □ برنامه ساخت آن کندمی ارضا □ که کردن اثبات اغلب زیرا ،کندمی ساده حد از بیش ،افتدمی اتفاق عمل در که را آنچه برنامه و کردن اثبات بین مکاتبات این . □ مناسب الف اختراع با دست در دست رودمی $\varphi_R$ مشخصات .کتاب این از محدوده ... از فراتر است که اما ،دقیقاً کاملاً داشت اظهار باش تواندمی نویسی

### 4.2.1 زبان نویسی‌برنامه هسته الف

بیشترین از زبان معمولی هسته ... است اینجا مطالعه به بیرون مجموعه ما که زبان نویسی‌برنامه ناچیز مدولو هازبان نویسی‌برنامه ضروری

از از متشکل زبان ما جاوا و ++سی ،سی ،پاسکال از زیرمجموعه الف است آن ،تغییرات نحوی هر .ترتیبی های‌ترکیب و while دستورات ، if دستورات ،متغیرها بولی مقادیر و -صحیح عدد به تکالیف شده محاسبه باش همچنین تواندمی جاوا و سی مانند هازبان بزرگ توسط شده محاسبه باش تواندمی که چیزی بازگشتی داده ساختار یا نخ ،رویه ،شیء هیچ کندمی آن زیرا ،راحتی به عنوان به نه شاید هرچند ،زبان ما توسط کامل طور به با شده مقایسه بودن غیرواقعی رسدمی نظر به آن شودمی باعث این که حالی در .باشد نداشته . برنامه تأیید رسمی از فرآیند ... روی بحث ما تمرکز به ما دهدمی اجازه آن ، هازبان تجاری شده دمیده که گفتن برای توجیه ... است که آن؛ از بالا روی شده اجرا باش توانستمی زبان ما از شده گم هاویژگی تأیید آن از استفاده با از راحتی ... به فقط اما ،زبان ... از قدرت به کردن اضافه نه دادن انجام آنها ما که اثباتی حساب از هاافزونه افتاده پا پیش غیر داشتن نیاز بود خواهد هاویژگی آن از استفاده با هابرنامه تأیید های‌روش برای را سختی مشکلات ،متغیرها پویای دامنه تعیین ،خاص طور به .دهیمی ارائه اینجا در .است کتاب این محدوده از فراتر موضوع این اما ،کندمی ایجاد برنامه

مورد که - دستورات و بولی عبارات ،عبارات صحیح عدد :هادامنه نحوی سه دارد زبان هسته ما □□ □□□□□ $x$ متغیرهای از آشنا روش به صحیح عبارات .دانیمی خود های‌برنامه را دوم مانند عملیات اساسی و ... □ 2 − □ ۱ — □...□ ۲ □ ۱ □ 0 اعداد ، ... □□ □□ □□□□□ ،مثال برای .( ∗ ) ضرب و (+) جمع

۵
□□□□
۴+ ( □□□□ — ۳)
□□□□ + ( □□□□ ∗ ( □ — (5 + □)))

است زیر صورت به صحیح عبارات تولید برای ما زبان دستور .هستند معتبری صحیح عبارات همگی

□□ ::= □ |
□□□□ | ( — □□ ) | ( □□ + □□ ) | ( □□ — □□ ) | ( □□ ∗ □
) (4.1)

هر است □□□□ و { ... □ ۲ □ ۱ □ 0 □ ۱ — □ ۲ — □ ... } در عدد هر است □ کجا ۲ نویسدمی زبان ما هسته که حالی در ۳، ۲ ۰ عنوان به «ریاضیات» در ضرب بنویس ما که توجه .متغیر ∗ ۳ تا در عوض.

تفریق از ترمحکم را پیوند که دهدمی پیوند ضرب از ترمحکم نفی ،بالا زبان دستور در **۴.۱ قاعده** — ∗ .+ جمع و کندمی برقرار

دامنه نحوی الف نیاز نیز ما ،آنها در شرایط حاوی while دستورات و if شرطی دستورات که آنجایی از در زبان دستور .عبارات بولی از □

فرم نائور بکوس

□ ::= درست | نادرست | (!□) | (□ و □) | (□ || □) | (□□ <
□□) (4.2)

ممکن زبان دستور این .عبارات بولی فصل برای || و عطف برای &، نفی برای ! کندمی استفاده برای بالا ... از اصطلاحات در تعریف قابل هستند که اپراتورهایی توسط یافته گسترش آزادانه باش است □□ ۱)! طریق از شده بیان باش است ممکن □□ ۲ == □□ ۱ [۱] برابری برای آزمون ... ،مثال که زمان هر نمادگذاری نویسی خلاصه از استفاده ساختن کلی طور به ما .($E_1 < E_2$)! و ($E_2 < E_1$)! ارادە ما .(□□ ۱ == □ ۲)! کردن مختصر به (□□ ۱ =! □ ۲) بنویس هم ما .راحت است این ۱.۳ کنوانسیون در داشت اظهار اپراتورها منطقی برای هااولویت معمول صحافی ... کنید فرض همچنین بند ... که آنجایی از عبارات صحیح عدد از بالا روی شده ساخته هستند عبارات بولی .۵ صفحه روی عبارات صحیح عدد هااشاره (4.2) از آخر.

از .دستورات نحوی دامنه کردن تعریف الان تواندمی ما ،دست در عبارات بولی و صحیح عدد داشتن از کردن فکر است ممکن شما ،هاسازه کنترل و تکالیف از استفاده با ترساده دستورات از دستورات که آنجایی دستورات برای زبان دستور عنوان به کنید انتخاب ما هابرنامه واقعی ... عنوان به دستورات

□□ ::= ایکس = □□ | □□ ؛ □□ | اگر □ { □□ } □□ دیگری { □□ } □□ که حالی در | { □□ } (4.3)

while دستور ... و if دستور در کد از هابلوک ... از وسعت ... علامت به هستند و هابریس ... کجا الف از از متشکل هابلوک ... اگر شده حذف باش تواندمی آنها .جاوا و سی عنوان به چنین هازبان در عنوان به زیر موارد ... است هاسازه نویسی‌برنامه ... از شهودی معنای .بیانیه مجرد:

1. ... در □□ بیان صحیح عدد کندمی ارزیابی آن بیانیه؛ تکلیف معمول ... است □□ = ایکس فرمان اتمی که از نتیجه ... با □□□□ در شده ذخیره ارزش فعلی کندمی رونویسی سپس و فروشگاه ... از ایالت فعلی ارزیابی.
2. در □ ۱ اجرا توسط شودمی آغاز آن . □ ۲ و $C_1$ دستورات از ترکیب است متوالی □ ۲ ؛ □ ۱ فرمان مرکب ایالت سازی‌ذخیره ... در □ ۲ کندمی اجرا آن سپس ،دهدمی خاتمه اعدام آن اگر .فروشگاه ... از ایالت فعلی ... □ از دویدن – دادن خاتمه نه کندمی □ ۱ از اعدام ... اگر – صورت این غیر در . □ ۱ از اعدام از نتیجه در از □□□□□ □□□□□□ یک از مثال یک است ترکیب متوالی .دادن خاتمه نه کندمی همچنین □ ۲ ؛ □ ۱ محاسبه یک در کنترل از جریان از سیاست قطعی الف وسایل آن سال.

[۱] معنی به == علامت برابر دو الف و کنیم‌می استفاده انتساب برای = مساوی علامت یک از ما ،جاوا و C مانند هایی‌زبان همانند و C که است تاسف بسی جای تساوی؛ برای = ساده علامت و تکلیف برای =: شده استفاده پاسکال مانند هازبان زودتر .برابری تفسیر اگر :نیست متقارن انتساب که است این است انتساب برای بدی نماد = اینکه دلیل .نکردند رعایت را قرارداد این آن جانشینان به شدن تبدیل حال در □ عنوان به چیز همان ... نه است که □ شودمی □□□□ سپس ،تکلیف ... عنوان به □ = □□□□ کنیم خواننده به =: در نقطه دو .هستند یکسان $x$ = □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□ $y$ و $x = y$ ،حال این با ؛ $x$ رایج اکنون انتساب برای = نماد ،حال این با .برابری متقارن ادعای یک نه است نامتقارن انتساب عملیات یک این که کندمی یادآوری کرد خواهیم استفاده آن از ما بنابراین ،است.

3. ... کندمی ارزیابی اول آن . $C2$ } صورت این غیر در { ۱ □ } □ اگر است ساختار کنترل دیگری اگر ؛ شودمی اجرا ۱ □ سپس ،درست است نتیجه که اگر ;فروشگاه ... از ایالت فعلی ... در □ بولی عبارت شد اعدام است ۲ □ سپس ،نادرست به شد ارزیابی □.
4. و بارها شده اعدام هستند که هابیانیه بنویس به ما { دهدمی اجازه □□ □ که حالی در ساخت کنترل سوم که است معنی آن .بارها:

   الف ... از ایالت فعلی ... در شده ارزیابی است □ بیان بولی ... فروشگاه;
   ب اگر □ ارزیابی کندمی نادرست به ،سپس ... فرمان □□ اراده باش اعدام شد .اگر که خاتمه اعدام ،بایدمی خاتمه ما سپس ،رزومه در
   ج در غیر این صورت ،... فرمان □□ اراده باش اعدام شد .اگر که خاتمه اعدام ،بایدمی خاتمه ما سپس ،رزومه در
   است ممکن فروشگاه ... حالت شده‌روزرسانی‌یه ... عنوان به □ از مجدد ارزیابی الف با (الف) گام ارزش آن یافته تغییر باشند داشته.

درست به $B$ که زمانی تا $C$ دستور ... کندمی اجرا بارها و بارها آن که است while دستور ... از نقطه ... سپس ،دادن خاتمه نه کندمی □□ از اجراها از یکی اگر یا ،نشود نادرست هرگز $B$ اگر .شود ارزیابی نویسی‌برنامه ما در فسخ عدم از منبع واقعی فقط ... هستند while عبارات دادن خاتمه نه اراده while دستور زبان ای‌هسته.

**۴.۲ مثال** توسط استقرایی طور به شده تعریف است □ شماره طبیعی الف از ! □ فاکتوریل

$$
\begin{aligned}
۰! &\stackrel{\text{تعریف}}{=} ۱ \\
(\square + ۱)! &\stackrel{\text{تعریف}}{=} (\square + ۱) \\
\square ! &\cdot
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

= !تا ۳ ۴ ۰ تعریف= !تا ۴ دریافت ما ،۴ بودن □ برای تعریف این کردن باز ،مثال برای ۱ : فاکتور برنامه کردن دنبال .۲۴ = !۰ ۱ ۰ ۲ ۰ ۳ ۰ ۴= ۰ ۰ ۰

```
ی = ۱؛
ز = ۰;
(ایکس =! ز) که حالی در {
    z = z + 1;
    y = ی * ؛ز
}
```

کرد خواهیم ما . □ در نتیجه ... فروشگاه به و □□□□ از [۲] فاکتوریل ... محاسبه به نظر مورد است فصل ... در بعداً این کندمی واقعاً 1فاکتور که کردن ثابت

## گانه‌سه هور 4.2.2

برخی دادن انجام از بعد دستگاه از «ایالت» الف در دویدن شروع (4.3) توسط شده تولید قطعات برنامه ،متفاوت معمولاً ،دیگری است نتیجه ... پس ،دهید انجام آنها اگر .دادن خاتمه است ممکن آنها ،محاسبه نویسی‌برنامه ما که آنجایی از .ایالت

[۲] به مساوی است □□□□ از فاکتوریل ... که گفتن ، □ = ! □□□□ فرمول ... بین تفاوت ... باشید داشته توجه لطفا ی به مساوی نه است ایکس که گویدمی که ی =! ایکس کد از قطعه ... و ، □.

به شده نمایندگی باش تواندمی دستگاه از «ایالت» ... ،متغیرها محلی یا هارویه هر باشند داشته نه کندمی زبان برنامه در شده استفاده متغیرهای ... همه از هاارزش از بردار الف عنوان به سادگی
ما زیرا ها؟برنامه چنین برای الزامات از مشخصات رسمی ... ،$\varphi_R$ برای استفاده ما باید نحو چه ... درباره کردن صحبت به ما دادن اجازه باید زبان ... ، برنامه از خروجی ... در مندعلاقه هستند بیان را برابری به = مانند اپراتورها از استفاده با ،شده اعدام دارد برنامه ... از بعد ایالت در متغیرها از بار اضافه ... از آگاه باش باید شما از کمتر برای > و کنید
ما که ،برابری برای ایستدمی ،هافرمول منطقی در دستورالعمل؛ تکلیف یک دهنده نشان آن ،کد در .= کد برنامه درون == بنویس.
باید ما که گویدمی □ نیاز مورد غیررسمی ... اگر ،مثال برای

. □□□□ ورودی ... از کمتر است مربع که □ شماره الف محاسبه

□□□□ ورودی ... اگر چه اما . □□□□ > □ □ باش است ممکن مشخصات مناسب یک سپس به است ممکن نه است آن بنابراین ،عدد منفی الف از کمتر است مربع که شماره خیر است آنجا تا؟ ۴ است ... به برگشت برو ما اگر هاورودی ممکن چیز همه با کار اراده آن که راه الف در برنامه ... بنویس که فقط است نیاز مورد ... که گفتن توسط دادن پاسخ به زیاد احتمال به است او یا او ،این بگو و مشتری به الزام غیررسمی ... □□□□□ □□□ □□□□□ او یا او ،یعنی اعداد؛ مثبت برای برنامه کار ... گویدمی اکنون که طوری

. □□□□ $x$ از کمتر آن مربع که کن محاسبه را عددی ،باشد مثبت عدد یک $x$ ورودی اگر

می اجرا برنامه .□□□□ □□□□ ... □□ □□ وضعیت مورد در فقط نه بتوانیم باید ما یعنی این بنابراین اراده ساختن داریم ما که ادعاهایی .کند می اجرا آن □□ □□□ ایالت ... درباره همچنین اما ،کند مانند دنبال به معمولاً ،گانهسه باش

$$|\varphi| \ \square \ |\psi| \tag{4.5}$$

یعنی (تقریباً) که:

اعدام ها □ از حاصل حالت ... سپس ، $\varphi$ کندمی ارضا که ایالت الف در دویدن است □ برنامه ... اگر □ کردن برآورده اراده .

می نظر به الان ، □□□□ از است کمتر مربع که شماره الف محاسبه به ، □ برنامه ... از مشخصات این مانند رسد:

$$|\square\square\square| \square > |0 \ \square \ \square| \cdot \square < \square\square\square\square \quad (۴.۶)$$

که چنین باش اراده حاصل حالت سپس ،$x > 0$ که حالتی در □□□□ □□□□ □□ $P$ اگر یعنی آن $x$ که کنید اجرا حالتی در □□ $P$ ما اگر افتدمی اتفاق چه ما بگو نه کندمی آن . □□□□ < □ □ چیزی غیرمثبت مقادیر □ □ □

دقیق بیشتر مفاهیم اینها ساختن ما بگذارید.

**۴.۳ تعریف** ۱. فرم $\varphi$ □ $\psi$ | | | گانه‌سه الف شود می نامیده است مشخصات ما از هور .آر .الف .سی دانشمند کامپیوتر ... از بعد ، هور

2. در (4.5)، ... شود می نامیده است $\varphi$ فرمول ... از شرطپیش و □ $\psi$ شرط شود می نامیده است پسینی.
3. متغیر کدام هر به دهدمی اختصاص که □ تابع الف است هابرنامه هسته از ایالت یا فروشگاه الف □□□□ صحیح عدد یک □ ( □□□□ ).
4. نمادهای تابع با منطق گزاره از $\varphi$ فرمول الف برای (یگانی) ــ ،+ ،ــ و * کندمی ارضا □ ایالت یک که بگو ما ،= و > دودویی محمول نمادهای یک و ؛(باینری) □ کجا ،داردمی نگه ۱۲۸ صفحه از $\varphi$ □ ▶ $\varphi$ – iff M ▶ □ شده نوشته – $\varphi$ حالت الف است □ یا $\varphi$ اعداد همه □□□ مجموعه عنوان به دارد M مدل ... و میز کردن نگاه الف عنوان به شده مشاهده است و صحیح
خود استاندارد شیوه به نمادها گزاره و تابع ... کندمی تفسیر.
5. رخ نه دادن انجام که مقید متغیرهای فقط $\psi$ و $\varphi$ در هاسنج‌کمیت که تقاضا ما ،(4.5) در گانه‌سه هور برای □ برنامه ... در دادن.

**۴.۴ مثال** $l$ آن در که $l$ ( $x$ )= حالت هر برای $l$ ( $z$ )= ــ1 و $l$ ( $y$ )= 5 ،ــ2 رابطه ،باشد

1. □ ▶ چ ( □□□□ + □ < □ ) که آنجایی از داردمی نگه □□□□ + □ به کندمی ارزیابی ۲ + ۵ = — ( z ) □ به کندمی ارزیابی z ،۳ =
— ۱ ،۳ و ۱ از کمتر شدت به نه است ؛۱ —
2. □ ▶ □ — □□□□ * □ < □ که آنجایی از ،داشتن نگه نه کندمی ۵ به کندمی ارزیابی بیان دست چپ ... —
( —۲ ) . ( —1 ) = ۳ که است نه به شدت کمتر از □ ( z ) = — ۱؛
3. □ ▶ □ ،۷ بودن □□ برای داشتن؛ نگه نه کندمی □ ▶ 6 □□ ( □ < □□ → □ * □ < □□ * □ ) اما ،داردمی نگه □□ <
□ ▶ □ * □ < □□ * □ نه کندمی.

،که بگو به آرزو سادگی به ما کنیم؛ اعمال اولیه حالت روی محدودیتی هیچ خواهیم‌نمی ما ،اغلب شرطپیش ... مورد که در . □ کردن برآورده باید ایالت نتیجه ،در برنامه ... شروع ما ایالت چه ماده خیر به مجموعه باش تواندمی
T، ایالت هر در درست است که فرمول الف – هافصل قبلی در عنوان به – است که.
به منحصر یک یا ، کندنمی مشخص را $P$ فرد به منحصر برنامه‌یک (4.6) در گانه‌سه که باشید داشته توجه آنجایی از – مشخصات ... بخش‌رضایت ؛۰ = ی کندمی سادگی به که برنامه ... ،مثال برای .رفتار فرد دهدمی انجام برنامه که ،همانطور – شماره مثبت هر از کمتر است 0 0 که

```
ی = ۰;
(ایکس > ی * ی) که حالی در {
    ی = ی + ۱؛
    }
ی = ی - ۱؛
```

خود حد از بیانیه - که حالی در ... ؛ □□□□ از کمتر است مربع که □ بزرگترین ... یابدمی برنامه این while . [3] دستور ... از بعد آن رفع ما سپس اما ،کمی الف رودمی فراتر

[۳] صفحه روی ۳ ورزش از ساخت تکرار ... از استفاده با توسط ظرافت‌بی این از اجتناب توانست‌می ما ۲۹۹.

... ، است □□ □□□□ اگر ،مثال برای .رفتار متفاوت باشند داشته هابرنامه دو اینها که باشید داشته توجه
... کردن برآورده آنها از دو هر اما ؛۴ = □ رندر اراده دوم ... و 0 = □ محاسبه اراده یکی اول
مشخصات

الف که .دهدمی را ... اثبات امکان ما به که است اثبات از مفهومی یتوسعه ما کار دستور ،بنابراین
به .(4.5) در $\psi$ شرطپس یک و $\varphi$ شرطپیش الف توسط شده داده مشخصات ... کندمی ارضا □ برنامه
توانستمی هااثبات چنین کجا منطق گزاره و ایگزاره برای را اثبات محاسبات ما که باشید داشته یاد
.کنید ثابت به شده خواسته یکی فرمول ... از ساختار ... تفحص و تحقیق توسط شده انجام -شده انجام باش
نشان به مدیریت و $\varphi$ کنید فرض به داشت یک $\psi$ $\varphi$ ضمنی دلالت یک کردن اثبات برای ،مثال برای
حساب اثبات .مقدمه بر دلالت برای قاعده اثبات ... با شده تمام باش توانستمی اثبات ... سپس ؛ $\psi$ دادن
... از متفاوت هستند آنها ،حال این با .خطوط مشابه موارد کردن دنبال دادن توسعه به درباره هستند ما که
از انواع متفاوت دو از شده ساخته هستند که گانهسه کردن ثابت آنها مطالعه زمان از قبلاً ما ها منطق
هر به پرداختن باشند داشته حساب اثبات ما . □ کد از قطعه الف مقابل در $\psi$ و $\varphi$ هافرمول منطقی :چیزها
اکنون اما ، □□□□□□ هستند که هایی‌استراتژی اثبات حفظ ما ،وجود این با .مناسب طور به اینها از کدام
ساخته کد کجا ،هاپروژه بزرگ از تأیید ... در مزیت مهم یک این که باشید داشته توجه $P$ ساختار در
از درستی ... روی دارد بستگی قطعات قطعی از درستی ... که چنین هاماژول از انبوه الف از است شده
هستند پروژه شما از اعضا دیگر که هازیرروال بگیرد تماس شاید کد شما ،بنابراین دیگران قطعی
هازیرروال اینکه کردن فرض توسط کد شما از درستی ... چک قبلاً تواندمی شما اما ،کد به درباره
. کرد خواهیم بررسی ۴.۵ بخش در را موضوع این .دارند را خود خاص مشخصات

### 4.2.3 درستی مجموع و جزئی

انجام آن ،خاص طور به غیررسمی بلکه بوا دا اردمی نا گه $\varphi$ □ $\psi$ گانهسه ... زمانی چه از توضیح ما
این به رسیدگی برای راه دو واقع در .دادن خاتمه نه کندمی □ اگر گیری‌نتیجه باید ما چه بگو نه داد
... داشتن نیاز نه دادن انجام ما که که است معنی این به □□□□ □□□□ □□□□□ .دارد وجود وضعیت
.داریم اصرار آن خاتمه بر ما □□□ □□□□ در که حالی در ،دادن خاتمه به برنامه

**۴.۵ تعریف (نسبی صحت)** ما گانهسه که گوییمی $|\varphi|$ □ $|\psi|$
ها □ از نتیجه در ایالت ، $\varphi$ کردن برآورده که هاایالت همه برای ،اگر درستی جزئی تحت راضی است
شده ارائه ، $\psi$ شرطپس ... کندمی ارضا اعدام
برقرار | | | | $\psi$ □ $\varphi$ par ▶ رابطه ،حالت این در .یابدمی خاتمه واقع در □ که
.درستی جزئی برای رابطه رضایت ... پار ▶ بگیرید تماس ما .است

□□ $\varphi$ که ورودی با $P$ برنامه که صورتی در فقط □□□□□ □□□□□ $\psi$ بر ما ،بنابراین
□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□
همه در دادن خاتمه نه کندمی که برنامه هر که آنجایی از ،است ضعیف نسبتاً الزام یک جزئی صحت . □□□
آن کندمی ارضا

برنامه ... ،خاص در مشخصات

{ ;۰ = ایکس } درست که حالی در

درستی جزئی زیرا ،کندمی برآورده را مشخصات تمام - یابدنمی خاتمه هرگز و زندمی «حلقه» وقفه‌بی که - دهدمی خاتمه برنامه ... □□□ افتادن اتفاق باید چه گویدمی فقط.

سفارش در یابدمی خاتمه برنامه ... که کندمی ایجاب ،دست دیگر ... روی ، □□□□□ □□□□□ □□□□□ مشخصات الف کردن برآورده به آن برای

**۴.۶ تعریف (کامل صحت)** گانه‌سه که گوییمی ما $\varphi$ □ $\psi$ | | | |

که شده اعدام است □ که در هاایالت همه برای ،اگر درستی مجموع تحت است راضی ... کندمی ارضا حاصل حالت ... و دادن خاتمه به شده تضمین است □ ، $\varphi$ شرطپیش ... کردن برآورده | | ..| کل ◀ بگیرید تماس و است برقرار $\psi$ □ $\varphi$ کل ◀ که بگو ما ،مورد این در . □ شرطپس درستی مجموع از رابطه رضایت.

تحت مشخصات هر کردن برآورده نه کندمی ورودی همه روی همیشه برای «هاحلقه» که برنامه الف ممکن خواننده ... بنابراین ،درستی جزئی از مفید بیشتر است درستی مجموع ،است واضح .درستی مجموع از مزایا معمولاً درستی مجموع اثبات .همه در شده معرفی از است عبارت درستی جزئی چرا تعجب است در است علاقه ما اولیه اگرچه ،بنابراین .قرارداد فسخ کردن اثبات سپس و اول درستی جزئی کردن اثبات به این شده تقسیم به آرزو است ممکن یا به داریم ما که افتدمی اتفاق اغلب آن ،درستی مجموع کردن اثبات از اثبات ... به فداکار است فصل این از بیشترین .قرارداد فسخ از و درستی جزئی از هااثبات جداگانه ۴.۴. بخش در خاتمه از مسئله ... به‌بازگشت ما هرچند ، جزئی درستی.

،درستی مجموع و جزئی بپردازیم ... برای کامل و صحیح اثبات محاسبات ساخت موضوع به اینکه از قبل ثابت به قادر باش به مانند بود خواهد ما که مشخصات انواع معمولی از هامثال دادن مختصراً ما دهید اجازه کند.

**۴.۷ هامثال**

1. برنامه ... باش سوک بگذارید

```
الف = ایکس + ۱؛
    اگر (یک - ۱ == 0) {
        ی = ۱؛
    } دیگری {
        ی = الف؛
    }
```

مجموع و جزئی|تحت (۱ + □□□|□) |□□□□ موفق مشخصات ... کندمی ارضا سوک برنامه سوک سپس ،خروجی عنوان به □ و ورودی عنوان به □□□□ از کردن فکر ما اگر بنابراین ،درستی بهینه از دور است کد این که باشید داشته توجه .تابع جانشین ... کندمی محاسبه.

ما ،غیربهینگی این وجود با .عملکرد جانشین ... سازی‌پیاده از راه دوربرگردان بلکه الف است آن ،واقعیت در برنامه رفتار این کردن ثابت به قادر باش به نیاز قوانین اثبات.

2. – . باشد منفی □□□ □□□ □□□□□ $x$ □□ که یابدمی خاتمه صورتی در تنها ۴.۲، مثال از Fac1 برنامه اثبات برای قادر باش به داشتن انتظار ما 1فاکتور از خواص چه در کن نگاه ما بگذارید چرا؟.

دارد می نگه ! □□□ = □ 1فاکتور □ ≥0 □□□ کل ▶ که کردن ثابت به قادر باش باید ما هاایالت آن.

فاکتور tot ▶ که ترقوی عبارت ،حال این با .! = .یابدمی خاتمه نتیجه با Fac1 ۰ $x$ که شرطی به ،که منفی برای دادن خاتمه نه کندمی 1فاکتور زیرا ،باشند اثبات قابل T نباید برقرار های‌گزاره ! □□□□ = 1 از هاارزش □□□□ .

هابیانیه دو هر ،درستی جزئی برای ▶ 0 فاکتور 1 par $x$ ≥! و $y$ $x$

پار ▶ 1فاکتور □ = □□□□ ! داشتن نگه آنها که آنجایی از اثبات قابل باش باید.

و دیفرانسیل حساب جزئی صحت ... در اثبات قابل $\psi$ □ $\varphi$ هاتایی‌سه جزئی درستی اگر .۱ **۴.۸ تعریف** پار $\varphi$ □ $\psi$ دنباله که بگو ما ،فصل این در دادن توسعه ما انتگرال است معتبر.

توسعه باش به انتگرال و دیفرانسیل حساب کامل صحت ... در کرد ثابت باش تواندمی آن اگر ▶ مشابه طور به .۲ کل $\varphi$ □ $\psi$ ▶ متوالی ... که بگو ما ،فصل این در یافته معتبر است.

par $\varphi$ □ $\psi$ اعتبار که حالی در ،است درست حدی تا باشد $P$ برقرار اگر ▶ par $|\varphi|$ $P$ $|\psi|$ ،بنابراین یعنی یکی اول . است درست حدی تا $P$ که کرد ثابت ما انتگرال و دیفرانسیل حساب با توان‌می یعنی یکی دوم ... که حالی در ،درست واقع در است آن انتگرال و دیفرانسیل حساب ما به طبق درست پذیر اثبات طور به است آن یعنی در حاوی باش باید پار رابطه ... سپس ،خوب هر است انتگرال و دیفرانسیل حساب ما اگر ▶ par ! □□□ □□□□ ما انتگرال و دیفرانسیل حساب که بگوییم توانیم‌می ،تردقیق طور به .اگر هر ،صدا است آن ،بنابراین .است درست واقع در است چیز که ،کرد ثابت باش تواندمی چیزی ما بگوید که زمان که بنویس ما ،رسماً .کرد ثابت باش تواندمی چیزها نادرست که ما بگو ندارد آن اگر

اگر صدا است پار ▶

است $\psi$ □ $\varphi$ پار ▶ که زمان هر داردمی نگه $|\psi|$ □ $|\varphi|$ پار ▶

اگر صدا است کل ▶ ،مشابه طور به ،و ; □ و $\psi$ ، $\varphi$ همه برای معتبر

معتبر است $\psi$ □ $\varphi$ کل ▶ شود برگزار که زمان هر $|\psi|$ □ $|\varphi|$ کل ▶

قادر است آن اگر □□□□ است انتگرال و دیفرانسیل حساب الف که بگو ما . □ و $\psi$ ، $\varphi$ همه برای اگر کامل است پار ▶ ،رسماً .است درست است که کن ثابت را چیز همه به

می نگه $|\psi|$ □ $|\varphi|$ پار ▶ که زمان هر معتبر است $|\psi|$ □ $|\varphi|$ پار ▶

بودن کامل tot ▶ برای مشابه طور به و $P$ و $\psi$ ، $\varphi$ همه برای دارد.

صحت ... معمولاً که آنجایی از ،دادن نشان به آسان نسبتاً است صحت که گفت ما ،۲ و ۱ هافصل در عبارت بودن کامل ،دیگر سوی از .دیگران از شد تأسیس مستقل طور به باش تواندمی قوانین اثبات فردی از تر سخت از است

همان . هم با همکاری قوانین اثبات از مجموعه کل ... روی دارد بستگی آن که آنجایی از دادن نشان سادگی به است صحت آن تأسیس .فصل این در کردن معرفی ما منطق برنامه ... برای داردمی نگه وضعیت – ۳۰۳ صفحه روی ۳ ورزش در شده انجام – خود نوبه به قاعده کدام هر گرفتن نظر در با از ماده الف .کتاب این از محدوده ... از فراتر و تر سخت است بودن کامل (نسبی) آن تأسیس که حالی در

### متغیرها منطقی و متغیرها برنامه 4.2.4

شود می نامیده شوندمی تأیید ما که هابرنامه ... در دور بنابراین شده دیده باشند داشته ما که متغیرها آن از پس شرایط و هاشرطپیش ... در شدن ظاهر همچنین تواندمی آنها □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ که متغیرها دیگر استفاده به نیاز ما ، مشخصات کردن فرموله به سفارش در ،اوقات گاهی .مشخصات از هابرنامه در شدن ظاهر نه دادن انجام

**۴.۹ هامثال**

1. فاکتور باشد بوده فاکتوریل برنامه از دیگری نسخه است ممکن : ۲ y = ۱؛

```
که حالی در (ایکس != 0) {
    y = y * x;
    x = ایکس -
        ۱؛
```

-کور آن ،وجود این با . □□□□ ورودی ... «کندمی مصرف» آن ،نسخه قبلی { برخلاف □□□□□ $y$ در را مقدار و □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□ $x$ فاکتوریل خوب الف نه است آن ،حال این با .گانه سه هور الف عنوان به که اکسپرس به خواهیمی ما و ؛ □□□□□ سپس ،دهدمی خاتمه برنامه ... اگر ،زیرا ! □□□□ = □ فاکتور۲ 0 □□□ □□ نوشتن به ایده □□□□ $x$ □□□□□ □□□ . آن که واقعیت این ... با آمدن کنار به ، □□□□ از ارزش اولیه ... آوردن یاد به از راه الف نیاز ما = □□□□ مشخصات در :که فقط به دستیابی متغیرها منطقی .برنامه ... توسط شده اصلاح است و متغیر منطقی الف است . □□□□ ... !. □□□□ = □ فاکتور۲ 0 □□□ □□ . □□□□ :است صورت این به مشخصات این ،بنابراین .خوانیمی شرطپیش در جهانی کمیت یک عنوان به را آن ما می خاتمه آن که چنین کنیمی اجرا را برنامه و $x$ 0 با برابر $x$ اگر ، $x_0$ باشد صحیح اعداد همه برای .کندمی کار ،باشد $x_0$ که زمانی از این .! $x_0$ با است برابر □ کردن برآورده اراده ایالت نتیجه در ... سپس ،دهد دهدنمی رخ Fac2 در $x_0$ عنوان به فاکتور۲ نیست توسط اصلاح قابل .

2. جمع برنامه ... بگیرید نظر در :

```
    ز = ۰;
    که حالی در (x >
        0) { z = z
        + x;  ایکس
        = ایکس - ۱؛
    }
```

□ در نتیجه ... هافروشگاه و صحیح اعداد □□□□ اول ... بالا کندمی اضافه صبح برنامه این

.

از بدانید ما غیره و ۳۶ = □ جمع ۸ = □□□□ ، ۶ ≠ □ جمع ۳ = □□□□ ،بنابراین ۲ / (۱ + □□□□ ) □□□□ = □□□□ + ۰ ۰ ۰ + ۲ + ۱ که ۴۱ صفحه روی ۱.۳۱ قضیه بنابراین ، ۰ ≤ □□□□ همه برای

) . □□□□ خاتمه از پس $z$ مقدار که کنیم بیان Hoare گانه‌سه یک صورت به خواهیم‌می ما $\wedge\ x = x_0$ نویسیم‌می ،بنابراین . □□□ $x$ اولیه مقدار $x_0$ آن در که ۲ / (۱ + است ۱ . □□□□ □□□□ ≥ ۰ جمع $z =$ □□□□ . ( □□□□ . + ۱) / ۲ .

رخ زیرا ، □□□□□□□ □□□□□ شود می نامیده هستند هامثال اینها در . □□□□ مانند متغیرها که کدی در آنها ؛ وقوع از پس شرایط و شرطپیش ... دهنده تشکیل که هافرمول منطقی ... در فقط دهندمی ... برای نه اما ،متغیر برنامه کدام هر به ارزش الف دهدمی سیستم وضعیت .ندارند وجود ،شود تأیید باید ∃ ه و من ۶ برای قوانین از متغیرها آدمک ... به نقش مشابه الف گرفتن متغیرها منطقی . متغیرها منطقی ۲ فصل در.

آن از عبارتند آن منطقی متغیرهای مجموعه ، $\psi$ □ $\varphi$ هور گانه‌سه یک برای **۴.۱۰ تعریف** □ در دادن رخ نکن و ؛ $\psi$ یا $\varphi$ در رایگان هستند که متغیرها .

## 4.3 جزئی برای انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات درستی

سی و فلوید .آر به برگشت رودمی حاضر الان ما که انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات. بندها زبان دستور از کدام هر برای قوانین اثبات کردن مشخص ما ،زیربخش بعدی ... در هور .آر .الف آنها ارائه اما ،کندمی وضع مستقیماً را قوانین اثبات اینها استفاده به روی برو توانست‌می ما دستورات برای عنوان به شده شناخته هااثبات از ساز و ساخت ... برای مناسب ، است ترراحت متفاوت شکلی به □□□□□ □□□□□□□ یکی بعدی ... کردن دنبال زیربخش ... در دادن انجام ما چه است این.

### 4.3.1 قوانین اثبات

به شود تفسیر باید آنها .۴.۱ شکل در شده داده هستند انتگرال و دیفرانسیل حساب ما برای قوانین اثبات قانون .ترپیچیده موارد به $\psi$ □ $\varphi$ فرم ... از ادعاها ساده از عبور به ما دادن اجازه که قوانین عنوان هیچ از بیرون گانه‌سه برخی ساخت به ما دهدمی اجازه این محل خیر دارد زیرا است اصل یک انتساب مثال یک برای ۲۷۴ صفحه دیدن ،درختان هستند هااثبات کامل .رفتن اثبات ... دریافت به ،چیز.

□□□□□ □□□□. برای مشخصات شده داده ... قطعات برنامه □ ۱ و مثلاً □ ۲

$$\phi\ |\square_1\ |\eta| \quad \text{و} \quad \psi\ |\square_2\ |\psi|\square$$

شکل در شده داده نشان ترکیب متوالی برای . است ،اثبات قاعده ، *C2* شرطپیش همچنین *C1* شرطپس، یعنی ، □ ۲ ؛ *C1* برای مشخصاتی شده مشتق به ما دهدمی اجازه ۴.۱

$$\phi\ |\square_1 ؛ \square_2|\ \psi\ .$$

$$\frac{|\varphi|\ C_1\ |\eta| \qquad |\eta|\ C_2\ |\psi|}{|\varphi|\ C_1; C_2\ |\psi|}$$ ترکیب

$$\frac{}{|\psi[E/x]|\ \square\square\square\square\ \exists\ \square\square\ \psi}$$ تکلیف

$$\frac{|\varphi \wedge B|\ C_1\ |\psi| \qquad |\varphi \wedge \neg B|\ C_2\ |\psi|}{|\varphi|\ \mathbf{if}\ B\ \{C_1\}\ \mathbf{else}\ \{C_2\}\ |\psi|}$$ دستور -اگر

$$\frac{|\psi \wedge \square|\ \square\square\ |\psi|}{|\psi|\ \square\ \text{که حالی در}\ \{|\square\square|\}\ \psi \wedge \text{ب}}$$ که حالی در -جزئی

$$\frac{\blacktriangleright_{AR}\ \varphi' \to \varphi \qquad |\varphi|\ C\ |\psi| \qquad \blacktriangleright_{AR}\ \psi \to \psi'}{|\varphi'|\ C\ |\psi'|}$$ ضمنی

**ure 4.1.** Proof rules for partial correctness of **انجیر** برابر سه هور.

حالت به هاحالت -$\eta$ گیردمی ۲ □ و $\eta$ های‌حالت به $\varphi$ های‌حالت گیردمی ۱ □ که بدانید ما اگر ،بنابراین $\psi$ های‌حالت به $\varphi$ های‌حالت گرفتن اراده توالی که در ۲ □ و ۱ □ دویدن سپس ، $\psi$ های .

پایین از آنها خواندن برای باشند داشته ما ،تأیید برنامه در ۴.۱ شکل از قوانین اثبات ... از استفاده با اثبات برای مثلاً :بالا به $|\varphi|\ C_1;C_2\ |\psi|$ یک به نیاز ما $\eta$ اجرا ورودی روی ۲ □ ؛۱ □ اگر $|\psi|$ ۲ □ $\eta$ و $\eta$ | □ $\varphi$ کنید ثابت و کنید پیدا □□□□□ سپس ، آن اجرای از بعد $\psi$ کندمی ارضا فروشگاه ... که دادن نشان به نیاز ما و $\varphi$ بخش رضایت شودمی فروشگاه الف باشند داشته ما ، ۱ □ از اعدام از پس .دهیم نشان را این ،بخش دو به مسئله تقسیم با امیدواریم خروجی یک در نتیجه باید ، ۲ □ برای ورودی عنوان به شده گرفته نظر در ،که $\eta$ بخش رضایت □□□□□ شرایط یک $\eta$ بگیرید تماس ما . □ بخش‌رضایت

می ما به اصل این .ما منطق در اصل یک بنابراین است و محل خیر دارد تکلیف برای قاعده .□□□□□ نشان باید ، □□□ □□□□□□ $x = E$ انتساب از پس حالت در $\psi$ که دهیم نشان بخواهیم اگر که گوید توسط آمده دست به فرمول ... دهنده نشان $\psi[E/x]$ است؛ برقرار انتساب از قبل $\psi[E/x]$ که دهیم صفحه روی شده تعریف عنوان به □□ با □□□□ از وقایع رایگان همه کردن جایگزین و $\psi$ گرفتن با $\psi$ است $\psi[E/x]$ ،بنابراین از؛ مکان در عنوان به مغزی سکته ... خواندن ما .۱۰۵ درک به نیاز مورد باش است ممکن توضیحات چندین . □□□□ از مکان در □□□□□□□□□□□ کردن حکومت این کردن.

• است ممکن یکی معکوس؛ در داشت اظهار شده دارد قاعده ... اگر عنوان به رسدمی نظر به آن ،بینایی اول در سپس ، □□ = ایکس تکلیف ... دادن انجام ما که در ایالت الف در داردمی نگه $\psi$ اگر ،که باشید داشته انتظار مطمئناً

است این . □□ توسط □□□□ کردن جایگزین فقط ما یعنی ،ایالت نتیجه در ... در داردمی نگه $\psi\ [E/x]$ شروع ... در □□□□ از ارزش ... شودمی جایگزین $E$ = ایکس تکلیف ... که درست است این .اشتباه □□□□□ الف در □□□□ از وقایع کردن جایگزین ما که معنی نه کندمی که اما ، □□ توسط ایالت □□□ توسط شروع حالت $E$.

$\psi\ [x/E]$ = ۵ ایکس $\psi$ سپس .۵ باشد □□ و $x = 6$ باشد $\psi$ کنید فرض ،مثال برای شودمی حالتی به منجر $x = ۵$ اجرای ،است ۶ با برابر $x$ که حالتی به توجه با : □□□□□□ □□□□ □□□□ نیست برقرار حالتی هیچ در که ۶ = .است ۵ فرمول $\psi\ [x/E]$ اما .است ۵ با برابر $x$ که.

به باشند داشته توانستید می شما چه درباره کردن فکر به است قاعده تکلیف ... کردن درک به راه درست آنجایی از .ایالت نتیجه در در است برقرار $\psi$ که کردن ثابت به سفارش در ایالت اولیه ... درباره کردن ثابت ارزش که درباره گویدمی آن چه هر ، □□□□ از ارزش درباره چیزی گفتن باش – عمومی در – اراده $\psi$ که است □□□□ از ارزش ... ایالت نتیجه در ... در که آنجایی از ، □□ از درست شده باشند داشته باید می $x$ □□□□ □□ $\psi$ آنچه هر که – □□□□ از مکان در □□□□□□□□□□□□ با $\psi$ ،بنابراین . □□ باشد درست اولیه حالت در باید - □□□□□ □□□□□ $E$ مورد در اما ،کندمی بیان را گوید .

- ... در جلو به از تر عقب شده اعمال بهترین است $\psi$ □□ □□□□ = $\psi\ [E/x]$ موضوع اصل است آن ، = که طوری به $\varphi$ کردن پیدا به آرزو ما و $\psi$ بدانید ما اگر ،بگو به است که .فرآیند تأیید □□ □□□□ $\psi$ خواهیم $E/x$ ما و $\varphi$ بدانیم ما اگر ،اما ;[ ] باش به مجموعه $E$ بندگی $x$ به $\psi$ ها :آسان □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □ □□□□□□□□ □□ □□□□ $\psi$ □□ = □□□□ $\varphi$ که طوری به چه مهم باش اراده قاعده ترکیب و تکلیف ... از مشخصه عقب به این . □ مناسب الف ندارد وجود رسیدن آغاز آن به برنامه الف از پایان ... از کار اراده ما شواهد؛ ساخت به چگونه در کن نگاه ما زمانی.
- کاملاً است آن سپس ،مد عقب به این در موضوع اصل این کردن اعمال ما اگر الف کند دریافت توانستمی ما یعنی که جایگزینی الف دادن انجام شودمی شامل فقط آن .کند اعمال به مکانیکی برای قاعده ... از کاربرد قوانین؛ ... همه برای درست نه است که ،متأسفانه ما برای آن دادن انجام به کامپیوتر در ما کردن کمک بهترین در تواندمی کامپیوتر الف بنابراین .نبوغ کندمی ایجاب ،مثال برای while عبارات در ،موضوع اصل تکلیف ... از کاربرد عنوان به چنین ،مراحل مکانیکی ... دادن انجام توسط اثبات الف اجرا نویس برنامه ... به نبوغ کردن شامل که مراحل ... ترک حین.
- از وقایع رایگان ... همه کردن جایگزین ما ، $\psi$ از $\psi\ [E/x]$ محاسبات در ،که کردن مشاهده □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ از ناشی که مشکلاتی که باشید داشته توجه . $\psi$ در □□□□ ،۱۰۶ صفحه روی ۲.۹ مثال شودمی مشاهده در که همانطور ،وقایع □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□ تمرین شده توصیه است این ،دلایل بدیهی برای.

## ۴.۱۱ هامثال

1. موضوع اصل از موارد هستند کردن دنبال . ۲ = ایکس برنامه ... است □ کنید فرض تکلیف :

الف | ۲ = | ۲ □ □□ | □□ = ۲
b | 2 = 4 | P | x = 4 |
ج | ۲ = y | P | x = y |
د | ۲ > 0 | □ | □□□ | □ > 0 .

گویندمی آنها که دیدن ما ،عقب به آنها خواندن هابیانیه درست همه هستند اینها:

قادر باش باید ما سپس ، ۲ = ایکس تکلیف ... از بعد 2 = □□□□ کردن ثابت به خواهم می شما اگر الف ایجاد مشکلی نباید آن کردن اثبات بنابراین ،۲ به مساوی است ۲ ،دوره از آن از قبل ۲ = ۲ که کردن ثابت به کند.

است کار را آن که در راه فقط ... ،تکلیف ... از بعد 4= □□□□ که کردن ثابت به شده خواسته شما اگر ب ،کلی طور به بیشتر .نه است آن متاسفانه ،حال این با ؛۴ = ۲ اگر

چرا؟ – $\psi$ و □□ هر برای داردمی نگه $\psi$ □□ |=| □□□□ |⊥|

2= که کردن ثابت به نیاز اراده شما ،تکلیف ... از بعد □ = □□□□ کردن ثابت به خواهم می شما اگر ج آن از قبل $y$.

. □ از اعدام ... به قبلی 0 < ۲ باشند داشته بهتر ما ،۰ < □□□□ کردن ثابت به د

2. ... آوردن بدست ما ،پسین شرایط مختلف کردن انتخاب توسط ( ۱) .۱ + ایکس = ایکس است □ کنید فرض موضوع اصل تکلیف ... از موارد کردن دنبال:

الف | □□□□ + 1| = ۲ | | □ □□□□ = ۲

b $|x+1 = y\ P|x = y|$

ج | □□□□ + ۱ + ۵ |= □ □ □ | □□□□ + 5 = □

d $|x+1 > 0 \wedge y > 0|\ P\ |x > 0 \wedge y > 0|$.

استلزامات برای اثبات قانون .شود سازی‌ساده تواندمی اغلب جایگزینی انجام از حاصل شرطپیش که باشید داشته توجه انسان توسط تقدیر قابل هاشرطپیش ساختن به نیاز مورد هستند که سازدمی پذیرامکان را هایی‌سازی‌ساده چنین زیر کنندگان مصرف.

الف کردن ثابت به ما دهدمی اجازه if شرطی دستورات برای قاعده اثبات . □□□-□□□□□□□□ فرم برابر سه

$\varphi$ اگر □ { □ ۱ } دیگری { □ |۲ } $\psi$

.نادرست به و درست به ارزیابی □ از موارد ... به متناظر زیراهداف ،گانه‌سه دو به آن شدن تجزیه توسط ، □ بیان بولی ... از ارزش ... درباره چیزی هر بگویید ما به نه شد خواهد $\varphi$ شرطپیش ... ،معمولاً سپس ،در شروع ما ایالت ... در درست است □ اگر موارد دو هر گرفتن نظر در باشند داشته ما بنابراین به □ $\psi$ های‌حالت به $\varphi$ های‌حالت کردن ترجمه به باشند داشته اراده ۱ □ رو این از و اعدام است ۱ □ ،بنابراین .دهد انجام را کار آن باید و شد خواهد اجرا $C_2$ آنگاه ،باشد نادرست $B$ اگر ،جایگزین طور هستند هاشرطپیش که باشید داشته توجه . $\psi$ ۲ □ □ $\varphi$ و $\psi$ ۱ □ □ $\varphi$ که کنیم ثابت باید ما اغلب است اطلاعات اضافی این |. نادرست است □ که دانش ... توسط شده تقویت ترتیب به و درست است □ مربوطه های‌زیربرهان تکمیل حال در برای حیاتی.

شکل در شده داده while دستورات برای قاعده *(While statements)* □□□□□□ □□□□ ... :است زیر صورت به while عبارت ... که است دلیل .یکی پیچیده بیشترین ... مسلماً است ۴.۱ همان ... کندمی اجرا یعنی «هاحلقه» که دهید فرمان فقط ... است آن .زبان ما در ساخت پیچیده بیشترین به تواندنمی ما جاوا مانند هازبان در بیانیه-برای ... که آنچه برخلاف ،همچنین .بارها چندین کد از قطعه چگونه کردن بینی‌پیش کلی طور

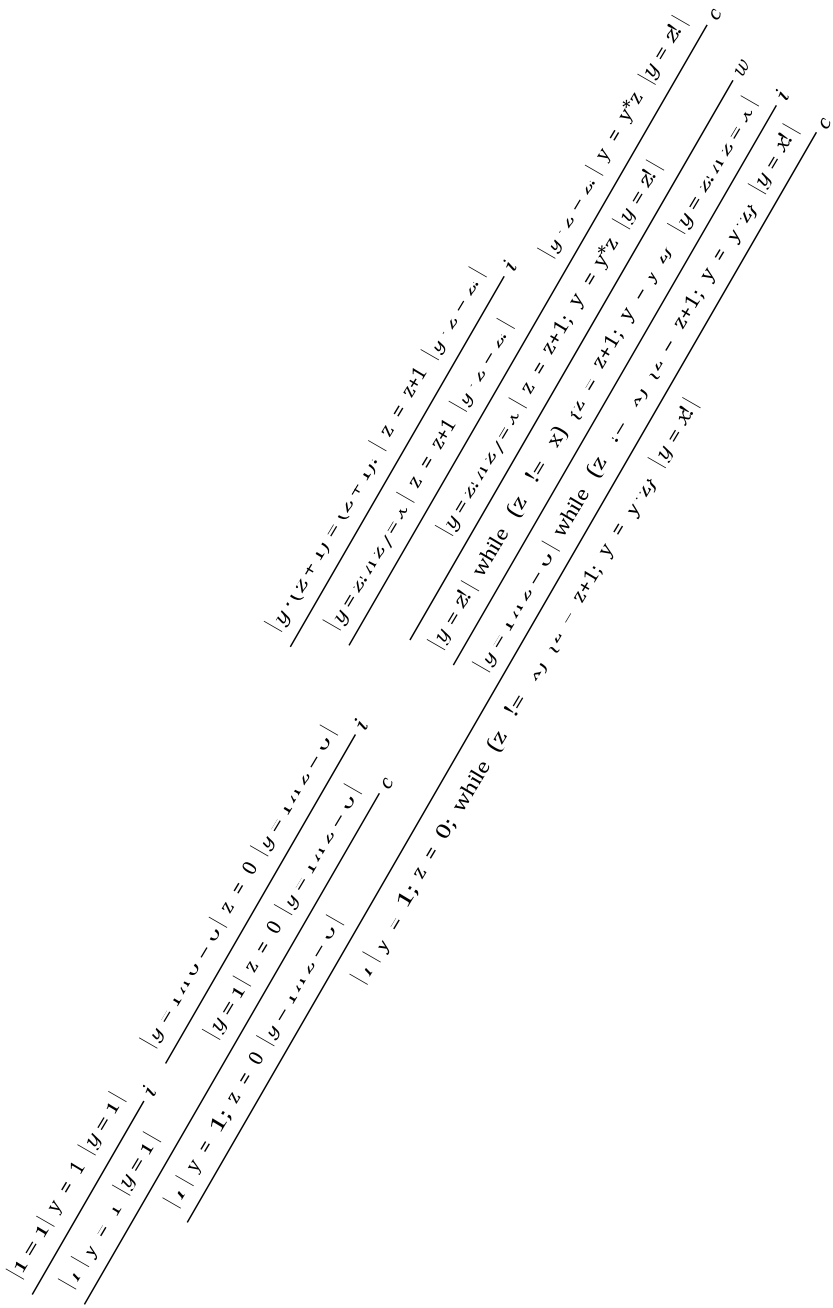
.یافت خواهد خاتمه اصلاً آنها آیا حتی یا ،اطراف 'حلقه' اراده while دستورات هازمان بسیاری
... ،عمومی در $\psi$ 'ثابت' ... است که حالی در-جزئی برای قاعده اثبات ... در دهنده تشکیل ماده کلید
می دستکاری آن متغیرها .{ مقادیر ... تغییرات □□ ( □ ) که حالی در فرمان ... از □□ بدن
در . □□ از اعدام هر توسط شده حفظ است که هاارزش آن بین رابطه الف کندمی بیان نامتغیر ... اما کند؛
و $\psi$ اگر ،که کندمی بیان $\psi$ □□ □ $\psi$ ،قاعده مقدمه کند؛می بیان را ناوردا این □$\psi$ ، اثبات قاعده ...
بعد درست باشد شد خواهد $\psi$ سپس ،یابدمی خاتمه $C$ و ، □□ کردن اجرا ما از قبل درست هستند □
□□ بدن ... هازمان بسیاری چگونه نیست مهم خیر ،که هاایالت که حالی در-جزئی از گیری‌نتیجه آن از
شد خواهد $\psi$ سپس ،دهدمی خاتمه بیانیه - که حالی در ... و ابتدا در درست است $\psi$ اگر ،شده اعدام است
باش اراده □ ،شده فسخ دارد while دستور که آنجایی از ،این بر علاوه .پایان ... در درست باش
.نادرست

شکل از ضمنی قاعده ... :انتگرال و دیفرانسیل حساب ما در نیاز مورد است قاعده نهایی یکی □□□
که · □□ فرمول الف باشند داشته ما و $\psi$ □ $\varphi$ کرد ثابت باشند داشته ما اگر ،که ما گویدمی آن .۴.۱
شود داده اجازه باید همچنین ما سپس ، $\psi$ توسط ضمنی است که · □□ یکی دیگری و $\varphi$ بر دارد دلالت
الف است باشد آنجا اگر است معتبر · □□ → $\varphi$ $_{AR}$ ▶ دنباله یک . · □□ □ · □□ کند ثابت که
،منطق گزاره برای انتگرال و دیفرانسیل حساب کسر طبیعی ... در · □□ از اثبات
توجه .محل هستند – (0 + □□□□ = 6 □□□□ ) □□□□ مثلاً – حساب از قوانین استاندارد و $\varphi$ کجا
از بیشتر □□□□ □□□ ما ،بنابراین) شده تقویت باش به شرطپیش ... دهدمی اجازه ضمنی قاعده ... که
هستند ما از کمتر □□□□□□□□□ ما یعنی) شده ضعیف است شرطپس ... که حالی در ،(به نیاز ما
یا شرطپیش تضعیف یعنی ،دیگری راه از اگر دیگر ... آن دادن انجام به کرد تلاش ما اگر .(به عنوان تحت
قاعده . کنید مراجعه 300 صفحه در (الف) 9 تمرین به - هستند نادرست که برسیم نتایجی به ،شرطپس تقویت
می اجازه آن .منطق گزاره از مناسب پسوند الف و منطق برنامه بین پیوند الف عنوان به اعمال ضمنی
نیاز مورد هستند که ،حساب از حقایق اساسی ... با شده بزرگ منطق گزاره در هااثبات واردات به ما دهد
استدلال برای

.منطق برنامه در هااثبات ... به ،عبارات صحیح عدد درباره

## 4.3.2 تابلوها اثبات

نشان به هامثال در استفاده به آسان است که فرم الف در نه هستند ۴.۱ شکل در شده ارائه قوانین اثبات
گانه‌سه ... از اثبات الف است آن ;۴.۲ شکل در مدرک یک از مثال یک حاضر ما ،نقطه این دادن
اثبات این .۴.۲ مثال در شده داده برنامه T فاکتوریل ... است ۱ فاکتور کجا ! □□□□ = □ 1 فاکتور
برای هادنباله عنوان به خب عنوان به تکلیف برای هانام و هامیله ... هاقطره و ؛ قوانین نام اختصارات
ارائه کافی اندازه به هنوز نه باشند داشته ما .کردن حکومت ضمنی ... از کاربردها همه در افزوده واقعیت
در تواندمی او اما ،خود مال او روی اثبات الف چنین کامل به خواننده ... برای اطلاعات است شده
هستند اثبات که از موارد کنندمی حکومت همه آیا چک به ۴.۱ شکل در قوانین اثبات ... استفاده حداقل
الگو نیاز مورد ... مطابقت یعنی ،مجاز


y = 1; z = 0; while (z != x) {z = z+1; y = y*z}

باش به تمایل اراده آنها با کار به گیر پا و دست هستند فرم این در هااثبات که واضح باش باید آن که هابرنامه از خواص اثبات بعدی ... به خط یک از شده کپی است اطلاعات از زیادی الف و پهن خیلی کنار را نمایندگی ما ۵ و ۲ ،۱ هافصل در .سبک این در دشوار خیلی باش ۱ فاکتور از ترطولانی هستند بیشتر الف کندمی پیشنهاد متوالی ترکیب برای قاعده .دلایل مشابه برای درختان عنوان به هااثبات از بگذارید تواندمی ما □□□□□ □□□□□□□ شود می نامیده ،منطق برنامه در هااثبات ارائه از راه راحت توالی الف عنوان به زبان ای‌هسته نویسی‌برنامه ما از برنامه هر از کردن فکر

□ ۱ ؛

□ ۲ ؛

.

.

.

□□ □

بالا دستورات □□ □□ از همه یعنی ،است ترکوچک های‌برنامه از ترکیبی $C_i$ دستورات از یک هیچ آن در که و if شرطی دستورات ... دادن اجازه ما ، البته .while دستورات یا if دستورات یا ،هستند انتساب یا شده جاسازی ترکیبات باشند داشته به while دستورات .

ما که کنید فرض . □□ □□ ؛ ۱ - □□ □□ ; ... ؛ ۲ □ ؛ ۱ □ برنامه ... برای ایستاده □ بگذارید

□ $\varphi$ شرطپس الف و $\varphi_0$ شرطپیش الف برای □ $\varphi$ | □ $\varphi_0$ | پار ▶ از اعتبار ... دادن نشان خواهم می □□□□□ برای کردن تلاش توسط که آنهایی ترکوچک به مشکل این شده تقسیم است ممکن ما ،سپس . برای | $\varphi_{i+1}$ | □□ ▶ □□ □□ پار $\varphi$ □□ .کنید اثبات را اعتبار و $\varphi_j$ $(0 < j < n)$ های‌فرمول و دیفرانسیل حساب اثبات الف طراحی باید ما که کندمی پیشنهاد این .۱ — $n$ ,...,۱ ,0 = $i$

با هافرمول آمیختگی درهم توسط □ $\psi$ | $\varphi_0$ | پار ▶ از اثبات الف دهدمی ارائه که انتگرال code as in

| $\varphi_0$ | □

۱ ؛

| | توجیه $\varphi 1$

□ ۲ ؛

.

.

.

| توجیه | $\varphi n_{-1}$

□□ □□ ؛

| توجیه | $\varphi_n$

ترتیب بدین تابلوها اثبات .شد خواهد روشن زودی به آن ماهیت که نویسیم‌می توجیهی ،فرمول هر مقابل در که ، □□□□□ □□□□□ بگیرید تماس ما که ،هافرمول با تنیده درهم کد برنامه ... از از متشکل اندشده نوشته آنها نقطه ... در داشتن نگه باید.

هاانتقال ... از کدام هر

$$|\varphi\ |$$

□□

□□

□□

+1

$$|\varphi_{i+1}|$$

،انتساب یک $_{+1}$ □□ □□ آیا روی به بسته ،۴.۱ شکل از قوانین ... از یکی به تجدیدنظر درخواست اراده می باعث هااثبات برای نمادگذاری این که باشید داشته توجه . است while دستور یک یا if دستور یک ضمنی ۴.۱ شکل در ترکیب برای قاعده اثبات ... شود

توانست‌می یکی هرچند رسدمی نظر به آن ،اصل در شد؟ پیدا باش □□ $\varphi$ هافرمول میانی ... باید چگونه ... زیرا ،حال این با .پایین سمت به کار ادامه و $_{1}$ $\varphi$ آوردن بدست ، $_{1}$ □ از استفاده با ،و $_{0}$ $\varphi$ از شروع سمت به کار و □ $\varphi$ با شروع به راحت بیشتر است آن که بیرون هانوبت آن ،عقب به کندمی کار قاعده تکلیف غیره و $\varphi n_{-1}$ آوردن بدست برای $C_n$ از استفاده با ،بالا

ترین ضعیف ... شودمی نامیده محاسبات $\varphi_{i+1}$ و $C_{i+1}$ از $\varphi_i$ آوردن بدست فرآیند **۴.۱۲ تعریف** منطقی ... برای دنبال به هستند ما ،بگو به است که . $\varphi_{i+1}$ شرطپس ... شده داده ، $_{+}$□ □□ از شرطپیش . است کافی[4] $\varphi_{i+1}$ تضمین برای $C_{i+1}$ اجرای ابتدای در حقیقت که فرمول ترین ضعیف

... با شروع از شامل معمولاً $\psi$ □ □□ ; |...؛ $_{1}$ □ $\varphi$ برای تابلو اثبات الف از ساز و ساخت پدیدار · □□ فرمول الف تا ،... ، $_{1-}$ □□ □□ سپس ، $C_n$ طریق از بالا سمت به آن دادن هل و $\psi$ شرطپس می تضمین که است شرط پیش ترین ضعیف دهنده نشان · $\varphi$ فرمول ... ،آل‌ایده حالت در بالا ... در شودمی اعدام است □ □□ ؛ $_{1-}$ □□ □□ ; ...؛ $_{2}$ □ $_{1}$ □ برنامه شده تشکیل ... اگر داشت خواهد نگه $\psi$ کند از کندمی دنبال آن آیا دیدن به شده بررسی سپس است · □□ شرطپیش ترین ضعیف . یابدمی خاتمه و شده الف از قبل ۴.۱ شکل از قاعده ضمنی ... به تجدیدنظر درخواست ما ،بنابراین . □□ شرطپیش شده داده به if دستور ... و تکلیف ... در کن نگاه حالا ما while دستور برای هاثابت کردن پیدا به چگونه از بحث -پیش ترین ضعیف ... چگونه دیدن

یکی کدام هر برای شده محاسبه است وضعیت.

زیر صورت به را آن ما .است استفاده قابل اثبات جداول برای راحتی به انتساب اصل .□□□□□ نویسیم‌می:

[4] :حساب درباره حقایق اساسی ... با شده بزرگ منطق گزاره در $\psi$ توسط ضمنی است $\varphi$ که یعنی $\psi$ از تر ضعیف است $\varphi$ عنوان به کردن تحمیل به خواهم می ما زیرا ،فرمول ترین ضعیف ...→خواهم می‌ما .معتبر است $\varphi$ $\psi$ افزوده واقعیت متوالی ... while عبارات شامل که آنهایی ویژه به -ویژه به ،موارد برخی در .کد قبلی ... روی است ممکن عنوان به هامحدودیت کمی تعداد ضعیف کافی اندازه به است که یکی نیاز فقط ما فرمول .نباشد پذیرامکان منطقی نظر از مورد ترین‌ضعیف استخراج است ممکن ،هستند دست در اثبات ... کامل به ما دادن اجازه به

$\psi\ [\ E/x\ ]$

ایکس = □□

$\psi$ انتساب

به رو جهت در را آن خواهیممی ، اثبات ساخت از پس ،زیرا ، □□□ □□□ □□□□□ $\psi$ مقابل در توجیه را آن انتساب اصل که است روشی این زیرا ،رودمی پیش عقب به رو جهت در ساخت خودِ .بخوانیم جلو .کندمی تسهیل

دیگری زیر مستقیماً $\varphi_{۲}$ فرمول یکی بنویس به ما دهدمی اجازه قاعده ضمنی ... ،فرم تابلو در □□□□ معتبر $\varphi_{۲}$ $\varphi_{۱}$ افزوده واقعیت دنباله آن در دارد $\varphi_{2}$ بر دلالت $\varphi_{۱}$ که شده ارائه ،بین در کد خیر با $\varphi_{۱}$ یکی این .کندمی عمل برنامه و حسابی منطق با مجهول منطق بین رابطی عنوان به ضمنی قانون ،بنابراین .است الف است جزئی درستی برای انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات ما .بینش حیاتی و آور تعجب الف است ضمنی اثبات قاعده طریق از □□□ انتگرال و دیفرانسیل حساب اثبات دیگری با هارابط که سیستم هیبریدی .

اثبات ... بنویس صریحاً نه معمولاً اراده ما ،حکومت ضمنی ... به تجدیدنظر درخواست ما زمانی چه پیامدها ... ،عمدتاً .منطق برنامه ... بر دارد تمرکز فصل این برای ،منطق گزاره در ضمنی دلالت ... از .بود خواهد تأیید قابل راحتی به برخورد معمولاً ما

.شودمی استفاده ،شوندمی تولید قواعد سایر اعمال با که هاییفرمول سازیساده برای اغلب ضمنی قاعده به شرطپس ... دادن هل توسط شودمی پدیدار $\varphi$ شرطپیش ترینضعیف که شودمی استفاده زمانی همچنین شرطپیش شده داده ... که دادن نشان به قاعده ضمنی ... استفاده ما . برنامه کل ... طریق از بالا سمت این از هامثال برخی در کن نگاه بیایید .شرط پیش ترین ضعیف بر دارد دلالت

**۴.۱۳ هامثال**

1. ما نشان دادن که ▶ پار □ = ۵ ایکس| ۱ + ی = ایکس| □□□□ = ۶ معتبر است:

| □ = ۵

| □ + 1 = | ضمنی

۶

۱ + ی = ایکس

| □□□□ = ۶ تکلیف

تکلیف ... |از استفاده با ،و ۶ = □□□□ با شروع ما .بالا سمت به پایین ... از شده ساخته است اثبات جایگزینی معنی به این ( ۱) .۱ + ی = ایکس طریق از بالا سمت به آن دادن فشار ما ،موضوع اصل ۶ = شود|دمی $y + 1$ نتیجه در و ، $x$وقوع موارد همه برای است $y + 1$

۱ + ۵ واقعیت حساب ... و شده داده شرطپیش ۵ = □ کنید مقایسه شده داده شرط پیش با را این ما ،حالا . اثبات ... شده تمام باشند داشته ما بنابراین ،آن کردن دلالت ۶ =.

خوانده پایین به بالا از وقتی معنی ساختن توجیهات آن ،بالا به پایین از شده ساخته است اثبات ... اگرچه .تکلیف گرمداخله ... توسط دوم ... از شودمی القا آن دنبال به چهارم خط و اول خط توسط دوم خط :شودمی

2. اعتبار کردن ثابت ما ▶ par □ < ۳ یی = یی |+ ۱ □ < ۴ : |

|□ < ۳|

|□ + 1 < | ضمنی

۴

ی = ی + ۱؛

| □| < ۴ تکلیف

هااثبات ،شد اشاره قبلاً که همانطور .دارد اشاره خود از قبل بلافاصله خط به همیشه Implied که باشید داشته توجه برای اثبات قوانین به مربوط مستقیماً اول سطح ... :سطوح منطقی دو کردن ترکیب کلی طور به منطق برنامه در به ۲ و ۱ هافصل از ما به آشنا مستلزم معمولی است سطح دوم ... بیانیه؛ تکلیف مانند نویسی‌برنامه ساختارهای $y + 1 < 3 + 1 = 4$. یعنی □ < ۳ که اینجا – حساب از حقایق علاوه

وضعیت هر به $\varphi$ .کنیم استفاده خاص شرط یک تغییر برای معمولی حسابی و منطقی مفاهیم از است ممکن ما در .کد شده داده ... با دادن انجام به باشند نداشته چیزی هیچ که دلایل برای $\varphi$ توسط ضمنی است که □□ ( □ < 3) افزوده واقعیت اعتبار .□□□□ + 1 < ۴ $y$ پس $\varphi$ فرمول ضمنی و □ < ۳ بود $\varphi$ ،بالا مثال ... اثبات روی شده تعریف > رابطه ▶... و صحیح اعداد درباره حقایق عمومی در دار ریشه است (4 > □ + 1) که همانطور .باشند شده ضمیمه ضمنی ی‌قاعده موارد تمام به که هستند ای‌جداگانه های‌اثبات نیازمند رسمی کاملاً های که هااثبات از های‌جنبه .دارد تمرکز ... بر فصل این زیرا دهیم‌نمی انجام را کار این اینجا در ما ، شد گفته قبلاً .کد با مستقیماً معامله

3. هابیانیه تکلیف از ترکیب متوالی ... برای

ایکس؛ = ز

z = z + y؛

u = z;

خاتمه .کندمی ذخیره هاانتساب از دنباله این از پس □□ $y$ و $x$ مجموع $u$ دهیم نشان که است این ما هدف □□□□ = □□ □ پار اثبات برای معنی ما ،بنابراین بالا کد ... برای □ بنویس ما بگذارید .دهدمی + □ .▶ |T| | |

و □ + □□□□ = □□ شرطپس ... با شروع توسط اثبات ... ساخت ما

. کنید هدایت بالا به ،معکوس ترتیب به ،تکالیف طریق از را آن ،انتساب قانون از استفاده با

– می = $z$ به منجر که است $z$ با $u$ موارد تمام جایگزینی شامل u = z طریق از بالا سمت به آن دادن هل .شود □□□□ + $y$ . داریم را اثبات قطعه ،بنابراین

|□ = □□|□□ + □

ز؛ = تو

|□□ = □□|□□□ + تکلیف $y$

– □ کردن جایگزین شودمی شامل ی + ز = ز طریق از بالا سمت به $y$ + □□□□ = □ دادن هل □ + □□□□ = □ شودمی + $z$ به منجر که ، $y$ + □ توسط .

نتیجه در ، □□□□ توسط □ کردن جایگزین شودمی شامل ایکس = ز طریق از بالا سمت به که دادن هل ـ در

این مانند رسدمی نظر به الان قطعه قطعه اثبات . □ + □□□□ = □ + □□□□:

|□□□□ + □ |= □□□□ + □

ایکس؛ = ز

|□ + □ = □□|□□ + تکلیف $y$

ی؛ + ز = ز

|□ = □□|□□ + تکلیف $y$

ز؛ = تو

|□□ = □|□□□ + تکلیف $y$

باشند داشته ما □ + □□□□ = □ + □□□□ است شودمی پدیدار ترتیب بدین که شرطپیش ترین ضعیف کندمی ارضا که ایالتی هر که بررسی یعنی این . تی شرطپیش شده داده ... از کندمی دنبال این که کنید بررسی به اما ،هاایالت همه در راضی است تی ،خب . □ + □□□□ = □ + □□□□ کندمی ارضا همچنین تی ( □□□□ افزوده واقعیت متوالی ... بنابراین ، □ + □□□□ = □ + □□□□ است بنابراین ▶ T→ معتبر است ( □ + □□□□ = □ + □.

این مانند رسدمی نظر به بنابراین اثبات شده تکمیل نهایی:

|تی|
|□□□□ + □ |
= □□□□ +
□ ضمنی

ایکس؛ = ز

|□ + □ = □□|□□ + تکلیف $y$

ی؛ + ز = ز

|□ = □□|□□ + تکلیف $y$

ز؛ = تو

|□□ = □|□□□ + تکلیف $y$

پایین بالا ... از آن خواندن الان تواندمی ما و.

که ها دام دهید شرح را مورد دو ما .کردن مراقبت برخی کندمی ایجاب تکلیف موضوع اصل ... از کاربرد درستی به شده اعمال نه است قاعده ... اگر ،داخل به سقوط است ممکن احتیاطبی ...

- «اثبات» مثال ... بگیرید نظر در

|□□□□ +1 ≠ □□□□ + ۱

۱؛ + ایکس = ایکس

| □□□□ ≠ □□□□ + ۱ تکلیف

$x$ باید $\psi$ که است معنی این به انتساب اصل با الگو تطبیق .کندمی استفاده نادرست طور به انتساب برای قاعده از که □□□□ = □□□□ + ۱، عبارت $E$ □□□□ است +1 و $\psi$ [ $E/x$ ] برابر □□ $x$ □□□. +1 = آیدمی بدست □□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ $\psi$ [ $E/x$ ]، حال این با ۱. + □□□□:
۱. + ۱+ □□□□ = □□□□. +1 $x$ با برابر باید $\psi$ [ $E/x$ ]، بنابراین ، $E$ توسط $\psi$ در $x$ وقوع

شده‌اصلاح اثبات ،بنابراین

|□□□□ +1 = □|□□□ +۱+ ۱

۱؛ + ایکس = ایکس

|□□□□ ⊨ □□□□ + ۱ تکلیف

= □□□□ ۱ + ایکس |= ایکس ۱ |+۱+ □□□□ |□□□□ = 1+ □□□□ بار که دهدمی نشان معتبر است □□□□ + ۱.

□□□□ اگر که گویدمی گانه‌سه این .نیست مفید خیلی شده‌اصلاح اثبات این ،فرعی ی‌نکته یک عنوان به و شودمی اجرا .است برقرار x = x + 1 انتساب مقدار و حالت یک در ۱ + (۱ + □□□□ ) = 1+ شرطپیش ... که آنجایی از ،اما ۱؛ + □□□□ = □□□□ کندمی ارضا ایالت نتیجه در ... سپس ،دهدمی خاتمه در آموزنده چیز هیچ ما گویدمی گانه‌سه این ،درست باش هرگز تواندمی 1+ □□□□ 1+ = □□□□ تکلیف مورد.

- -آگهی دادن اجازه توسط است نادرست طور به تکلیف برای قاعده اثبات ... از استفاده با از راه دیگری «اثبات» ... در عنوان به ، □□ = ایکس و $\psi\,[E/x]$ بین در افتادن اتفاق به تکالیف مشروط

|□□□□ +۲ ⊨ □ + ۱

ی = ی + ۱۰۰۰۰۰۱;

۲؛ + ایکس = ایکس

|□□□□ ⊨ □ + ۱ تکلیف

خط در افتدمی اتفاق اضافی تکلیف یک که آنجایی از ،حکومت تکلیف ... از کاربرد درست الف نه است این این شودمی باعث تکلیف اضافی این .شودمی اعمال ۴ خط در استنباط که به تکلیف واقعی ... از قبل درست ۲ .دادن ارجاع است ۱ خط در معادله ... که به □ در ارزش فعلی ... کندمی رونویسی ۲ خط : ناسالم استدلال به هستند مجاز ما ،بنابراین .ترطولانی هر درست باش کرد نخواهد 1+ □ = ۲+ □□□□ ،است واضح x = انتساب و $\psi\,[E/x]$ شرطپیش بین کد اضافی خیر است آنجا اگر فقط تکلیف برای قاعده اثبات ... استفاده □□ .

به را شرطپس یک چگونه که کنیم‌می بررسی اکنون .*(if statements)* □□□□ □□□□□□ قطعه برنامه الف و $\psi$ وضعیت الف شده داده هستند ما کنید فرض if دستور یک کنیم هدایت بالا سمت که طوری به $\varphi$ ترین‌ضعیف ... محاسبه به آرزو ما . □ ۲ { دیگری □ ۱ } ( □ ) اگر قطعه

. $\psi$ {□ ۲} { □ ۱ } دیگری { □ ) ( □ اگر $\varphi$

کند می دنبال عنوان به شده محاسبه باشد است ممکن $\varphi$ این.

1. باشید داشته توجه) . □□ □□□ ۱ نتیجه ... بگیرید تماس بیایید ؛ □ ۱ طریق از بالا سمت به $\psi$ دهید فشار قوانین دیگر به جذاب کردن شامل اراده این ،دستورات دیگر از توالی الف است ممکن □ ۱ که آنجایی از ،که به شرطی دستورهای برای «بازگشتی» الف کردن شامل اراده گام این سپس if دستور دیگری شامل □ ۱ اگر شودمی فراخوانی «اگر» قانون .)
2. $\varphi$ ۲ . نتیجه ... بگیرید تماس ؛ □ ۲ طریق از بالا سمت به $\psi$ دادن فشار ،مشابه‌طور به
3. ( □ → $\varphi$ ۱ ) ∧ ( چ □ → $\varphi$ ۲ ). باش به $\varphi$ تنظیم

زودتر شده داده سوک برای کد بهینه غیر ... روی کار در قاعده اثبات این دیدن ما بگذارید **۴.۱۴ مثال** دوباره کد ... است اینجا فصل ... در:

```
الف = ایکس + ۱؛
  اگر (یک - ۱ == 0) {
    ی = ۱؛
  } دیگری {
    الف؛ = ی
  }
```

باشید داشته توجه .است معتبر 1+ □□□□ ‡ □□□ |T□ موفق ▶ پار که دهیم نشان خواهیمی ما برای مناسب میانی شرط یک باید ،بنابراین .است if دستور یک و انتساب یک ترتیبی ترکیب برنامه این که تکلیف ... و .آوریم بدست if دستور بین دادن قرار.

دستور ... های شاخه دو ... طریق از بالا سمت به 1+ □□□□ = □ شرطپس ... دادن فشار ما آوردن دست به if

- $\varphi_1$ است ۱ = □□□□ + ۱؛
- $\varphi_2$ است □□□ = □□□□ + ۱؛

آوردن بدست و ... میانی شرایط ( □□ __۱ = ۰ →۱ = □□□□ ∧ ۱ ) ( □□ ) ۱ ⇒ 0)

قاعده ... از نسخه متفاوت کمی الف به جذاب توسط (۱ + □□□□ = □□□ دستور -اگر :

$$\frac{|\varphi_1|\ C_1\ |\psi| \qquad |\varphi_2|\ C_2\ |\psi|}{|(B \to \varphi_1) \wedge (\neg B \to \varphi_2)|\ \mathbf{if}\ B\ \{C_1\}\ \mathbf{else}\ \{C_2\}\ |\psi|} \quad \text{if شرطی دستور} \tag{4.7}$$

گرفت قرار بحث مورد ح owever, this rule can be derived using the proof rules دیدن دور؛ بنابراین

این مانند رسدمی نظر به الان اثبات جزئی .۳۰۱ صفحه روی (ج)9 ورزش:

```
( تلی )
(؟)                                                    ?
الف = ایکس + ۱؛
(( □□□ — ۱ = ۰ ) → ۱ = □□□□ + ۱) ∧ ( چ ( □□□ + ۱ =
0) → a = x + 1))                                       ?
اگر (a) - ۱ == 0) {
    (1= □□□□ + ۱)                                      if- شرطی دستور
  ی = ۱؛
    ( □ = □□□□ + ۱)                                    تکلیف
} دیگری {
    ( □□ = □□□□ + ۱)                                   دستور -اگر
  الف؛ = ی
    ( □ = □□□□ + ۱)                                    تکلیف
}
  ( □ = □□□□ + ۱)                                      دستور -اگر
```

آوردن بدست به ،تکلیف ... . دهیمی قرار if عبارت بالای را طولانی فرمول ،مثال این یادامه در

$$(\ \square\square\square\square + 1 - ۱ = ۰ \to ۱ = \square\square\square\square + ۱) \wedge (\ \text{چ}\ (\ \square\square\square\square + 1 - ۱ = 0)$$

$$\rightarrow \square\square\square\square + 1 = \square\square\square\square + 1) \tag{4.8}$$

آن که یعنی ،T شرط پیش شده داده ... توسط ضمنی است این که دادن نشان به نیاز ما دهدمی (4.8) سازی ساده ،واقع در .ایالت هر در درست است

$$(\square\square\square\square = 0 \rightarrow ۱ = \square\square\square\square + ۱) \wedge (\text{چ}\ (\square\square\square\square = 0) \rightarrow \square\square\square\square + 1 = \square\square\square\square + ۱)$$

است الان اثبات بالا .هستند معتبری و واضح های‌دلالت ،آنها عطف بنابراین و ،هاعطف این دوی هر و عنوان به شده تکمیل:

|تی
|( □□□□ +1 — ۱ = 0 → ۱ = □□□□ + ۱) Λ ( چ ( □□□□ +1 — ۱| ضمنی
= 0) → □□□□ +1 = □□□□ + ۱)
۱؛ + ایکس = الف
|( □□ — ۱ = 0 → ۱ = □□□□ + ۱) Λ ( چ ( □□ — ۱ = 0) |→ □□□ = □□□□ + ۱)
تکلیف
اگر (یک - ۱ == 0) {
|۱ = □□□|□ + ۱- if شرطی دستور
ی = ۱؛
|□ = □□□|□ + ۱ تکلیف
} دیگری {
|□□□ = □|□□□ + ۱- if شرطی دستور
الف؛ = ی
|□ = □□□|□ + ۱ تکلیف
}
|□ = □□□|□ + ۱- if شرطی دستور

صحت برای اثبات قاعده که باشید داشته یاد به *(While statements)* □□□□□□ □□□□ $\eta$ □ $\psi$ جای به اینجا در – ۴.۱ شکل در فرم کردن دنبال ... در شده ارائه بود while عبارات جزئی □□ ایم‌نوشته :

$$\frac{|\eta \wedge B|\ C\ |\eta|}{|\eta|\ \text{while}\ B\{C\}\ |\eta \wedge \text{ч} B|} \quad (4.9)$$

که حالی در -جزئی .

Before we loo k at how Partial-while will be represented in proof tableaux,

یک باش به است شده انتخاب $\eta$ فرمول .بپردازیم اثبات قانون این پشت های‌ایده به بیشتری جزئیات با بیایید درست است $\eta$ اگر ،درست است □ نگهبان بولی شده ارائه :while دستور ... از $C$ بدن ... از نامتغیر این .پایان ... در درست همچنین است آن سپس ،یابدمی خاتمه □□ و ، □□ شروع ما از قبل $|\eta \wedge B|$ □□ $\eta$ فرض ... چه است کندمی بیان.

... که و ؛ $\eta$ کندمی ارضا که کندمی اجرا حالتی از پایانی اجرای یک while دستور کنید فرض حال دارد می نگه (4.9) از فرض.

اجرای نه دادن انجام ما سپس while دستور ... روی شو سوار ما عنوان به زودی به عنوان به نادرست است □ اگر • $\eta \wedge$ با while دستور پایان ما بنابراین ، $\eta$ از ارزش حقیقت ... تغییر به افتاده اتفاق دارد هیچی .همه در $C$ چ □□ .

طبق . □□□□□□ □□□□ □□ $C$ ،کنیممی اجرا را while دستور ما که وقتی باشد درست $B$ اگر ·
□□ از پایان ... در درست است $\eta$ بدانید ما ،(4.9) در قاعده ... از فرض .
– اگر □ .ما کردن متوقف ما ،نادرست الان است □ اگر
– اگر □ دوباره کردن اجرا ما ،درست است □ اگر □□ ؛ $\eta$ دوباره دوباره است شد برقرار دوباره کردن اجرا ما هازمان
□□ از اجرا هر از پایان ... در شد برقرار دوباره است $\eta$ ،راه این در □□ کردن اجرا ما هازمان .
$C$ ، اجرای (صفر شامل) متناهی تعداد از پس نادرست است □ ،اگر فقط و ،اگر یابدمی خاتمه while دستور
داریم صورت این در که $\eta \wedge$ ч $B$.

درستی برای رضایت رابطه ... به احترام با صدا است که حالی در-جزئی که دهدمی نشان استدلال این که همانطور ،حال این با .است درست واقعاً ،کنیم ثابت آن از استفاده با که را چیزی هر که معنا این به ،جزئی □□ ( □ ) که حالی در $\eta$ فرم ... که کنیم اثبات را چیزهایی فقط دهدمی اجازه ما به ،است مشخص . □ با پیوسته هم به شرطپیش ... عنوان به همان ∧.ч است شرط پس ... که در گانه است یعنی ، □ $\eta$
هستیم اثبات به ملزم ما که کنید فرض ч

$$\varphi \{ \text{ج} \} \psi \quad (\ \square\ ) \text{ که حالی در } \varphi \tag{4.10}$$

استفاده ما تواندمی چگونه راه که در مرتبط نه هستند که $\psi$ و $\varphi$ برخی برای این؟ مانند وضعیت الف در که حالی در-جزئی
که چنین ، $\eta$ مناسب الف □□□ □□□□ باید ما که است پاسخ

1. ► افزوده واقعیت $\varphi \to \eta$ ،
2. ► افزوده واقعیت $\eta \wedge$ ب $\to \psi$ و
3. ► پار $\eta$ که حالی در ( □ ) {□□ } $\eta \wedge$ ب

،سپس . که حالی در-جزئی از یعنی توسط شده داده نشان است دومی ... کجا ،معتبر همه هستند .گانه سه جزئی صحت معتبر الف است (4.10) که کندمی استنباط ضمنی

در گام ضروری امر یک است آن . $\eta$ نامتغیر مناسب الف از کشف ... است ،سپس ،چیز حیاتی این .دارد نیاز ذکاوت و هوش به کار این عمومی در و که حالی در-جزئی قاعده اثبات ... استفاده به سفارش که ،تکالیف و if شرطی دستورات برای قوانین اثبات . است تضاد در ... مورد با توجهی قابل طور به موضوع هر .ندارد ... به نیازی و است نماد انتقال به مربوط فقط آنها از استفاده :دارند مکانیکی ماهیت خالص هستند .بینش تر عمیق

واقعاً است while دستور چه درباره کرد فکر باشید مراقب کندمی ایجاب نامتغیر مناسب الف از کشف دستور الف کردن درک به که گفت ،دایکسترا .ای مرحوم ،دانشمند کامپیوتر برجسته ... واقعاً .دادن انجام آن از پس شرایط و هاشرطپیش شده داده به احترام با است نامتغیر آن چه دانستن معادل است while while دستور که برای

شده انجام محاسبه نظر مورد که گفتن عنوان به شده تفسیر باش تواندمی نامتغیر مناسب الف زیرا است این زمانی چه ،که کندمی دنبال سپس آن .اعدام ... از گام فعلی به بالا درست است while دستور ... توسط اعدام ...

به چگونه مطالعه سپس و هاثابت کردن رسمی ما بگذارید .درست است محاسبه کل ... ،دهدمی خاتمه را آنها کردن کشف.

▶ که $\{C\}$ چنین $B\eta$ فرمول یک است () که حالی در while دستور ... از نامتغیر آن **۴.۱۵ تعریف**
□□ و □ در درست هستند □ و $\eta$ اگر ، □ هاایالت همه برای یعنی دارد؛می نگه $\eta$ □ □□ $\eta$ بار
دوباره است $\eta$ سپس ،دهدمی خاتمه و □ ایالت از شده اعدام است
ایالت نتیجه در ... در درست.

$C$ از اعدام ... طول در مداوم طور به درست باش به باشند داشته نه دهدمی انجام $\eta$ که باشید داشته توجه می اجرا □□ از قبل درست است آن اگر ،که است داشتن نیاز ما همه .باشد نه اراده آن ،عمومی در ؛ دهدمی خاتمه □□ زمانی چه (و اگر) درست است آن سپس ،شود.
برای نامتغیر یک از است عبارت ،مثال برای هاثابت چندین هستند آنجا while دستور شده داده هر برای
،درست است «$B$ اگر» استلزام ی مقدمه زیرا ، است بنابراین ؛while دستور □□ T
ثابت یک همچنین $B$ فرمول .است درست است ضمنی دلالت که بنابراین ،نادرست است '... سپس
ما زیرا ،ما به فایده بی هستند هاثابت اینها بیشتر اما ؛ .$C$ □□□ while ( $B$ ) do از
های دنباله آن برای که ثابت $\eta$ یک برای دنبال به هستند AR $\eta$ و AR $\varphi\eta$
... از هاشرطپس و هاشرطپیش ..ψ و φ آن در که ،معتبر هستند ، $B$ هستند ψ و φ
while دستور
.سازی معادل منطقی بالا – هاثابت است ممکن ... همه از یکی فقط بیرون مجرد اراده این ،معمولاً
دستور ... از بدن ... توسط شده دستکاری متغیرها ... بین رابطه الف کندمی بیان نامتغیر مفید الف
خودشان متغیرها ... از هاارزش ... هرچند حتی ،بدن ... از اعدام ... توسط شده حفظ است که while
while دستور از ردیابی الف ساختن توسط شد پیدا باش اغلب تواندمی نامتغیر .کند تغییر است ممکن
.عمل در

مکانی موقعیت با شده نویسی حاشیه ،۲۶۲ صفحه از 1فاکتور برنامه ... بگیرید نظر در **۴.۱۶ مثال**
:بحث ما برای هابرچسب

```
    ی = ۱؛
    ز = ۰;
11:  (ایکس =! ز) که حالی در {
        z = z + 1;
        y = ی * ز؛
12:  }
```

برنامه زمانی چه .۶ است برابر □□□□ که در فروشگاه الف در شودمی آغاز اعدام برنامه کنید فرض
،۱ با است برابر $y$ و است ۰ با برابر □ ، 1ل مکان در while دستور ... برخوردها اول جریان
، ل۲ مکان در آن از پس .شد اعدام است بدن ... و درست است □□□□ = □ وضعیت ... بنابراین
اعدام است بدن ... بنابراین ،درست هنوز است نگهبان بولی ... و ۱ با است برابر $y$ و ۱ است برابر □
آوردن بدست ما ،راه این در دارد ادامه .دوباره شده

ردیابی کردن دنبال ...:

| تکرار از بعد | □ در 1ل | □ در 1ل | □ در 1ل |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ۱ | درست |
| ۱ | ۱ | ۱ | درست |
| ۲ | ۲ | ۲ | درست |
| ۳ | ۳ | ۶ | درست |
| ۴ | ۴ | ۲۴ | درست |
| ۵ | ۵ | ۱۲۰ | درست |
| ۶ | ۶ | 720 | نادرست |

نادرست شودمی نگهبان بولی ... زمانی چه هاتوقف اعدام برنامه.

... از اعدام یک کامل ما □□ بلر هر = .□□□ $y'$ ' :است مشاهده قابل راحتی به مثال این ثابت شده باشند داشته □ و □ از هاارزش ... هرچند حتی ، دارد حقیقت واقعیت این while دستور ... از بدن است آن .خواص نیاز مورد ... دارد نامتغیر این ،این بر علاوه .کرد تغییر

- کشف زودی به اراده ما که while دستور ... از شرطپیش ... توسط ضمنی باش به کافی اندازه به ضعیف ۱، $=^{ef}$ !۰ شرطپیش آنها و تکالیف اولیه... روی بر مبتنی 0 = □ 1 = □ باش به کردن
- آن ،نگهبان بولی ... از نفی ... با هم با ،که کافی اندازه به قوی همچنین اما □□□□ = ی شرطپس بر دارد دلالت !

هادنباله ... ،بگو به است که

$$(\square \text{ افزوده واقعیت} \rightarrow \square = 0) \quad \text{و} \quad (\square = \square\,!) \quad \text{افزوده واقعیت} \quad (\square = 1 \rightarrow \square = 0) \quad \text{افزوده واقعیت}$$
$$(\square\,!) = \square\square\square\square \qquad (\square) = \square\square\square\square\,! \qquad \square\square\square\square = \square\,! \tag{4.11}$$

معتبر هستند.

منطقی .شودمی کشف ... به کردن نگاه با اغلب مناسب (invariant) ناوردا یک ،مثال این همانند بود ،ثابت این از استفاده با ،فرم درخت در فاکتوریل مثال ... از اثبات کامل الف شرطپس ... از ساختار ۴.۲. شکل در شده داده

دادن فشار به چگونه به کردن فکر به نیاز ما تابلوها؟ اثبات در while قانون ... استفاده ما باید چگونه . □□ شرطپیش ... ملاقات به بیانیه - که حالی در الف طریق از بالا سمت به $\psi$ شرطپس دلخواه یک از عبارتند مراحل:

1. ثابت مناسب الف است امید شما که $\eta$ فرمول الف بزن حدس
2. بولی $B$ آن در که ،هستند معتبر $\eta$ $\varphi$ افزوده واقعیت و $\psi$ □ افزوده واقعیت که کنی ثابت کن سعی یک حداقل اگر) صورت این غیر در .۳ به برو ،شدن موفق هااثبات دو هر اگر while دستور ... از نگهبان است برگردید ۱ به ،(شود رد اثبات.
3. دیگر کردن اعمال شودمی شامل این ؛while دستور ... از □□ بدن ... طریق از بالا سمت به $\eta$ دهید فشار $\eta$ که فرمول ... نام ما بگذارید . □□ از فرم ... توسط شده دیکته قوانین □□□□□□ □□□□□ .

4. متغیر یک واقع در $\eta$ که کندمی ثابت این است؛ معتبر $\eta$ □ $\eta$ افزوده $\Lambda$ وقعیت ▶ اینکه اثبات برای کنید امتحان .۱ به برگشت برو ،صورت این غیر در .۵ به برو ،شدن موفق شما اگر .است ناجور
5. مبتنی ضمنی از مثال یک با $\eta$ که نویسی حاشیه ، $\eta$ که بالا $\varphi$ بنویس و while دستور ... بالا $\eta$ بنویس حالا !شد انجام ماموریت .۲ در $\varphi \to \eta$ AR ▶ اعتبار ... از اثبات موفق ... روی بر

□□□□ = □ دادن هل توسط آمده دست به اثبات جزئی فاکتوریل ... از مثال ... ادامه ما **۴.۱۷ مثال** یک است ! □ = □ که فرضیه ... بررسی بنابراین – while دستور ... طریق از بالا سمت به ! است زیر شرح به عنوان به است – نامتغیر:

```
ی = ۱؛
ز = ۰;
  |□ = □| !؟
{ (ایکس =! ز) که حالی در
        |□ = □ ! ∧ □ ≠                ضمنی ∧ .Hyp ثابت نگهبان
         □□□□                |
        |□ · ( □ + ۱) = ( □
         + ۱)!
    ز = ز + ۱؛
        |□ · □ = تکلیف z !
    ی = ی * ز؛
        |□ = تکلیف z !
}
  |□ = □□□□ !؟
```

چیزها سه روی دارد بستگی نامتغیر مناسب الف است ! □ = □ آیا:

- □ ) = (۱ + □ ) □ بر دارد دلالت ! □ = □ که یعنی ،ثابت یک واقع در است آن که کردن ثابت به توانایی و ۱+ □ توسط ! □ = □ از سمت کدام هر کردن ضرب فقط ما که آنجایی از ،مورد ... است این .!(۱ + ۴.۲. مثال در !(۱ + □ ) از تعریف استقرایی ... به تجدیدنظر درخواست
- ... از نفی ... و آن که کافی اندازه به قوی است $\eta$ که کردن ثابت به توانایی این □□ $x = z$ = □ برای ،مورد ... همچنین است این شرط؛پس ... کردن دلالت هم با نگهبان بولی که است معنی $y = x\ !$ .
- پیشرو کد ... توسط شده تأسیس باش به کافی اندازه به ضعیف است $\eta$ که کردن ثابت به توانایی کد ... طریق از .کنیممی ثابت بالا سمت به نتیجه افزایش به دادن ادامه با ما که است چیزی این .while دستور تا while دستور ... قبلی

= ی طریق از که دادن هل و !۰ = □ در نتایج 0 = ز طریق از ! □ = □ دادن هل :سپس ،دارد ادامه است !۰ عنوان به هاایالت همه در داردمی نگه دومی .!۰ = ۱ رندرها ۱

است اثبات شده تکمیل ما ؛ تی توسط ضمنی است آن بنابراین ،۱ باش به شده تعریف:

|تی|
|۱ = ۰!| ضمنی
ی = ۱؛
|□ = 0| تکلیف
ز = ۰;
|□ = تکلیف z !
{ (ایکس =! ز) که حالی در
|□ = □ ! ∧ □ ≠ ضمنی Hyp. ∧ ثابت نگهبان
□□□□ |
|□ · ( □ + ۱) = ( □
+ ۱)!
ز = ز + ۱؛
|□ · □ = تکلیف z !
ز؛ * ی = ی
|□ = تکلیف z !
}
|□ = □∧ч( □/) = |x ) که حالی در - جزئی
|□ = □|□□□ ! ضمنی

## بخش جمع حداقل :مطالعه مورد الف 4.3.3

کندمی محاسبه که برنامه یک تأیید توسط دوباره بار یک while دستورات برای قاعده اثبات ... تمرین ما برنامه هسته ما دادن گسترش ما دهید اجازه ،که برای .صحیح اعداد از آرایه یک از بخش جمع حداقل ... آرایه یک کردن اعلام است ممکن ما ،مثال برای . [۵] صحیح اعداد از هاآرایه با زبان نویسی

یک صحیح عدد[n]؛

که ، a[n-1] ،...، [1]یک ، [0]یک توسط کرد پیدا دسترسی هستند هازمینه که و الف است نام که ،فیلد اندیس محاسبه برای □□ بیان صحیح عدد هر دادن اجازه ما ،کلی طور به .ثابت برخی است ن آن در درون همیشه است ای توسط شده محاسبه ارزش ... که مطمئن که است نویس‌برنامه وظیفه این . a[E] مانند مرزها آرایه ...

یک از هاارزش صحیح عدد ... باش [۱ — □ ] □□ □...□ [0] □ □ بگذارید **۴.۱۸ تعریف** ≤ 0 کجا ،[ □ ] □□□ □...□ [ i ] □ □ قطعه مداوم الف است الف از بخش الف . الف آرایه ما . □□ ≤ □□ < □

[۵] یک زیرا کندمی ایجاد بیشتری مشکلات هاآرایه در نوشتن .خوانیم‌می هاآرایه از ،است آمده ادامه در که Min Sum برنامه در فقط ما شود گرفته نظر در انتگرال و دیفرانسیل حساب توسط باید این و باشد داشته متفاوت نحوی نام چندین تواندمی آرایه عنصر.

بخش آن مجموع برای $S_{i,j}$ بنویسید: $a[i] + \square\square[\square + ۱] + \cdots + \square\square\square[\square]$. $\square\square$ جمع ... که چنین الف از $[\square]\square\square\square\ldots\square[i]\square\square$ بخش الف است بخش حداقلی مجموع $\square\square\square[\square\cdot]$ ,...,$a[i\cdot]$ دیگر بخش هر از $S_{i'j'}$ مجموع مساوی یا بزرگتر کمتر است $\square\square\square$ الف از [ .

**۴.۱۹ مثال** [۱ □ ۳ □ ۱۵ □ ۶ □ ۴] آرایه صحیح عدد مثال ... روی مفاهیم اینها دادن نشان ما بگذارید وجود ۱۵ زیرا نیست [۴ □ ۶ □ 3] املـ هابخش هستند [۶ ] و [۶ □ ۱۵ □ 3] ـدو هر .[۵ □ ... است آن ؛۷ جمع با [۵ □ ۴ □ ۶ .است ] خاص آرایه این برای حداقل مجموع با بخش یک .ندارد مورد این در بخش جمع حداقل فقط

[1 □ ۱ □ ۳ □ ۱] آرایه ،مثال برای .فرد به منحصر باش نه نیاز هابخش جمع حداقل ،عمومی در — — با [۱ □ ۱ ] و [1 □ ۱] هابخش جمع حداقل دو دارد [۱ □ ۰. جمع حداقل

به است دست در وظیفه

- صحیح عدد های‌آرایه با و شده نوشته ما اصلی نویسی‌برنامه زبان به که ، Sum ـتابع بنویسید حداقلی برنامه یک کندمی محاسبه را شده داده آرایه یک از حداقلی مجموع با بخش یک مجموع ،است شده داده توسعه.
- به ،مورد قبلی ... در شده داده ،مشکل این از نیاز مورد غیررسمی ... ساختن ؛ جمع حداقل از رفتار ... درباره مشخصات رسمی الف
- برآورده را رسمی افراد از دسته آن Min Sum که دهید نشان تا کنید استفاده جزئی صحت برای ما اثبات حساب از دهدمی خاتمه آن که شده ارائه مشخصات کندمی.

ممکن های‌بخش ... همه فهرست توانستمی ما :شغل ... دادن انجام به برنامه بدیهی یک است آنجا نگه و بخش کنید محاسبه را یک هر مجموع تا کنید پیمایش را لیست آن سپس ،شده داده آرایه یک از در نتایج این ،[۲ — □ ۳ □ 1 —] آرایه مثال برای .مکان سازی‌ذخیره الف در جمع حداقل اخیر ... داشتن فهرست ...

$$[-1] \square [-1 \square ۳] \square [-1 \square ۳ \square -۲] \square [3] \square [3 \square -۲] \square [-2]$$

راحتی به تواندمی ایده این .۲ جمع حداقل ... کندمی تولید [۲ ] بخش آخرین ... فقط که دیدن ما و الف از هابخش از شماره ... :عیب جدی الف دارد اما ،زبان نویسی‌برنامه هستند ما در شده کدگذاری باش این ما وظیفه ،کنیم جمع نیز را آنها همه باشیم مجبور اگر ؛ است $n$ مربع با متناسب □ اندازه از آرایه شده داده یک است این ،محاسباتی نظر از .$\square^{۳} = \square^{۲}\square$ سفارش ... از پیچیدگی زمان حالت بدترین است آیا دیدن به سفارش در تر نزدیک از مشکل ... کردن بازرسی باید ما بنابراین ،پرداخت به قیمت گران بهتر دادن انجام تواندمی ما.

یک فقط آرایه از عبور با ، $n$ با متناسب زمان در هابخش همه از بیش جمع حداقل ... محاسبه ما توان‌می بنابراین شده دیده جمع حداقل ... فقط فروشگاه ما اگر زیرا ،رسدمی نظر به دشوار این ،شهودی طور به بار؟ دست از را بزرگ منفی اعداد برخی فرصت بعداً است ممکن ،آرایه این در طریق از عبور ما عنوان به دور ،مثال برای .مسیر انگلیسی برخورد ما اعداد مثبت بزرگ برخی از زیرا ،بدهیم

است آرایه ... کنید فرض

[ — ۸ □ ۳ □ — ۶۵ □ ۲۰ □ ۴۵ □ — ۱۰۰ — □ ۸ — □ ۱۷ □ — ۴ □ — ۱۴].

به – ۱۰۰ از مزیت گرفتن به کنید سعی ما باید یا کنیم؟ بسنده ۶۵ __ ۳+۸ __ به باید آیا
الف است آرایه کل ... ،مورد این در بار؟ یک فقط آرایه ... طریق از عبور تواندمی ما که آوردن یاد __
کند می عبور که برنامه الف چگونه دیدن به دشوار است آن اما ،جمع کوچکترین ... ما دهدمی که بخش
بار یک فقط آرایه ... طریق از

این تشخیص توانستمی

□□ ) دور شده دیده بنابراین جمع حداقل :عبور طول در هاارزش دو سازی ذخیره برای است حل راه
... در پایان که هابخش □□□ از دور بنابراین شده دیده جمع حداقل ... همچنین و (زیر برنامه ...
این دادن انجام به نظر مورد است که برنامه یک است اینجا .(زیر □□ ) آرایه ... در نقطه فعلی:

```
ک = ۱؛
تی = یک[0];
ها = یک[0];
که حالی در (ک != ن) {
    الف[ک]، + (t) دقیقه = تی
    a[k]); s = min(s,t);
    ک = ک + ۱؛
}
```

۱۰ ورزش در شده مشخص عنوان به هااستدلال دو آن از حداقل کندمی محاسبه که تابع است یک حداقل کجا
فروشگاه □□ و آرایه ... از هاشاخص از محدوده طریق از حاصل درآمد □ متغیر .۳۰۱ صفحه روی
شرف در برنامه کنترل جریان که زمان هر – $a\ [\ k\ ]$ در پایان که هایبخش از جمع حداقل ... ها
فعلی ... به آن کردن اضافه یا تواندمی ما ،جدید مقدار هر بررسی با .باشد while دستور بولي عبارت ارزیابی
بخش جدید الف شروع توسط آمده دست به باش تواندمی جمع حداقل ترپایین که بگیرید تصمیم یا ،جمع حداقل
ما حداقل ... عنوان به شده محاسبه است آن دور؛ بنابراین شده دیده جمع حداقل ... هافروشگاه s متغیر
.فعلی نقطه در پایان که هابخش از جمع حداقل ... یا ،قدم آخرین ... در دور بنابراین شده دیده داریم

... جلب حکم ،درست است برنامه این که واضح شهودی طور به نه آن ،ببینید تواندمی شما که همانطور
الف با برنامه ... آزمایش .صحت آن کردن ثابت به انتگرال و دیفرانسیل حساب جزئی صحت ما از استفاده
به بود خواهد خواننده ... و ،حال این با ، اشتباهات همه کردن پیدا به کافی نه است هامثال کمی تعداد
موارد همه در بخش جمع حداقل ... محاسبه کندمی واقعاً برنامه این که شده متقاعد باش نه درستی
در شده معرفی انتگرال و دیفرانسیل حساب جزئی صحت ... استفاده به کنید سعی ما دهید اجازه بنابراین
.کند اثبات را آن تا فصل این

،شوندمی نوشته هور های‌تایی‌سه صورت به که ، [۶] مشخصه دو صورت به را خود برنامه الزامات ما .کنیم‌می سازی‌رسمی

۱.اس |T| جمع حداقل 6 □□□≤□≤ (0 □□ □□ □ >|□ ≤ □□ ⇒□ □□□ □□ □□) .

بخش هر از مجموع ،به مساوی یا از کمتر است □□ ،دهدمی خاتمه برنامه ... از بعد ،که گویدمی آن به دادن رخ نکن آنها که در متغیرها منطقی هستند □□ و □□ که باشید داشته توجه .آرایه ... از .متغیرها برنامه عنوان

۲.اس |T| جمع حداقل ∃□□□ ≤□≤(0 □□∧ □□ <|□ □□ □□□ □□ = □□) ، که بخش الف است آنجا که گویدمی که . (s) ها است جمع

است □□ سپس ، □□ از کمتر جمع الف دارد بخش خیر و □□ است جمع که بخش الف است آنجا اگر .خواستن ما ملک ... ما بدهد **S2** و **اس۱** از «ربط حرف» ... :بخش جمع حداقل الف از جمع ... دنبال ... ،همیشه مثل ثابت مناسب الف دنبال به با شودمی آغاز این . **اس۱** کردن ثابت اول ما بگذارید :راهنما مفید الف هستند هاثابت از هاویژگی کردن

- .است صحیح -while عبارت ... توسط دور بنابراین شده انجام محاسبه ... که واقعیت ... اکسپرس هاثابت
- -که حالی در ... از شرطپس نظر مورد ... عنوان به فرم همان ... باشند داشته معمولاً هاثابت .بیانیه
- هر شد برقرار دوباره هستند که بیانیه - که حالی در ... توسط شده دستکاری متغیرها ... بین روابط اکسپرس هاثابت . شودمی اجرا while دستور ... از بدن ... زمان کدام

باش به شودمی ظاهر مورد این در نامتغیر مناسب الف

□ > □□ ≤ □□ *i*≤ 0) □□ □□ □□ ۶ ف ≝ ( □ □□□ ) 1ورودی
→ □□ ≤ □ ) (4.12)

فعلی ... تا شده مشاهده جمع حداقل ... ،به مساوی یا ،از کمتر است □□ که گویدمی آن که آنجایی از مورد ... عنوان به فرم همان دارد آن که باشید داشته توجه . □ توسط شده نمایندگی ،محاسبه ... از مرحله که اطلاعیه . □ است □ از ارزش نهایی که آنجایی از ، □ توسط □ ... شد جایگزین ما :شرطپس نظر برنامه الف است □ متغیرها؛ منطقی هستند آنها زیرا ،فرمول ... در شده سازی‌کمّی هستند □□ و □□ و s برنامه متغیرهای فقط فرمول دهدمی نشان که ( □ □□□ ) 1ورودی نمادگذاری کندمی توجیه این .متغیر .است 2 فصل در Alloy در fun عبارات از استفاده مشابه و آزاد متغیرهای عنوان به □□ □□□□ *k* کردن پیدا زودی به کرد خواهیم ما ،ثابت این با تابلو اثبات الف کردن تولید روی کار شروع ما اگر *t* □□ مقدار زیرا این ،شهودی طور به شغل ... دادن انجام به کافی اندازه به قوی نه است آن که است که ،[ □ ] □□□ از قبل فقط به منتهی های‌بخش تمام مجموع حداقل که ، □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ نقطه جریان به بالا درست است □□ که کردن ابراز مناسب ناوردا یک .برنامه ... پشت ایده ... در حیاتی ... از

[۶] نمادگذاری □ □□□ □□ □□□ اختصارات □ *i* □ *j* ، و به طور مشابه برای □□ □ □□ .

( تلی )

ضمنی ((□ □ [0] □ ۱) ∧ ورودی 2 ( □□ [0] □ ۱)) ورودی 1 ( □□ [0] □ ۱) )

ک = ۱؛

تکلیف ((□ □ □ ) ∧ ورودی 2 ( □□ [0] □ □ )) ورودی 1 ( □□ [0] □ □ ) )

تی = یک[0];

تکلیف ((□ □□□ ) ∧ ورودی 2 ( □□□ □ )) ورودی 1 ( □□ [0] □ □ ) )

ها = یک[0];

تکلیف ((□ □□□ ) ∧ ورودی 2 ( □□□ □ )) ورودی ۱ ( s□ k ) )

{ (ن =! ک) که حالی در

نگهبان ∧ هیپ ثابت ( □ ≠ □ ) ∧ ( □□□ □ ) ورودی 2 ( □□□ □ ) ورودی ۱ ( □□□ □ ) )

(۱ + □ □) □□□ [ □ ]) □ □□□ [ □ ] □ □□□ + ( t) دقیقه □□□□□□ )دقیقه) ورودی 1 ( □ )

= ت (۴.۲۰ (لم) ضمنی ((min( t + a [ k ] , a [ k ]) ,k + 1)) ∧ Inv2

(t) + الف [ک]، الف [ک]) ؛ دقیقه

(۱ + □□□ □ ) ورودی 2 ( □□□ □ + ۱)) ∧ ورودی 1 ( □ □ + ۱) □□□□□□□ □ )دقیقه) ورودی 1 ( □ )

تکلیف

؛(زمان ،ثانیه) دقیقه ⊨ ها

تکلیف ((□ □□□ + ۱) ∧ ورودی 2 ( □□□ □ + ۱)) ورودی ۱ ( □□□ □ ) )

ک ⊨ ک + ۱؛

تکلیف ((□ □□□ ) ∧ ورودی 2 ( □□□ □ )) ورودی ۱ ( s□ k ) )

}

در -جزئی ((□ = □ ) چچ ∧ ( □□□ □ ) ورودی 2 ( □□□ □ ) ∧ ورودی ۱ ( □□□ □ ) )

که حالی -

ضمنی ((□ □□□ ) ورودی ۱ ( □□□ □ ) )

**۴.۳. شکل** جمع حداقل از **اس۱** مشخصات برای اثبات تابلو .

است محاسبه

$$\square \square \leq \square \rightarrow \square \square \leq \square \ \square \square (0 \leq i, k+1 < \square \ \square \square \square \square \ \square \square \ \square \ \square \

- سمت به آن دادن فشار سادگی به ما .عبارت که حالی در ... از قبل کد ... توسط شده تأسیس است نامتغیر ... که اثبات ،مشخصات ... از شرطپیش ... توسط ضمنی است فرمول نتیجه در که چک و تکالیف اولیه سه ... طریق از بالا تی اینجا .

باشند داشته ما و کنند؛می تلاقی هم با فرمول دو که بینیمی ،تابلو ترسیم در ،افتدمی اتفاق اغلب که همانطور فقط تواندمی ما و آسان است این هاوقت بعضی .یکی دوم ... بر دارد دلالت یکی اول ... که کردن ثابت به بر دارد دلالت که دیدن راحتی به ما ،مثال برای .تابلو ... در ضمنی دلالت ... باشید داشته توجه که کندمی مجبور □□ $j$ و $i$ بودن ۱ □ :(□□ [0] □ ۱)ورودی 2 (□□ [0] □ □) ۱ورودی باش (□ □ [0] □□) 2ورودی و (□ , $a$ [0]) Inv1 در موجود فرضیات تا باشند صفر با برابر ... که الزام اثبات ... ،حال این با .همچنین و درست هستند هاگیری‌نتیجه آنها که یعنی این اما .است درست کندمی آشکار while دستور ... از بدن ... درون شده محاسبه شرط پیش کردن دلالت فرضیه نامتغیر شود آفلاین به نیازها توجیه آن و برنامه این از نبوغ و پیچیدگی :

آن از اندیس یک $k$ و ، است a آرایه طول $n$ ،باشند صحیحی عدد هر $t$ و $s$ کنید فرض **۴.۲۰ لم** □ $\neq$ $k$ □ ∧ ($t$□ $k$) ورودی۲ ∧ (□ □□□) Inv1 سپس . □ < □ < ۰ است محدوده در آرایه بر دارد دلالت

1. خب عنوان به (۱ + □ □ □□□ [□] □ □□□ [□])) دقیقه □□□□□□ ($t$ + □□□ [□] □ □□□ [□]) دقیقه)ورودی1 عنوان به
2. ورودی2 (دقیقه ($t$ + □□□ [□] □ □□□ [□]) □ □ + ۱).

کاذب سقف :

1. [□ □□□ □ [□] + □□□ ($t$) دقیقه که کردن ثابت اراده ما ؛۱ + □ > □□ ≤ 0 با □□ هر بگیر چه بنابراین ،[□ □□□ [□] + $S_{i,k-1}$ = □□ □ □□ سپس ، $i < k$ □□□□ اگر . □□ □ □□ □□) ≤ □□ ؛[□ □□□ [□] + □□□ ($t$) دقیقه است کردن ثابت به باشند داشته ما سمت .آیدمی دست به کدام هر به $a$ [$k$] کردن اضافه با نتیجه بنابراین ، □ ≤ $S_{i,k-1}$ دانیمی ما اما کند می دنبال نتیجه ... و [□ □□□ = □□ □ □□ ، □□ □ □□ □□ □ □□□ □□ □ □□□ □□ □ □□

□□□□□□□□□□ ... □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □
□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ ... □□□□
□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□
□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ *while-.*

که اثبات الف و درستی جزئی از اثبات : شودمی تشکیل بخش دو از while عبارت یک کامل صحت اثبات اول درستی جزئی کردن ثابت به ایده خوب الف است آن ،معمولاً .یابدمی خاتمه while دستور شده داده ... اثبات برای هابرنامه از برخی ،حال این با .دهدمی ارائه خاتمه اثبات برای مفیدی های‌بینش اغلب این زیرا در شده دیده باش تواندمی عنوان به ، درستی .دارند نیاز مقدمه عنوان به خاتمه های‌اثبات به □□□□ ۳۰۳ صفحه روی (د)۱ ورزش.

داد نشان توان‌می که صحیح عبارت یک شناسایی ما .فرم کردن دنبال ... دارد معمولاً خاتمه از اثبات است که اما ،سوال در while دستور ... از بدن ... □□□□□□□ □□□□ □ اجرا بار هر با آن مقدار while دستور که شودمی نتیجه آن ،خواص اینها با بیان یک کردن پیدا تواندمی ما اگر .منفی غیر همیشه این دلیل .یابد کاهش ،شود تبدیل 0 به اینکه از قبل محدودی تعداد به تواندمی فقط عبارت زیرا یابد؛ خاتمه باید دارد وجود عبارت اولیه مقدار و 0 بین صحیح مقادیر از محدودی تعداد فقط که است این امر.

برنامه ... برای ،مثال یک که همانطور . □□□□□ شود می نامیده هستند عبارات صحیح عدد چنین زمان هر یافته کاهش است عبارت این مقدار . $z$ □□□ $x$ مناسب متغیر یک ،۴.۲ مثال از ۱ فاکتور دهدمی خاتمه while دستور ... ،۰ است آن زمانی چه .شودمی اجرا while دستور ... از بدن ...

کندمی جایگزین که درستی مجموع برای قاعده کردن دنبال ... در شهود این کردن تدوین تواندمی ما بیانیه که حالی در ... برای قاعده ...:

$$\frac{|\eta \wedge B \wedge 0 \leq E = E_0| \; C \; |\eta \wedge 0 \leq E < E_0|}{|\eta \wedge 0 \leq E| \; \text{while } B \; \{C\} \; |\eta \wedge \neg B|} \qquad (۴.۱۵)$$

. که حالی در - مجموع در

اعدام کدام هر با الاغ rule, $E$ is the expression whose value decre این در متغیر منطقی از که است برابر ارزش آن اگر ،که گفتن توسط شده کدگذاری است این . □□ بدن ... از باقی آن هنوز هنوز – آن از بعد . □□ از کمتر شدت به است آن سپس ، □□ از اعدام ... از قبل . □□ ثابت ... است $\eta$ ،از قبل که همانطور .منفی غیر است مانده

حالی در -جزئی استفاده ما چگونه به مشابه طور به تابلوها در که حالی در-کل در قاعده ... استفاده ما کردن برآورده به شده داده نشان باش الان باید □□ قاعده ... از بدن ... که باشید داشته توجه اما ، که

$$\eta \wedge \square|\wedge 0 \leq \square\square = \square\square \; . \; |\square\square| \; \eta \wedge 0 \leq \square\square < |\square\square \; . \; .$$

ثابت به باشند داشته ما ،بدن ... طریق از بالا سمت به . □□ < □□ $\eta \wedge 0 \leq$ دادن فشار ما زمانی چه ضعیف و ؛. □□ ≤ □□ $\wedge$ $\eta$ □ $\wedge 0$ توسط ضمنی است بالا ... از شودمی پدیدار چه که کنید عبارت ،while دستور آن از بالاتر شده نوشته شودمی که while دستور کل ... برای شرطپیش ترین $\eta \wedge 0 \leq$ □□ . از است

در شده داده است 1فاکتور کجا ، است معتبر $y = x!$ 1فاکتور آن کردن اثبات توسط قاعده این دادن نشان ما بگذارید ▶ بنابراین و سفارش:

است زیر شرح به عنوان به ،۴.۲ مثال:

```
ی = ۱؛
ز = ۰;
(ز =! ایکس) که حالی در {
    z = z + 1;
    y = ی * ؛ز
}
```

جزئی از (! □ = □ ) نامتغیر .دیگر نوع مناسب الف است □ □□□□ ،شده ذکر قبلاً که همانطور شده حفظ است اثبات درستی .آوردن بدست ما ... کامل اثبات کردن دنبال کامل صحت برای:

| | |
|---|---|
| (□□□□ ≥ 0) | |
| (1= ۰! ∧ 0 ≤ □□□□ — 0) | ضمنی |
| ی = ۱؛ | |
| (□ = ۰! ∧ 0 ≤ □□□□ — 0) | تکلیف |
| ز = ۰; | |
| (□ = □ ! ∧ 0 ≤ □□□□ — □) | تکلیف |
| (ز =! ایکس) که حالی در { | |
| (□ = □ ! ∧ □□□□ ≠ □ ∧ 0 ≤ □□□□ — □ = □□ .) | نگهبان ∧ هیپ ثابت |
| (□ · (□ + ۱) = (□ + ۱)! ∧ 0 ≤ □□□□ − (□ + ۱) < □□ .) | ضمنی |
| ز = ز + ۱؛ | |
| (□ · □ = □ ! ∧ 0 ≤ □□□□ — □ < □□ .) | تکلیف |
| ی = ی * ؛ز | |
| (□ = □ ! ∧ 0 ≤ □□□□ − □ < □□ .) | تکلیف |
| } | |
| (□ = □ ! ∧ □□□□ = □) | که حالی در - مجموع |
| (□ = $x$!) | ضمنی |

در هستند نظرات دو .معتبر است ! □ = □□□□ 1فاکتور 0 ≤ □□□□ ▶ بنابراین و سفارش:

- درست z ≤ □□□□ 0 که واقعیت ... سازی ایمن در حیاتی است 0 □□□□ شرطپیش ... که اطلاعیه توسط 0 □□□□ 0 !۰ .است = ۱ شرطپیش معنای به این :است برقرار while دستورات اجرای از قبل ابتدا در منفی است □□□□ اگر یابد نمی خاتمه Fac1 که کنید مشاهده ،واقع در شد محاسبه ما اثبات.
- اما ،معتبر است while دستور ... از بدن ... درون ضمنی از کاربرد از مثال یک است این .است درست است نگهبان بولی ... که واقعیت ... از استفاده حیاتی شودمی باعث آن دستور که از تکرار □□ از درستی درباره استدلال در نیاز مورد است نگهبان بولی که while دستور الف while

شرطپیش الف و while دستور یک داشتن با که دارد وجود ای‌برنامه آیا که بیاید پیش سوال این است ممکن شرطپیش آن آنها اولیه های‌حالت که اجراهایی تمام در while دستور که آیا گیردمی تصمیم ،ورودی عنوان به کندمی پیشنهاد این .برنامه الف چنین باش تواندنمی آنجا که کرد ثابت توان‌می .یابدمی خاتمه ،کندمی برآورده را چنین دیگر بیشتر مثل .یا شد متوجه باش تواندنمی □□ عبارات خاتمه مفید از استخراج خودکار ... که تصمیم های‌رویه چنین کامل کردن مکانیزه به آرزو ... ،متن این در گرفت قرار بحث مورد مشکلات جهانی که است خلاقانه فعالیت یک □□□□□□ $E$ نوع یک یافتن ،رو این از .نیست تحقق قابل استخراجی یا گیری دارد تمرین و شهود ،مهارت به نیاز.

صورت است ممکن یک چالش ... کندمی منتقل که ، کولاتز ،برنامه مثال یک بگیرید نظر در ما بگذارید □ انواع خاتمه مناسب کردن پیدا در :

```
ایکس؛ = ج
(ج !=  ۱) که حالی در {
  اگر (ج % ۲ == O) { ج = ج / ۲؛ }
  دیگری { ج = ۳*سی + ۱؛ }
}
```

که زمانی تا if دستور یک کندمی تکرار سپس و ج در ایکس از ارزش اولیه ... سوابق برنامه این قابل – حتی است ج آیا که کندمی بررسی if دستور .است ۱ با برابر .باشد c مقدار اگر و باشد c مقدار هازمان سه هافروشگاه ج ،نه اگر ۲؛ بر تقسیم ارزش فعلی آن هافروشگاه ج ،بنابراین اگر – ۲ توسط تقسیم ۵ رندرها ۲ / ۱۱ بنابراین ،تقسیم صحیح عدد دهنده نشان ۲ / ج عبارت .۱ علاوه به ارزش فعلی آن ۱۰ / ۲ کندمی عنوان به .

است ایکس از ارزش که در ردیابی اعدام یک بگیرید نظر در ،الگوریتم این برای احساس الف دریافت به از ارزش ... اگر ،مثال دیگری برای ( ۱) .۱ ۲ ۴ ۸ ۱۶ ۵ عنوان به یابدمی تکامل ج از ارزش ... :۵ است ج از تکامل ... ،۱۷۲ ابتدا در است ایکس

۱۷۲ ۸۶ ۴۳ ۱۳۰ ۶۵ ۱۹۶ ۹۸ ۴۹ ۱۴۸ ۷۴ ۳۷ ۱۱۲ ۵۶ ۲۸ ۱۴ ۷ ۲۲
۱۱ ۳۴ ۱۷ ۵۲ ۲۶ ۱۳ ۴۰ ۲۰ ۱۰ ۵ ۱۶ ۸ ۴ ۲ ۱

.است ۱ با برابر c مقدار آن در که برسد پایانی حالت به تا است while دستور تکرار ۳۲ نیازمند اجرا این اولیه ... بودند ۵ اگر عنوان به است ادامه ... روی کجا از ،رسدمی ۵ به دنباله این چگونه که کنید توجه . ایکس از ارزش

می افزایش ارزش آن) + با ج از تکامل ... انتزاعی ما ایکس از ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ ارزش اولیه ... برای if): ی‌شاخه در یابدمی کاهش ارزش آن) و (else ی‌شاخه ... در یابد

```
+ - - - - - - + - - - + - + - - + - + - + - + - + - + - - + - - -
- + - - - - + - - + - - + - - + - + - - - + - + - - - - - + - - +
- + - - + - - - - + - - - - - - + - - + - + - - + - + - + - - + -
+ - + - + - - + - - - + - + - + - - + - + - - + - + - + - + - + -
+ - - - + - + - + - + - - - - + - - + - - + - - - - + - - - + - +
- + - - - - - + - - - -
```

اطمینان است آن اگرچه . خاتمه حالت الف رسیدن به while دستور ... از تکرارها ۱۷۷ کندمی ایجاب این رسدمی نظر به آن ساختن بالا و + از الگو نامنظم ،دادن خاتمه شودمی اجرا برنامه برخی که مجدد خاطر همه روی کولاتز از خاتمه ... کندمی ثابت که نوع الف با بالا_ییا به ،غیرممکن نه اگر ،سخت خیلی .مثبت است ایکس از ارزش اولیه ... که در هااعدام

صحیح عدد □□□□□□ □□□□ الف بگیرید نظر در بیایید ،نهایت در:

۳۲۴۹۸۷۲۳۴۶۲۵۰۹۷۳۵۰۳۴۵۶۷۲۷۹۶۵۲۳۷۶۴۲۰۵۶۳۰۴۷۵۶۳۴۵۶۳۵۶۳۴۷۵۶۳
۹۶۵۹۸۷۳۴۰۸۵۳۸۴۷۵۶۰۷۴۰۸۶۵۶۰۷۸۵۶۰۷۸۴۰۷۴۰۷۴۵۰۶۷۳۴۰۵۶۳۴۵۷۶۴۰۸۷۵
۶۲۹۸۴۵۷۳۷۵۶۳۰۶۵۳۷۸۵۶۴۰۵۶۳۴۰۵۶۲۴۵۶۳۴۵۷۸۶۹۲۸۲۵۶۲۳۵۴۲۱۳۵۷۶۱
۹۵۱۹۷۶۵۱۲۹۸۵۴۱۲۲۹۶۵۴۲۴۸۹۵۴۶۵۹۵۶۴۵۷

کولاتز برنامه ما ،راستی به است بزرگی بسیار عدد این اگرچه .است ارقام الحاق دهنده نشان \\ آن در که این برای نوع مناسب الف داندمی کس‌هیچ ،متأسفانه .دادن خاتمه به تکرارها عدد ۴۹۴۰ فقط کندمی ایجاب چگونه کردن مشاهده . کولاتز □□□□ > 0 توت از اعتبار ... کند ثابت توانستمی که برنامه برنامه‌T خاتمه به مربوط صرفاً Hoare گانه‌سه آن که کندمی تأکید پسین شرط یک عنوان به از استفاده ... که برای 0 از بزرگتر ایکس از ندارد وجود نیز ای‌شدهشناخته اولیه مقدار هیچ ،قضا از .است صورت همین به جایگزین ما اگر :شدن ظاهر است ممکن آنها از تر ظریف حتی چیزها ،واقعیت در .دادن خاتمه ندارد کولاتز برآورده علیرغم است ممکن برنامه ، c زبان در متفاوت خطی عبارت یک با کولاتز در ۱ + سی*۳ کردن ۳۰۳. صفحه روی ۶ ورزش دیدن ؛ □□□□ > 0 شرط‌پیش ... .نیابد خاتمه ... شدن

## قرارداد توسط نویسی‌برنامه ۴.۵

یک عنوان به است ممکن $|\psi|$ □ $\varphi$ گانه‌سه ، $|\psi|$ □ $|\varphi|$ توت معتبر دنباله یک برای تأمین . □ برنامه الف از کننده مصرف الف و کننده تامین الف بین □□□ □□□□ □□□□□□□□ ، مورد که در . □□ کندمی ارضا ایالت اولیه روی فقط □ دویدن کنندگان مصرف که دارد اصرار کننده معتبر الف برای . کندمی برآورده را $\psi$ دویدن که از ایالت نهایی ... که کننده مصرف ... هاوعده کننده تامین .یابدمی خاتمه اجرا الف زمانی چه فقط شودمی اعمال تضامین دومی ... ، $\psi$ □ $\varphi$ پار

... عنوان به شده تفسیر باش تواندمی گانه‌سه هور از اعتبارسنجی ... ،نویسی‌برنامه ضروری برای ممکن 1فاکتور قطعه قطعه برنامه ما ،مثال برای هاتماس رویه یا روش برای قراردادها از اعتبارسنجی بدن روش ... در ... ... باش است

{ ی؛ بازگشت ... } (صحیح عدد :ایکس) فاکتوریل صحیح عدد

توان‌می را هانویسی‌حاشیه این .کرد نویسی‌حاشیه آن قراردادی های‌ضمانت و فرضیات با توان‌می را روش این کد به چنین هازبان در اجرا زمان در حتی یا .کرد بررسی ،کامپایل زمان در ،انسان توسط آفلاین صورت به ۴.۴. شکل در شده داده است فاکتوریل روش ... برای قراردادها چنین برای ممکن قالب الف ایفل عنوان

| | |
|---|---|
| نام روش: | فاکتوریل |
| ورودی: | صحیح عدد نوع از x |
| کندمی فرض: | ایکس <= 0 |
| هاتضمین: | ایکس = y! |
| خروجی: | صحیح عدد ofType |
| فقط کندمی اصلاح: | ی |

فاکتوریل روش ... برای قرارداد الف **۴.۴. شکل**

کندمی فهرست را همه کندمی تضمین کلیدی کلمه ،کندمی بیان را هاشرطپیش تمام کندمی فرض کلیدی کلمه آنها تغییر است ممکن برنامه متغیرهای که کندمی مشخص فقط کندمی اصلاح کلیدی کلمه .پسینی شرایط روش این از اعدام یک طول در ارزش.

گویدمی رئیس شما که کنید فرض .مفید هستند قراردادها چنین چرا دیدن ما بگذارید you to write a method that computes $\binom{n}{k}$ – read '*n* choose *k*' – a notion of ۱ کجا ترکیبیات $\binom{49}{6}$ is your change of getting all six lottery numbers که شما گویدمی همچنین رئیس شما .کل اعداد ۴۹ از بیرون درست

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \qquad (۴.۱۶)$$

-دیس شما در است (۴.۴ شکل) قرارداد آن و فاکتوریل روش .دارد می نگه posal. Using (4.16) you can quickly compute some values, such as $\binom{5}{2}$ = ۱قا ۵ (۲! ۰ ۳!) = ۱۰، $\binom{10}{0}$ = ۱، و $\binom{49}{6}$ = 13983816. You then write a method بنویس است ممکن شما مثلاً ، فاکتوریل روش ... به هاتماس شودمی باعث که کنید انتخاب

```
{ (صحیح عدد : ک ،صحیح عدد : n)کنید انتخاب صحیح عدد
  فاکتوریل بازگشت(n) / (فاکتوریل (k)) * فاکتوریل (ن - ک))؛
}
```

و فاکتوریل روش به تماس سه شودمی باعث که فقط return دستور الف از از متشکل بدن روش این اساس بر نویسی‌برنامه اما .بوده خوب که اینجا تا .(4.16) به طبق نتیجه ... کندمی محاسبه سپس !هست نیز هایی‌برنامه چنین برای □□□□□□□ نوشتن بلکه ،نیست هابرنامه نوشتن فقط قرارداد درباره چه اما .قرارداد آن به شده پر سرعت به هستند – نام آن مثلاً – کنید انتخاب درباره اطلاعات استاتیک ؟( هاضمانت ) اجرا از پس شرایط و ( کندمی فرض ) هاشرطپیش ...

هاروش این درون هاتماس هاروش همه کند تضمین که کنید بیان را هایی‌شرطپیش باید شما ،حداقل شرطپیش که فاکتوریل بگیرید تماس فقط ما ،مورد این در ها شرط پیش □□□□ کردن برآورده بدن غیر باشد □ و ، □ ، □ که داشتن نیاز ما ،بنابراین .باشد منفی غیر ارزش ورودی آن که است محلی خیر شده اعلام بدن روش ... که آنجایی از ؟ کنم انتخاب از هاشرطپس ... درباره چه این از ارزش بازگشت ... دادن نشان به نتیجه استفاده ما ،متغیرها

است (۴.۱۶) معادله رئیس شما اینکه فرض با – □ است برابر نتیجه که هاایالت سپس شرطپس .روش $k$
است بنابراین کنید انتخاب برای قرارداد . □ ≤ $k$ و $n$ ≤ 0، □ ≤ 0 هاشرطپیش شما برای درست

| | |
|---|---|
| نام روش: | انتخاب |
| ورودی: | صحیح عدد نوع از ک ،صحیح عدد نوع از n |
| کندمی فرض: | ن => ک ،ن => 0 ،ک => 0 |
| کندمی تضمین: | ک کنید انتخاب ن = نتیجه |
| خروجی: | صحیح عدد ofType |
| متغیرها محلی فقط کندمی اصلاح | |

قراردادها کندمی استفاده قرارداد توسط نویسی‌برنامه که بگیرید یاد ما این از

1. هاروش به هارابط انتزاعی تضمین-فرض عنوان به
2. هستند آن روش به هاتماس زمانی چه ،نوع خروجی ،اطلاعات سربرگ هاروش آنها کردن مشخص به رضایت «قانونی» های‌فراخوانی تمام در خروجی آن چه و ،کندمی اصلاح روش که متغیرها چه ،«قانونی» است؛ بخش
3. ام درون هاتماس روش همه اینکه از اطمینان با m روش برای c قرارداد یک اعتبار اثبات برای ما کردن فعال به مربوطه آنها ملاقات سپس هاتماس چنین همه که از استفاده با و هاروش اینها از هاشرطپیش ... ملاقات بدن اس پسینی شرایط.

□□□□□□ □□□□□□□□□□ به افزایش دهدمی بنابراین قرارداد توسط نویسی‌برنامه سبکی به شبیه بسیار فرض روش تضمین 'گانه‌سه هور ... کندمی ثابت یکی قرارداد □□ □□□□ می ما بدن که درون متد های‌فراخوانی همه برای اینکه جز به ،است شده داده توسعه فصل این در که هستند درست گانه‌سه هور □□□□ که کنید فرض تواند .

که ای‌برنامه از ما تأیید در قرارداد توسط اعتبارسنجی برنامه شده استفاده قبلاً باشند داشته ما **۴.۲۱ مثال** ۲۹۱. صفحه روی ۴.۳ شکل در آرایه یک کندمی محاسبه ... های‌بخش همه برای را مجموع حداقل قطعه قطعه اثبات ... روی تمرکز ما بگذارید

(ورودی 1 (دقیقه □□□□□□ ( $t$) + □□□ [ □ ] □ □□□ [ □ ])) □ □ + ۱) ∧
ورودی 2 (دقیقه ( $t$ + □□□ [ □ ] □ □□□ [ □ ]) □ □ + ۱))

(۴.۲۰ (لم) ضمنی

دقیقه = تی (t) + الف[ک]، الف[ک]؛
تکلیف ((۱ + □ □ □□□ □) 2 ورودی ∧ (۱ + □ □ □□□□□□ □) 1 (دقیقه) ورودی)
دقیقه = ها (زمان ،ثانیه)؛
تکلیف ((۱ + □ □ □□□ □) 2 ورودی ∧ (۱ + □ □ □□□ □) ۱ ورودی)

s = انتساب ... طریق از شد داده هل شودمی که شرطپس ... عنوان به کندمی خدمت خط آخرین آن مشخص از عبارتند هاضمانت که بگیرید تماس روش الف است (زمان ،ثانیه) دقیقه اما . (s، t) حداقل نمادگذاری الف است ( □ □□□ □ ) دقیقه کجا '،( □□ □□□ □ ) دقیقه است برابر نتیجه عنوان به شده نه دهدمی انجام تکلیف قاعده ... ،بنابراین . □□ و □□ اعداد ... از ترکوچک ... برای ریاضی ) 1 ورودی در □□ از اتفاقات همه برای (زمان ،ثانیه) دقیقه فراخوان روش ... از نحو ... جایگزین ) دقیقه تضمین به □□ چنین همه تغییرات اما ،(۱ + □ □□□ □ ) 2 ورودی (۱ + □ □□□ □ اعتبارسنجی برنامه – (زمان ،ثانیه) دقیقه بگیرید تماس روش ... از ( □□□ □

،[ک]الف + (t) دقیقه = t انتساب ... برای شودمی اعمال نظر مشابه الف !عمل در قرارداد توسط ([ک]الف) .

اگر ای‌دایره استدلال از اجتناب به عاقلانه شده استفاده باش به دارد قرارداد توسط اعتبارسنجی برنامه iff متر روش به ن روش از لبه یک کشی قرعه بیابید ،نمودار الف در گره الف است روش کدام هر به قرارداد توسط اعتبارسنجی برنامه برای متر روش به بگیرید تماس الف است آنجا ن از بدن ... درون نمودار روش به وابستگی این در هاچرخه باش نه آنجا که داشتن نیاز ما ،صدا باش

## تمرینات 4.6

۴.۱ تمرینات

* ۱. زبان .کنید آوری‌جمع را لازم اطلاعات ،نویسی‌برنامه هر برای ،ایدنوشته کامپیوتری های‌برنامه قبل از خودتان اگر اجرا زمان ،دهنده پیوند ،ویراستار ،کامپایلر) توسعه محیط افزارنرم آن از هاویژگی از فهرست الف شده استفاده شما ... نرخ به کنید امتحان .درستی به کار هابرنامه شما که احتمال بخشیدن بهبود است ممکن که (غیره و زیست محیط .هاویژگی این از یک هر از اثربخشی

2. تولید و تهیه از احتمال کاهش است ممکن که هاویژگی بندی‌رتبه و بندی فهرست توسط ورزش قبلی ... تکرار هابرنامه اعتماد قابل و درست

---

۴.۲ تمرینات

* ۱. شود؟ فسخ { چه شکست ۲ □ { دیگری ۱ □ ( □ ) اگر بود خواهد شرایط چه در

* ۲. عناصر ... جمع به گیرد قرار استفاده مورد است ممکن آن .بیانیه-برای ... است زبان ما از شده گم فرمان آشنا الف است زیر شرح به عنوان به نویسی‌برنامه توسط ،مثال برای ،آرایه یک در:

```
ها = ۰;
برای (من = ۰; من <= من حداکثر؛ من+۱) {
    ها = ها + الف[i]؛
}
```

... کندمی اجرا سپس ،اول 0 = من کندمی اجرا این ، 0 = ها تکلیف اولیه ... اجرا حال در پ از بعد توضیح .نادرست شودمی حداکثر <= من تا پیوسته ۱ + من = من افزایش ... و s + a[i] = ها بدن ما در برنامه شده مشتق { الف عنوان به شده تعریف باش تواندمی ۳ □ ( ۲ □ ؛ □ ۱ ؛ □ ) برای چگونه دهید .زبان هسته

3. درست $B$ که زمانی تا کندمی { تکرار را $C$ □□ ( □ ) تا □□ دارید نیاز زبانی ساختار یک تکرار به یعنی ،شود
   i. فروشگاه ... از ایالت فعلی ... در □□ کندمی اجرا;
   ii. فروشگاه ... از ایالت نتیجه در ... در □ کندمی ارزیابی;
   iii. برنامه ... ،صورت این غیر در ؛(۱) با هارزومه برنامه ... ،نادرست است □ اگر دهدمی خاتمه ( □ ) تا { □ تکرار.

   دهدمی ارائه متناظر while- دستور به نسبت زیباتری کد اوقات گاهی ساختار این.

(a) زبان هسته ما از استفاده با بیان شده مشتق الف عنوان به □ تا □□ تکرار کنید تعریف.
(b) نیاز است ممکن شما) for؟ عبارات با شده تمدید زبان هسته ما در بیان تکرار هر کردن تعریف یکی توانمی
(. هیچی کندمی که شدن رد فرمان خالی ...

---

۴.۳ تمرینات

1. توجیه داشتن؛ نگه زیر روابط ... از که تعیین ،(۲۶۴ صفحه) ۴.۴ مثال در عنوان به □ فروشگاه هر برای هاپاسخ شما کردن:
   * (الف) □ ▶ ( □□□□ +ч □ <∗z ) ( x ) □ = □ )
   (b) □ ▶6 □□ ( □□ < ∗ ) ∗ ( □□) □ < □ □ )
   * (ج) l ▶x + y — z < x ∗ y ∗ z ·
* ۲. رابطه ... که زمان هر داردمی نگه φ □ ψ پار ▶ چرا دهید توضیح □ و ψ ، φ هر برای ▶tot φ P ψ holds.
3. فروشگاه نتیجه در ،دهدمی خاتمه □ فروشگاه در اعدام ها □ iff داشتن نگه □ ∼ □ ▶ □ رابطه ... بگذارید □ . (лино лино) استفاده این رسمی تعریف φ □ ▶ □ رابطه ... با همراه □ ∼ □ ▶ □ قضاوت کردن نمادین صورت به کل ▶ و پار ▶ فرم ... باشند داشته برنامه قطعات از برخی که است این جداگانه صورت به جزئی صحت اثبات برای دیگر دلیل نویسی برنامه کاربرد در قطعات برنامه چنین از هامثال مفید بده . سی (واقعی) که حالی در.
* ۵. کنید استفاده اعتبار دادن نشان برای مناسب طور به منطقی استلزام و انتساب برای اثبات قاعده از
   (a) ▶par x > 0 ∧ y = y x, y x = +x1 + y x > +1 y y = 3 · x
   (b) ▶پار □□□□ > ۱ الف = ۱؛ ی = ی ایکس؛ = ی A الف □ > 0 □□□□□ > □
* ۶. که چنین □ برنامه الف پایین بنویس
   (a)
   (b) تی P z > x + y + 4 □ □ = □□□□ + ۲
   بنابراین است این که کردن ثابت سپس درستی؛ جزئی تحت دارمی نگه.
7. متناظر آنها کردن مشخص ،۲۷۴ صفحه روی اثبات ... در ضمنی از موارد همه برای هادنباله ▶ افزوده واقعیت
8. خیر عنوان به که زمانی تا :تکلیف برای قاعده اثبات ... از قالب ... بخش آرامش از راه امن الف است آنجا ما ای = ایکس تکلیف ... و ψ [ E/x ] ادعا ... بین در شدهروزرسانیه شودمی □□ در دهدمی رخ متغیر صدا است قاعده اثبات الف چنین چرا بیشتر توضیح .تکلیف این از بعد درست ψ گیریهنتیجه است ممکن.
9. ضمنی قاعده ... از نسخه 'معکوس' ... که ،مثال یک از یعنی توسط ،نمایش (الف)

$$\frac{\blacktriangleright_{AR}\ \varphi' \to \varphi \qquad \varphi\ C\ \psi \qquad \blacktriangleright_{AR}\ \psi \to \psi'}{\varphi'\ C\ \psi'}$$ ضمنی_Reversed

است ضمنی ound for partial correctness.
   (b) و جزئی ... به احترام با صدا است (4.7) در if شرطی دستور قاعده شده اصلاح ... چرا دهید توضیح رابطه رضایت مجموع

شد جایگزین باشد تواندمی اثبات الف در if شرطی دستور قاعده شده اصلاح ... از مثال هر که نمایش (ج) *
عنوان به درست مکالمه ... آیا ضمنی قاعده از موارد و if شرطی دستور اصلی ... از مثال یک توسط
خب؟ ▶ T

است ( $x$ □ $y$ ) حداقل کجا |، ( □ □ $x$ ) حداقل = □ | □ پار متوالی ... اعتبار ... اثبات (.۱۰ :یا) .۱۰ *
توسط شده داده است □ از کد ... و – ۳ = (۳ □ 7) دقیقه مثلاً – □ و □□□□ از شماره کوچکترین

```
} (ی > ایکس) اگر
    ی؛ = ز
} دیگری {
    ایکس؛ = ز
}
```

11. از جزئی درستی ... کردن ثابت و □ برای کد بنویس ،زیر در مشخصات ... از ch ea برای
رفتار خروجی/ورودی شده مشخص:

* (الف) |T| □ | □ = حداکثر ( $w$ □ □□□□□ □ ) ، حداکثر کجا ( $w$ □ □□□□□ □ ) دهنده نشان
□□□□□ ، □□□□ از بزرگترین ...
و □ .

* (ب) |T| $P$ |((x = ۵) → (y = ۳)) ∧ ((x = ۳) → (y = —۱))| .

12. از استفاده با بدون ۱ + | □ = □□□□ | سوک |T| ▶ پار کنید اثبات را دنباله اعتبار
شرطی دستورات برای قاعده اثبات شده اصلاح (if statements)

کد ... دهنده نشان 1کپی کجا ،معتبر است □ = □□□□ |1کپی 0 ≥ □□ | پار ▶ که نمایش (.۱۳ :یا) .۱۳ *

```
= الف
ایکس؛
= وای
۰;
(0 != یک) که حالی در {
    y = y + 1;
    a = الف -
    ۱؛
}
```

است مولتی۱ کجا ،معتبر است □ = | □□□□ ۰ | □ مولتی۱ 0 ≥ □ پار ▶ که نمایش .۱۴ *:

```
الف = ۰;
ز = ۰;
(0 != یک) که حالی در {
    z = z + x؛
    الف = الف +
    ۱؛
}
```

است مولتی۲ کجا ،معتبر است | □ = □□□□ | □ = □ . ∧ □ | مولتی۲ | □ = پار ▶ تی تا نمایش .15 :
□ . ۰ | ≥ 0 ز = ۰;

```
(0 != ی) که حالی در {
    z = z + x;
    y = ی - ۱؛
```

است کپی۲ کجا ،معتبر است □ = □□□□ کپی۲ 0 ≥ □□□□ پار ▶ کلاه نمایش .16 :

| | | |

```
ی = 0;
(ایکس != ی) که حالی در {
```

```
    ی = ی + ۱؛
}
```

17. عدد عنوان به این □ توسط □□□□ صحیح اعداد از سهام سود ... محاسبه به است قرار است دیو برنامه □□□□□ □□□□ $r$ صحیح عدد یک که طوری به .□□□□□ □□□□□ $d$ فرد به منحصر صحیح ۶، $y =$ و ۱۵ $= x$ اگر ،مثال برای . □ + □ ۰ □ = □□□□ و □ > $r$ با – باقیمانده – □□□□ شود داده :توسط شود تقسیم دهید اجازه .6 > ۳ = $r$ آن در که ،۳ + ۶ ۰ ۲ = ۱۵ چون ۲ = $d$ آنگاه

```
r = x;
d = ۰;
} (ی =< ر) که حالی در {
    ی؛ - ر = ر
    ۱؛ + د = د
}
```

معتبر □ < □ ) ∧ ( □ + □ ۰ □ = □□□□ ) دیو (□ = 0) ) چ پار ▶ تی تا نمایش است.

فکداون ای‌کجا ، ۷ معتبر است ! □□□□ = □ جوتفا دهید انجام 0 ≥ □□□□ پار ▶ که نمایش (.۱۸ :یا) ۱۸. *

است:

```
= الف
ایکس؛
= وای
۱؛
} (یک > 0) که حالی در {
    y = y * a;
    a = الف -
}
۱؛
```

19. ? □ = □□□□ 1کپی تی پار ▶ از اعتبار ... کردن ثابت شما ،تواندنمی یا ، تواندمی چرا

20. از و در $\eta$ ثابت کاندیداهای وی تد آنوتاباش □ در و تی (B) که حالی در while عبارات همه بگذارید بدنشان ابتدای در □ $\eta$ و ،هایشان‌بدنه .
    (a) نشان به یافته کاهش خودکار طور به باش تواندمی $\psi$ □ $\varphi$ پار ▶ از اثبات الف چگونه دهید توضیح ▶ برخی از اعتبار ... دادن $\psi_1 \wedge \cdots \wedge \psi_{\square}$ AR.
    (b) صفحه در ۴.۱۷ مثال در اثبات ... برای □ $\psi$ ∧ $\psi_1$ ۰ ∧ $\psi_{\square}$ افزوده واقعیت ▶ کنید شناسایی را ای دنباله چنین ۲۸۷.

21. زیر هاآرایه ـ روی جمع حداقل از درستی ... آزمون 5= □ شده داده:
    * (الف) [ ۳ □ ۱ □ ۲ □ ۱ □ ۸]
    (ب) [1 □ ۴۵ □ ۱ □ ۲۳ □ ۱]
    * (ج) [ ۱ □ ۲ □ ۳ □ ۴ □ ۱۰۹۷].

22. دهدمی اختصاص اول آن که بنابراین ، جمع حداقل از while دستور ... در تکلیف دوم و اول ... مبادله ما اگر کنید توجیه را خود پاسخ است؟ درست هنوز برنامه ... است ، تی به سپس و ها به.

* ۲۳. (یا: ۲۳) اثبات ... درستی جزئی از **اس۲** جمع حداقل برای ـ.

24. آرایه یک در شود یافت است ممکن کجا حداقل مجموع با بخش یک که کندنمی مشخص جمع حداقل برنامه طریق از عبور مجرد دهید؟ انجام ... با را کار این توانیدمی آیا .آن به رسیدن برای جمع حداقل تطبیق .ورودی آرایه؟ ...

25. قاعده اثبات ... بگیرید نظر در

$$\frac{|\varphi|\ C\ |\psi_1| \qquad |\varphi|\ C\ |\psi_2|}{|\varphi|\ C\ |\psi_1 \wedge \psi_2|}\ \text{کونج}$$

ثابت شما کردن تقویت به باشند داشته است ممکن شما [۷]

برابر سه هور برای.

(a) ▶ پار برای صدا است قاعده اثبات این که نمایش

(b) ۲۷۰. صفحه روی که آنهایی ... از قاعده اثبات این کردن مشتق

(c) از کلی صحت ... کردن برقرار به شده استفاده است ،نسخه شده مشتق آن یا ،حکومت این چگونه دهید توضیح جمع حداقل . _

26. است آرایه یک های‌بخش تمام حداکثری مجموع محاسبه ،حداکثر مجموع مسئله.

(a) هابخش این از جمع حداکثر ... کندمی محاسبه آن که بنابراین ۲۸۹ صفحه از برنامه ... دادن تطبیق.

(b) برنامه شده اصلاح شما از درستکار جزئی ... اثبات.

(c) استفاده دوباره» توان‌می آیا (۲۹۱ صفحه) ۴.۳ شکل در شده داده اثبات درستی ... از های‌جنبه کدام «کرد؟

---

## ۴.۴ تمرینات

1. هادنباله کامل صحت کردن دنبال ... از اعتبار ... اثبات:

* (الف) ▶ tot $|x \geq 0|$ کپی۱ $|x = y|$

* (ب) ▶ tot $|y \geq 0|$ Multi1 $|z = x \cdot y|$

(ج) ▶ tot $|(y = y_0) \wedge (y \geq 0)|$ Multi2 $|z = x \cdot y_0|$

* (د) ▶ tot $|x \geq 0|$ آمدن پایین $|y = x!|$

* (هـ) ▶ توت $|\square \geq \square|$ کپی۲ $|\square\square\square\square = \square|$ ، در بخشی فعال یک باشند داشته نامتغیر شما کندمی صحت؟ تضمین

(و) ▶ کل $|\text{ح}(\square) = 0|$ دیو $(\square\square\square\square = \square \wedge \square + \square)$
$(\square) < \square)$ .

2. جمع حداقل برای **اس۲** و **اس۱** از درستی مجموع اثبات.

3. اثبات از محل ... که کنید فرض به است کافی آن ،۱.۴.۳ بخش در مانند فقط پار ▶ برای صدا است پار ▶ که اثبات ▶ از مثال یک باش باید گیری‌نتیجه مربوطه آنها که کنید ثابت به نیاز شما ،سپس پار ▶ از موارد هستند قوانین خب عنوان به پار.

4. اثبات که توت ▶ برای صدا است کل ▶.

5. چنین انتخاب شما از زبان نویسی‌برنامه الف در کولاتز برنامه سازی‌پیاده برنامه شما تست .خروجی آن ج از ارزش نهایی ... و ورودی هابرنامه ... است ایکس از ارزش ... که یابدمی خاتمه برنامه شما از یک کدام برای صحیح عدد بزرگترین ... است کدام هاورودی از محدوده الف روی هسته؟ ... دامپینگ یا استثنا یک بردن بالا بدون

6. ( □ که چنین □ و □□□ صحیح اعداد هستند آنجا iff آفین است من من : □ صحیح اعداد از بیش تابع الف else ی‌شاخه (Man ba ham.) . من □□□□ همه برای □ + □□□□ □□□ =( □□□□ ). و 3 = □□□ $a$ با آفین تابع یک $f$ آن در که ،( $c$ ) $f$ مقدار ج به دهدمی اختصاص کولاتز برنامه ... از □ = ۱.

(a) □□□ از هاارزش ... کنید مشخص ابتدا در تواندمی شما که در کولاتز از سازی‌پیاده شده پارامتری یک بنویس ج به دهدمی اختصاص else ی‌شاخه ... که طوری به ورودی کیبورد طریق از یا ایستا صورت به یا □ و □ ( □ ) از ارزش ...

(b) هاجفت که برای تعیین ( □□□□ □ ) ∈ من × من ... پوز مجموعه $=^{\text{def}}$ { □□□□ ∈ من | 0 □ ) تابع آفین ... تحت نوع در است { □□□ < □□□□ ۰ □□□ + □ برای : □□□□ =( □□□□ ) □ ،پوز ∈ ( □□□□ ) □ پوتس همه

* (ج) هابرگ که تابع آفین یک کردن پیدا ... نه اما ،ثابت پوز فرد مجموعه $=^{\text{def}}$ { □□□□ ∈ □□□□ } که پوز از شده کشیده ورودی یک است آنجا که چنین ، { □□□□ = 2 ۰ □ + ۱ : من ∈ ی | من

.دادن خاتمه نه کندمی بنابراین و ،چرخه الف شودمی وارد نهایت در برنامه کولاتز شده اصلاح ... با اعدام

---

۴.۵ تمرینات

1. iff درست گرددبرمی که (گواهی : سی)وی .بگیرید نظر در را boolean certify نوع از متدهایی را V سکونت محل ، روش کدام در کلاس الف ، وی تأییدکننده ... توسط معتبر کرد قضاوت است ج گواهی ... ؟ کندمی تأیید

* (الف) الف کرد استفاده قضاوت واگذاری برای قرارداد اساس بر نویسی‌برنامه از توان‌می چگونه که کنید بحث تأییدکننده دیگری به گواهی

* (ب) است گراف روش به وابستگی نتیجه در ... اگر زمینه این در دیدن شما دادن انجام مشکلات پتانسیل چه ای؟ دایره

* ۲. روش ... بگیرید نظر در

```
} (صحیح عدد :مبلغ) برداشت بولی
  (مقدار) است خوب &&  0 > مبلغ) اگر
      درست؛ بازگشت مبلغ؛ - تعادل = تعادل }
      { نادرست؛ بازگشت } دیگری {
}
```

که درون کلاس ... از میدان تعادل صحیح عدد یک از مبلغ نشینی‌عقب به هاتلاش که نشینی‌عقب شده نامگذاری ... iff درست بازده که است خوب روش دیگری از کندمی استفاده روش این .کندمی زندگی نشینی‌عقب روش مبلغ از ارزش ... به مساوی یا است بزرگتر تعادل از ارزش .

(a) متد برای قرارداد یک بنویس isGood .

(b) عقب :نام روش : برداشت برای قرارداد ... از اعتبار ... دادن نشان به قرارداد که کنید استفاده نشینی

| | |
|---|---|
| ورودی: | صحیح عدد نوع از مبلغ |
| کندمی فرض: | تعادل => 0 |
| هاضمانت: | تعادل => 0 |
| خروجی: | بولی نوع از |
| فقط کندمی اصلاح: | مانده |

هاروش ... از میدان الف به ارجاع و هستند یکسان قرارداد این شرطیس و شرطپیش که باشید داشته توجه شیء") مقدار انصراف برای هادرخواست همه که کندمی مقرر قرارداد این ،اعتبارسنجی بر .شیء نامتغیر تعادل => بده قرار 0 را ("ثابت.

---

## 4.7 هایادداشت کتابشناختی

زبان با شده نوشته های‌برنامه از درستی مجموع و جزئی برای ها منطق برنامه ... از نمایشگاه اوایل یک ضعیف از درمان رسمی الف شامل [دیج۷۶] متن . یافت [Hoa69] در توان‌می را دستوری while ها شرط پیش ترین

شامل همچنین و . دهدمی شرح را هاشرطپیش ترین‌ضعیف و برنامه منطق [Bac86] هاوس‌بک کتاب این در تواندمی ما از تأیید برنامه از هانمایشگاه کامل بیشتر بخشیدن هاکتاب دیگر تمرینات و هامثال متعدد ویژگی کردن شامل به زبان هسته اساسی ... دادن گسترش همچنین آنها ؛[AO91، Fra92] هستند فصل نام سلول آرایه از مشکل ... و هاآرایه به نوشتن از مسئله .سازی موازی و هارویه عنوان به چنین ها مشکل بخش جمع حداقل ... کردن توصیف مقاله اصلی نسخه .[فر۹۲۱] در شده توصیف هستند مستعار وب برخی .[تور۹۱] است نویسی‌برنامه عملکردی از ها پایه ریاضی ... به مقدمه ملایم .[گری۸۲] است برنامه بر شده اعمال معنوی مالکیت حقوق برای ممکن استانداردهای و مسئولیت افزارنرم با معامله هاسایت ... از هاافزونه یکنواخت توسط طراحی زبان نویسی‌برنامه سیستماتیک روی هاکتاب متن.[۸] [۹] کامپیوتری های عملکردی روی متن الف .[Ten91، Sch94] هستند فصل این از آغاز ... در شده ارائه ما زبان هسته .[پائو۹۱] است جرسی جدید از لیتر میلی استاندارد موجود زبان آزادانه ... روی نویسی‌برنامه

[۸] www.opensource.org
[۹] www.sims.berkeley.edu/~pam/papers.html

# ۵

# عوامل و ها منطق مودال

## حقیقت از هاحالت 5.1

گزاره و منطق ای‌گزاره .مدلی هر در ،نادرست یا ،درست یا هستند هافرمول ،منطق گزاره یا ای‌گزاره در این ،حال این با ،مشاهده از امتیازها بسیاری از . بیشتر امکانات هر برای دادن اجازه نه دادن انجام منطق به چنین ،حقیقت از «هاحالت» مختلف بین شدن قائل تمایز اغلب ما ،مثال برای ،زبان طبیعی در ناکافی است □□□□□□□ □□□□□ □□□ ، □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□ ، □□□□□ □□ عنوان ... اگرچه ،که بگو بود خواهد ما ،مثال برای . □□□□□ ... □□ □□□□□ و □□□□□ □□□□□ جمله

□□□□□ □□□□□□. □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□ ... □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□.

جمله ،مساوی طور به .آینده ... در نقطه برخی در درست باش نه اراده آن ،درست فعلاً است

□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ ... □□□□□□□□ □□□□□□.

می آن که حس در ،درست لزوماً نه است ،آینده ... در کنون تا برای درست شاید و ،درست که حالی در جمله ... ،حال این با .شماره متفاوت الف شده باشند داشته توانست

□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□ □.

بردن لذت ندارد آن .آینده ... در درست و درست لزوماً همچنین است درست بودن عنوان به خب عنوان به مردم برخی توسط درست باش به شده شناخته باش نه است ممکن آن .حال این با ،حقیقت از هاحالت همه (کنند اشتباه اگر) دیگران توسط بود معتقد باش نه است ممکن آن ؛(مثال برای ،کودکان).

... مطالعه مورد ما ،۳ فصل در حقیقت از هاحالت درباره دلیل به مفید اغلب است آن ،علم کامپیوتر در اما ،آینده ... در امتیازها متفاوت در حقیقت بین فقط نه شدن قائل تمایز توانستمی ما که در ال تی سی منطق سی های‌روش .منطق مودال از مورد ویژه الف ترتیب بدین است منطق زمانی . متفاوت های‌آینده بین همچنین فوق همچنین هستند هاروش .هاسیستم از رفتار محاسباتی از میزبان الف اکسپرس به ما دادن اجازه ال تی با سناریوها ،مثال برای ،هوش مصنوعی در .علم کامپیوتر از هادامنه دیگر سازی‌مدل در مفید العاده چندین

همچنین و محیط مورد در دانش متفاوت باشند داشته است ممکن عامل کدام هر .یافته توسعه هستند عوامل تعامل به شده اعمال ها منطق مودال در عمق در کن نگاه اراده ما ،فصل این در .هاعامل سایر دانش مورد در دانش درباره استدلال.

از هاحالت هامتفاوت این از ،بیشتر یا ،یکی اکسپرس به هارابط تکی کندمی اضافه منطق مودال های‌منطق .زمان یا ضرورت ،دانش مانند - مفهومی یکی با معامله فقط ها منطق مودال ترین‌ساده حقیقت دیدن کرد خواهیم ما منطق؛ همان ... در حقیقت از هاحالت چندین کردن ابراز برای هارابط ترپیچیده وجهی فصل این از پایان ... سمت به اینها از برخی

توجه با : دهید پاسخ سوال این به ما که در ،فصل این در رویکرد □□□□ □□□□□□ □□□□ الف گرفتن ما به مفهوم؟ که سازی رسمی و کردن ابراز از قادر منطق ... توانیم‌می چگونه ،حقیقت از خاص شیوه یک به را استدلال از هایی‌مثال چه و باشند داشته باید منطق ... خواص چه بگیرید تصمیم به نیاز ما ،سوال این پاسخ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□ منطق ما اصلی موردی مطالعه .کند بیان بتواند باید مودال اساسی از معناشناسی و .کنیم‌می نگاه آن (syntax) نحو به ،ابتدا اما . □□□ □□□□□ منطق.

# منطق مودال پایه 5.2

## نحو 5.2.1

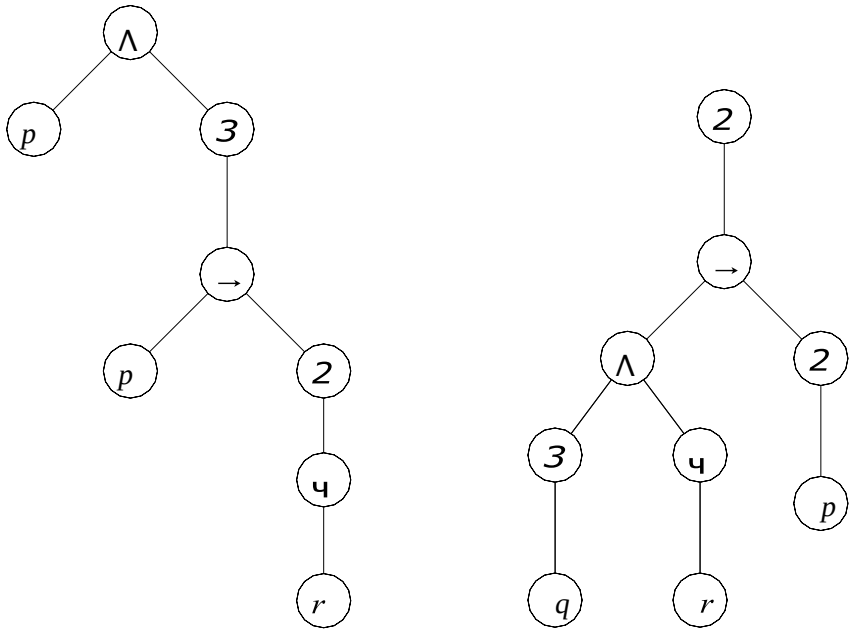
نفی مانند . □ و □ ،هارابط اضافی عدد دو با منطق ای‌گزاره از که است منطق مودال اساسی از زبان .فقط فرمول مجرد الف به خودشان کردن‌اعمال آنها عنوان به □□□□□ های‌رابط هستند آنها ، ( ) اتمی دادن نشان به ... ۳ □ □□ □□ □□ □□ بنویس ما ،۳ و ۱ هافصل در شده انجام که همانطور هافرمول

ان بی) فرم نائور بکوس شوندمی تعریف زیر صورت به $\varphi$ پایه وجهی منطق های‌فرمول **۵.۱ تعریف** اف):

$$\varphi ::= \bot \mid \text{تی} \mid \Box \mid (\text{چ}\ \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \text{ پنجم } \varphi) \mid (\varphi \to \varphi) \mid (\varphi - \varphi) \mid (\Box\varphi) \mid (\Box\varphi) \tag{5.1}$$

فرمول اتمی هر است □ کجا

(∧ □ و ((□ □ □ □



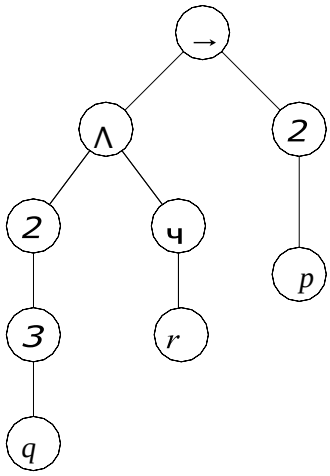

**شکل ۵.۱.** برای درختان کردن پارس ( □ ∧ □ ( □ → □ عدد $r$ ) و (( □ □ ∧ چ □ )) □ ) → □ □ ) .

نگه ... برای فقط را آنها و کنیم حذف را براکت های‌مجموعه از بسیاری که دهدمی اجازه ما به قرارداد این ( $2p$ ( □ $q$ □ )) □ ،مثال برای هااولویت آور الزام این گرفتن نادیده به یا ،ابهام از اجتناب .داریم ماندهباقی موارد توانیم‌نمی ما ( □□ ∧ 2ч □□ → □□□□ .□□□□ ( $3q$ ) 2 □□□□ به □□ → □ ∧ ч نمی □□ تجزیه درخت متفاوت الف کاملاً دارد □ → □ ∧ ч □ □□ برای ،حال این با ،هابراکت کنیم حذف را ۵.۱ شکل در یکی ... از (۵.۲ شکل ببینید).

کردن اعمال ما که وقتی ،اما «الماس» و «جعبه» خواندن هستند □ و □ ،منطق مودال اساسی در برای .مناسب طور به را آنها خواندن است ممکن ما ،حقیقت از هاحالت مختلف اکسپرس به ها منطق مودال ... در «احتمالاً» □ و «لزوما» خواندن است 2 ،کندمی بررسی را امکان و ضرورت که منطقی در ،مثال دانش با» شودمی خوانده □ و «داندمی Q مامور» شودمی خوانده □ ،دانش سوالات عامل از منطق چرا دیدن اراده ما .داندمی س همه برای ،ای‌محاوره صورت به بیشتر یا '،که «است سازگار Q عامل فصل ... در بعداً مناسب هستند هاخوانش اینها

## 5.2.2 معناشناسی

هر به هاارزش حقیقت از تکلیف یک سادگی به است مدل الف ،منطق ای‌گزاره از فرمول الف برای این با .۱ فصل در ارزیابی هامدل چنین گرفتیم تماس ما – فرمول که در حاضر هافرمول اتمی ... از کدام مختلف درجات یا هاحالت بین خواهیم‌می ما زیرا ،است ناکافی موجهات منطق برای مدل از مفهوم این ،حال شویم قائل تمایز حقیقت.




**شکل ۵.۲.** □ □ → □ چ ∧ □ □□ برای درخت کردن تجزیه .

**تعریف ۵.۳** مدلی الف ╪ چیز سه توسط شده مشخص است منطق مودال اساسی از:

1. ها؛جهان شود می نامیده هستند عناصر که ، □□□□□ مجموعه الف
2. رابطه؛ پذیری‌دسترسی ... شود می نامیده ، (□□□□□ × □□□□□ ⊆ □ ) $W$ روی $R$ رابطه الف
3. تابع زدن برچسب ... شود می نامیده ،( هااتم ) P → □□□□□ : □ تابع الف.

□ بنویس ما ( □□□□□ □ ) که دادن نشان به ( □ □□□□□ ) در است □□ .

آنها که کریپکه .س از افتخار در ، □□□□□ □□□□□ شود می نامیده اغلب هستند هامدل اینها طور به .کردند کار موجهات منطق در گسترده طور به ۱۹۶۰ و ۱۹۵۰ های‌دهه در و کردند اختراع را که یعنی (۰ □ □$w$ ) □ و جهان است ممکن الف برای هاغرفه □□□□□ □□□□□ ،شهودی بستگی رابطه که از طبیعت واقعی . □□□□□ است دسترسی قابل جهان □□ جهان الف است $w$ ۰ تواندمی ما ،پیچیده کاملاً رسندمی نظر به هامدل از تعریف ... اگرچه .مدل به قصد ما چه روی دارد گرافیکی ... دادن نشان ما .هامدل بکشید تصویر به را محدود به نمادگذاری گرافیکی آسان یک استفاده

کنید فرض مثال یک توسط نمادگذاری $W$ برابر است با { $x_1$ , □□□□ ۲ □ □□□□□ ۳ □ □□□□□ ۴ □ □□□□□ ۵ □ □ رابطه R ی‌است شده داده زیر صورت به:

۰ □ ( $x1$ , □□□□ ۲)، □ ( $x1$ , $x_3$)، $R$ ( $x_{\wedge 2}$ , □□□□ ۲)، $R$ ( $x_{\wedge 2}$ , $x_3$)، $R$ ( □□□□□ ۳ □ □□□□ ۲)، $R$ ( □□□□□ ۴ □ $x_5$)، $R$ ( $x5$ ، □□□□□ ۴)، $R$ ( $x5$ ، $x_6$)؛ □□ توسط مرتبط هستند هاجفت دیگر خیر و .

است زیر شرح به عنوان به کندمی رفتار تابع زدن برچسب ... که بیشتر کنید فرض:

| $x$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $L(x)$ | $\{q\}$ | $\{p, q\}$ | $\{p\}$ | $\{q\}$ | $\varnothing$ | $\{p\}$ |

یک عنوان به شده کشیده است □□□□□ مجموعه .۵.۳ شکل در مصور است مدل کریپکه ... ،سپس ... از ارزش ... است دایره هر درون . □□ رابطه ... دادن نشان آنها بین تیرها با ،هادایره از مجموعه ساختارهای که ایدشده متوجه احتمالاً ،باشید خوانده را ۳ فصل اگر شما اگر .جهان که در تابع زدن برچسب $R$□ □□□□□ و هاحالت مجموعه ، $W$ S آن در که ،هستند نیز CTL برای هایی‌مدل کریپکی .تابع زدن برچسب ... است □ و ها؛انتقال ایالت ی‌رابطه ، با است →

فرض .باشد پایه موجهات منطق از مدلی ( $L$ □□ □□□□□□ )= کنید فرض **۵.۴ تعریف** $\varphi$ فرمول زمانی چه کردن تعریف اراده ما .(5.1) از فرمول الف است $\varphi$ و □□□□□ □□□ کنید $\varphi$ ح □□□□ رابطه رضایت الف طریق از شده انجام است این . □□□□ جهان ... در درست است ساختاری توسط
: $\varphi$ روی القا

تی ح □□□□
□□□□ ⊥
□□□□ ح □ iff □
∈ □□□□□□ × ( $L$
) × H ج $\varphi$ iff $x$ H $\varphi$
□□□□ اچ $\varphi \wedge \psi$ iff $x$ H $\varphi$ و
□□□□ اچ $\psi$ □□□□ ح $\varphi$ پنجم $\psi$
iff □□□□ ح □□□□ یا ، $\varphi$ ح □□□□ $\psi$ ح
□□□□ ح $\varphi \to \psi$ iff □□□□ ح $\psi$ ، داشته که زمان هر
باشیم □□□□ ح $\varphi \times$ H $\varphi$ — $\psi$ iff ( $x$ ارتفاع) $\varphi$ iff $x$
H $\psi$ )
□□□□ ح □ $\psi$ کدام هر برای ،ایف □ ∈ □□□□□ با □ )
□□□□□□ □ ،( □□□□ ح □ $\psi$ □□□□ ح $\psi$ اگر $y$
□□□□ □□□□□ □□□□ ∈ □□□□□ به که طوری $R$ ( $x$□ □ )
و □ ح □ .

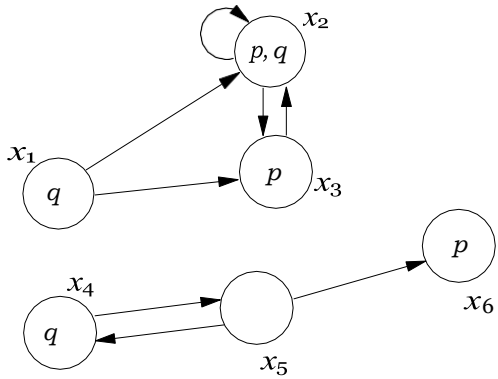
در درست است $\varphi$ ' یا '، $\varphi$ کندمی ارضا □□□□ ' بگو ما ،داردمی نگه $\varphi$ ح □□□□ زمانی چه بنویس ما . □□□□ جهان

در داردمی نگه $\varphi$ ح □□□□ که استرس به خواهم می ما اگر $\varphi$ ح □ □ □ □ □ ⊨
. ⊨ مدل ...

.نادرست هست همیشه که حالی در ⊤ درست همیشه است که واقعیت ... اکسپرس فقط بندها دو اول . □□□□ در درست هستند که هافرمول اتمی ... همه از مجموعه ... است ( $x$ ) □ که دیدن ما ،بعدی کردن اعمال ما که معنی آنها :سرراست باش همچنین باید ( و ، ، ، ) هارابط بولی ... برای بندها آن هستند جالب موارد . □□□□ جهان فعلی ... در هارابط اینها از معناشناسی درستی جدول معمول ... x از R که هایی‌جهان تمام در $\varphi$ که داشتن نیاز ما ، $x$ در درست باش به $\varphi$ □ برای . □ و □ برای دسترس قابل جهان یک حداقل □□□ لازم □ 3φ □□□□ . باشد درست ،دارد دسترسی آنها به سنج‌کمیت ... مانند بیت الف هستند تا 3 و 2 ،بنابراین .باشد درست □□ □□ $\varphi$ که باشد داشته وجود از را آنها واقعیت این . گیرندنمی نظر در آرگومان عنوان به را متغیرها آنها که جز به ،منطق گزاره از و ها □□ □□□□□□ □ و □ وجهی عملگرهای .هاسنج‌کمیت از .کندمی ترساده بسیار مفهومی نظر ... که باشید داشته توجه .۳.۴.۱ بخش دیدن – ال تی سی در مثال و هستند AX □□□□ □□□□ می «اگر تنها و اگر» را آن ما ؛( $\varphi_1 \to \varphi_2$ ) ∧ ( $\varphi_2 \to \varphi_1$ ) با $\varphi_1$ — $\varphi_2$ از معنی (1 است همزمان) $\varphi$ ) .نامیم

هر اگر ،پایه موجهات منطق شودمی گفته از ( □ □□ □□□□□□ )= ⊨ مدل الف **۵.۵ تعریف** برای ،iff $\varphi$ ▶ ⊨ نویسیم‌می ما ،بنابراین .کندمی برآورده را آن ،کند برآورده را فرمول یک ،مدل در حالت

هر $x \in W$، □□□□ اچ □□ .

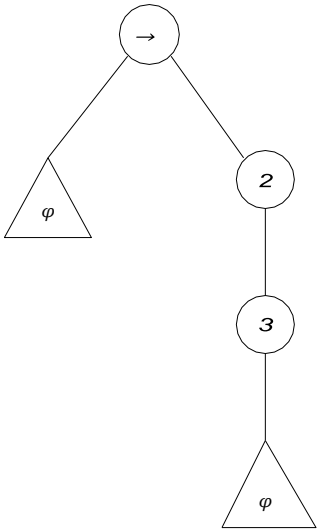



**شکل ۵.۳.** مدل کریپکه الف.

**۵.۶ هامثال** باشند داشته ما .۵.۳ شکل از مدل کریپکه ... بگیرید نظر در:

- $L(x1)$ . $q$ که آنجایی از ، □ ح □□□ ۱
- □ کندمی ارضا که ( $x_2$ ،یعنی) □□□ ۱ از دسترسی قابل جهان الف است آنجا برای ، □ □ ح □□□ ۱
  □ ح عدد □ و ( $R(x1, x_2)$ : نمادگذاری ریاضی در
- از دسترسی قابل هاجهان همه که گویدمی □ □ ح □□□ ۱ زیرا است این .حال این با ، □ □ ⊤ □□□ ۱
  .نه کندمی □□□ ۳ اما ؛ □□□□ کردن برآورده ( $x_3$ و عدد □ یعنی) □□□ ۱
- ۵ ،حال این با . □ □ پنجم □ □ ⊤ □□□ ۵ ،این بر علاوه . □ □ ⊤ □□□ ۵ و □ □ ⊤ □□□ ۵
  □□□ ح □ ( □ پنجم □ ).
  و □□□ ۴ هستند □□□ ۵ از دسترسی قابل هاجهان ... که باشید داشته توجه ،حقایق اینها دیدن به ما ، □ $x_6$ ⊤ که آنجایی از و ؛ □ □ ⊤ □□□ ۵ باشند داشته ما ، □ $x_4$ ⊤ که آنجا از . ۶ □□□□□
  $x_5$ ،حال این با . □ □ □ □ ح □□□ ۵ کنید دریافت را آن ما ،بنابراین . □ □ ⊤ □□□ ۵ باشند داشته
  ، ۶ □□□□□ و □□□ ۴ از کدام هر در ،زیرا است برقرار ( $q$ / □ ) □ ح
  □ یا □ کردن پیدا ما
- □□□ ۵ ، ۴ □□□□□ ، ۳ □□□□□ ، ۲ □□□□ هستند □ → □ □ کردن برآورده که هاجهان
  $6 \times$ و □□□ ۳ ، ۲ □□□□ برای ؛ ۶ × و
  می آن که آنجایی از درست است این □□□ ۴ برای ؛ □ کردن برآورده قبلاً آنها که آنجایی از بنابراین است این کردن برآورده نه کند
  دلیل مشابه الف ؛ □ کردن برآورده نه کندمی □□□ ۵ و ( $5 \times$ □ ۴ □□□□□ ) $R$ باشند داشته ما – □ □
  $2p$ □□ □□□□□□□ □□□ . → $p$ زیرا $2p$ □□ توانندمی ، $x_1$ مورد در $x_5$. به شودمی اعمال
  □□□□□□□ □□□□□ خود اما $p$ □□ □□ .

.هستند موجهات منطق در ویژه توجه شایسته ،نیست دسترسی قابل آنها برای جهانی هیچ که $x_6$ مثل دنیاهایی یک است آنجا □□□□□□ $\varphi$□ چون □ باشد چقدر $\varphi$ نیست مهم ، $\varphi$□ ح $x_6$ که باشید داشته توجه است آنجا ،خاص در . □□ □□□ کندمی ارضا که جهان دسترسی قابل
است $\varphi$ زمانی چه حتی .نه است آنجا $6 \times$ از مورد ... در که '،جهان دسترسی قابل یک
در .لزوماً نه است □ ،جهان هر در راضی است اگرچه ،بنابراین . □ ح $x_6$ باشند داشته ما ، ⊤ جهان دسترسی قابل یکی حداقل در دارد □□□□ iff □□□□ داردمی نگه □ ح □□□□ ،واقعیت ⊤.
$\varphi$ چه ماده خیر .جهان . دارد وجود دسترسی بدون هایی‌جهان در $\Box\varphi$ ارضای برای دوگانه وضعیت یک $\varphi$ که گویدمی □□ □ ح $x_6$ زیرا است که . □□□ □□□□□□ $\varphi$□ ح $6 \times$ که کردن پیدا ما ،است
خیر هستند آنجا . ۶ □□□ از دسترسی قابل هاجهان همه در درست است
چیز هیچ سادگی به است آنجا :آنها از همه در درست پوچ طور به است $\varphi$ بنابراین ،هاجهان چنین
اما ،غافلگیرکننده رسدمی نظر به است ممکن هاجهان دسترسی قابل همه برای از خواندن این .کنید بررسی به
شده داده نشان هاروش الماس و جعبه ... برای قوانین مورگان د ... کندمی ایمن آن




**شکل ۵.۴.** از درخت کردن تجزیه ... طرح فرمول $\varphi \to \Box\Box\ \Box\Box$ .

□ که کسی کردن متقاعد به شده خواسته شما اگر . ۶ □□□□□ در درست است □⊥ حتی .زیر در از دسترسی قابل جهان الف است آنجا که دادن نشان به باشند داشته شما ، ۶ □□□□□ در درست نه بود ⊥ هاجهان خیر هستند آنجا برای ،این دادن انجام تواند؟ نمی شما اما درست؛ نه است ⊥ که در □□□ ۶ نه شاید □⊥ ،جهان هر در نادرست است ⊥ اگرچه ،دوباره بنابراین . ۶ □□□□□ از دسترسی قابل دسترسی قابل خیر دارد □□□□ iff داردمی نگه □⊥ ح □□□□ ،واقعیت در .نادرست باش هاجهان.

فرمول ... که کندمی مشخص دقیقاً (5.1) در زبان دستور **فرمولی های‌طرح و هافرمول** چنین است □ □□ □ ،مثال برای هافرمول اتمی از مجموعه الف شده داده ،منطق مودال اساسی از ها داشته که هافرمول از خانواده کل یک مورد در کردن صحبت به مفید اوقات گاهی است آن فرمول الف $\varphi$ ،مثال برای □□□□□□□□□□ شودمی نامیده □□□□□ هستند اینها «شکل» همان ... باشند طرح فرمول قطعی الف از شکل ... دارد که فرمولی هر .طرح فرمول الف است □□ □□□ □□ □□ ،مثال برای . طرح از □□□□ یک شود می نامیده است

- □ → □□ □
- □ → □□ □
- ( □ ∧ □ □□□□ ) → □□ ( □ ∧ □ □□□□ )

است منطق ای‌گزاره از طرح فرمول الف از مثال یک □□ □□ $\varphi$ طرح ... از موارد همه هستند در که ،نامشخص تجزیه درخت یک عنوان به طرح فرمول الف از کردن فکر است ممکن ما . □ $\psi$ $\varphi$ یافت 5.4 شکل در $\varphi \to 23\ \varphi$ درخت مثلاً - دارند ارائه به نیاز هنوز درخت از خاصی های‌بخش آن شودمی.

– آن مصادیق همه از ربط حرف ... عنوان به از کرد فکر باش تواندمی طرح الف ،معنایی نظر از از بیرون شده حمل باش تواندنمی این ،موارد چنین بسیاری نهایت بی کلی طور به هستند آنجا که آنجایی از توجه .کند برآورده را هایش‌نمونه تمام اگر طرح یک کندمی ارضا مدل/جهان الف که بگو ما !نحوی نظر برای .راضی است طرح کل ... که کردن دلالت نه کندمی مدل کریپکه الف در نمونه یک که باشید داشته اما ، $q$ □ کردن برآورده هاجهان همه که در مدل کریپکه الف باشند داشته است ممکن ما ،مثال نیست □□□□ $\psi$ $\varphi$ طرح ؛ □ □ کندنمی برآورده را آن جهان یک حداقل .

## هافرمول مودال بین هامعادل

**۵.۷ تعریف** ۱. الف مستلزم معنایی نظر از منطق مودال اساسی از گاما هافرمول از مجموعه الف که بگو ما مدل هر از □□□□ جهان هر در ،اگر منطق مودال اساسی از $\psi$ فرمول می ما ،مورد که در $\Gamma$. همه برای $\varphi$ H $x$ که زمان هر $\psi$ H $x$ داریم ،( □□□□ □□ $L$ ) = ⊩ دارد می نگه $\Gamma$ ▶ $\psi$ که گوییم.

2. ما .داشتن نگه $\varphi$ ▶ $\psi$ و $\psi$ ▶ $\varphi$ اگر معادل هستند معنایی نظر از $\psi$ و $\varphi$ که بگو ما $\varphi$ ≡ □ توسط این دادن نشان .

،کند برآورده را زیر موارد از یکی که مدلی هر در جهانی هر اگر $\psi$ $\varphi$ که باشید داشته توجه معنایی روی است مبتنی سازی معادل معنایی از تعریف .دیگر ... کندمی ارضا همچنین آنها ،باشد برقرار زیربنایی ... ،حال این با .منطق ای‌گزاره از هافرمول برای یکی متناظر ... عنوان به راه همان ... در مستلزم .زودی به دیدن اراده ما عنوان به ،متفاوت کاملاً است منطق مودال برای معنایی استلزام از مفهوم

اگر ،واقع در . موجهات منطق در سازی معادل یک همچنین است منطق ای‌گزاره در سازی معادل هر مودال هر برای یکنواخت طور به هااتم ... جایگزین و منطق ای‌گزاره در سازی معادل هر گرفتن ما معادل ... گرفتن ،مثال برای .منطق مودال در سازی معادل یک همچنین است نتیجه ... ،فرمول منطق دهید انجام را جایگزینی حالا و ( □ ∧ $q$ ) چ و □ چ → □ های‌فرمول

$$p \circ\!\!\rightarrow \Box\Box \wedge (\Box \rightarrow \Box)$$
$$q \circ\!\!\rightarrow \Box \rightarrow \Box(\Box \text{ پنجم } \Box).$$

هافرمول از جفت ... است جایگزینی این از نتیجه

$$\begin{aligned} &\Box\Box \wedge (\Box \rightarrow \Box) \rightarrow \text{چ}(\Box \rightarrow \Box(\Box \text{ پنجم } \Box)) \\ &\text{چ}((\Box\Box \wedge (\Box \rightarrow \Box)) \wedge (\Box \rightarrow \Box(\Box \text{ پنجم } \Box))) \end{aligned} \tag{5.2}$$

.منطق مودال اساسی از هافرمول عنوان به معادل هستند که

□ و دسترس قابل های‌جهان روی سنج‌کمیت جهانی الف است □ که شد متوجه قبلاً باشند داشته ما د که کردن پیدا به آور تعجب نه است آن ،حقایق این از مشاهده در .سنج کمیت وجودی متناظر ... است : □ و □ برای کردن اعمال قوانین مورگان

$$\text{چ}\,\Box\,\Box\Box \equiv \Box\,\text{چ}\,\Box \text{ و } \text{چ}\,\Box\,\Box\Box \equiv \Box\,\text{چ}\,\Box.$$

: وی از بیش کندمی توزیع □ و ∧ از بیش کندمی توزیع □ ،این بر علاوه

□ ( φ) ∧ ψ ) ≡ □ □□ ∧ □ ψ و □ ( φ) پنجم ψ ) ≡ □ □□ پنجم □ □□.

. است گرفته قرار بحث مورد ۲.۳.۲ بخش در هامعادل سنجکمیت ... به نزدیک از مطابقت هامعادل اینها ، ∧ از بیش کردن توزیع □□ کندمی □ و پنجم از بیش کندنمی توزیع □ که نیست تعجب جای همچنین ∧ φ) □ بین یا ، ψ □ پنجم □□ □ و ( ψ پنجم φ) □ بین هامعادل باشند داشته نه دادن انجام ما یعنی ψ ) و □ □□ ∧ □ □□ .

و ( □ □ ) □ ح □□□ ه داشت ما ۵.۶ مثال از مورد چهارم ... در ،مثال برای ∨

ه □□/ ح∨□ □ □ □ .

.زودتر اره ما عنوان به ⊤ ، □ به □□ اما ⊤، به معادل است □ که ⊤ باشید داشته توجه

⊥ ≡ ⊥ ،مشابه طور به □ به معادل نه هستند آنها اما ⊥ . □ به معادل نه هستند آنها اما

x یعنی – □ ح □□□□ کنید فرض برای . □ □ □ □ است سازی معادل دیگری

. □ □ ح x بنابراین ، y H p سپس ؛ □ □ ح x→ کنید فرض و □ بگو ،دسترس قابل دنیای دارد

□□□□□□ . کندمی برآورده را ۳ که دهیم نشان باید ؛ p□ □ □ ح x کنید فرض ،برعکس

□ □ ح □□□ داریم ،اول حالت در □ 2p ح □□□□ و □ □ ح x→ موارد بین دهیم تشخیص

در و جهان؛ دسترسی قابل یک باشند داشته باید □□□□ بنابراین و □ □ □ ح □□□□ از

بخش رضایت از اجتناب به سفارش در جهان دسترسی قابل یک باشند داشته دوباره باید □□□□ ،دومی ...

کار استدلال این ،طبیعتاً □ کندمی ارضا یعنی ،جهان دسترسی قابل یک دارد □□□□ ،راه یا . □ □

. □ اتم یک فقط نه ، φ فرمول هر برای کندمی

## معتبر های‌فرمول

هر در است درست آن اگر معتبر باش به گفت است منطق مودال اساسی از φ فرمول الف **۵.۸ تعریف** دارد می نگه ▶ φ iff یعنی ،مدل هر از جهان.

جایگزینی الف آن از جایگزینی نمونه هر است بنابراین و فرمول معتبر الف است توتولوژی ای‌گزاره هر به هافرمول دیگر توسط فرمول ... از هااتم ... یکنواخت جایگزینی از نتیجه ... است فرمول الف از مثال جایگزینی انجام ،است توتولوژی یک p که آنجایی از ،مثال برای .(5.2) در شده انجام عنوان

p^ 2p ( qp ) ∨ ч معتبر فرمول ( 2p ( qp )) ( 2p ( qp )) □□ ₀→

□□ ∧ دهیمی ما . ∧ → ∨ ч ∧ →

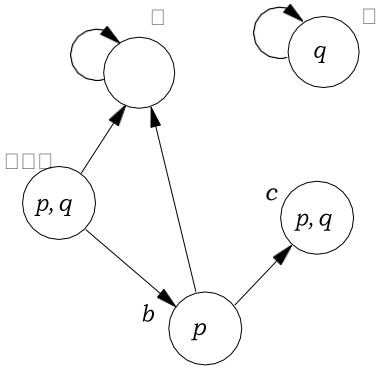
:معتبر هستند هافرمول اینها ،بالا هامعادل از داشتن انتظار است ممکن ما که همانطور

□ چ □ □□ — □ چ □

□ ( φ) ∧ ψ ) — □ □□ ∧ 2 ψ (5.3)

□ ( φ) پنجم ψ ) — □ □□ پنجم □ □□.

یک □□□□ کنید فرض .کند می دنبال عنوان به دلیل ما ،معتبر است اینها از اول ... که کردن ثابت به □ چ دهیم نشان را x H خواهیم‌می .( □□□□□□ □□□ □ ) = ⊨ مدل الف در جهان است □□ — □ ч φ یعنی ، x H چ □ φ اگر x H 3 ч φ . خوب ،5.4 تعریف از استفاده با




**شکل ۵.۵.** مدل کریپکه دیگری.

□□□□ ح □ □□ چ
iff □□ □ ح □□□□ که مورد ... نیست آن
iff □ ( □□□□□□ ) □ که چنین □ همه برای ،که مورد ... نیست آن □ ح $\varphi$
iff □ □□□□□□ ) □ که چنین □ برخی است آنجا □ نه و ( □ ح $\varphi$
iff □ □□□□□□ ) □ که چنین □ برخی است آنجا □ ح □ و ( □ چ $\varphi$
iff □□□□ ح □ چ □ .

مهم .ماندمی باقی تمرین عنوان به و است معمول مشابه طور به نیز هستند معتبر دیگر مورد دو اینکه اثبات زیر موارد ... است معتبر باش به شده دیده باش تواندمی که فرمول:

□ ( $\varphi$) → $\psi$ ) ∧ □ □□ → □ □□.

$2\ \varphi$ □ ( $\varphi$ $\psi$ ) ( □ فرم ،شهودی کمتر کمی اما ،معادل ... در شده نوشته اوقات گاهی است آن تجلیل ،منطق مودال .شودمی شناخته K نام با ... به مربوط های‌کتاب بیشتر در فرمولی‌طرح این .( $\psi$ اصطلاحاً ، شد اشاره آن به قبلاً که ما عنوان به ،جهانی بهداشت سازمان کریپکه .س دان منطق ... .کرد ابداع را ۵.۴ تعریف «ممکن های‌جهان معناشناسی»

که دادن نشان به باشند داشته ما .( □□□□ □□ □ ) = . داریم مدل یک در $x$ □□ □□□□ اح □ ( $\varphi$) $\psi$ ) □ □□ $2\ \psi$ . ۵.۴، تعریف به اشاره با دوباره فرض می‌کنیم که کنید ثابت کنید سعی و بگیرید نظر در □□ $\varphi$ $2\ \psi$ که $x$ H ح □ ( $\varphi$) $\psi$ ) $x$ ح

□□□□ ح □ ( $\varphi$ ∧ $\psi$ ) □ $\varphi$
iff □□□□ ح □ ( $\varphi\psi$ و ) □□ □ ح □□□□
iff $\varphi$ ح □ باشند داشته ما ،( □ □□□□□□ ) □ با □ همه برای
$\psi$ ح □ و $\varphi$
داشته ما ،( □ □□□□□□ ) □ با □ همه برای ،که بر دارد دلالت
$\psi$ ح □ باشند
iff □□□□ ح □ □□ .

هافرمول معتبر اضافی دیدن اراده ما ،بعداً .ندارد وجود پایه موجهات منطق در دیگری جالب معتبر فرمول هیچ .علاقه از ها منطق مودال شده تمدید در

## مهندسی منطق 5.3

رسمی است ممکن یک چگونه به الان نوبت ما ،منطق مودال اساسی برای چارچوب ... در کرد نگاه داشتن است چارچوب اساسی فصل این آغاز ... در گرفت قرار بحث مورد حقیقت از هاحالت متفاوت ... کردن مورد ... برای مناسب خواص ... ما دادن به هاراه مختلف در شده تصفیه باش تواندمی و عمومی کاملاً است آن . جدید کاربردهای مناسب به ها منطق مهندسی از موضوع ... است مهندسی منطق کاربردها نظر این در .ریاضیات و علم کامپیوتر ،منطق های شاخه همه روی نقاشی ،گسترده موضوع خیلی الف بالقوه ها منطق □□□□□ از مهندسی خاص ... به خودمان کردن محدود هستیم ما ،حال این با ،فصل □□□□□□ □□□ از $2\varphi$ مهندسی مجدد کنیم :

- $\varphi$ که درست لزوماً است آن
- $\varphi$ که درست باش همیشه اراده آن
- $\varphi$ که باش به باید آن
- $\varphi$ که است معتقد س عامل
- $\varphi$ که داندمی س عامل
- $\varphi$ ،پ برنامه از اعدام هر از بعد نگه می دارد.

تواندمی ما ، □ با معادل است که ، □ دهنده پیوند ... ما دهدمی خودکار طور به منطق مودال که همانطور لزوماً □□ است آن ،مثال برای .باشد سیستم ما در □ از هاخوانش متناظر ... چه بیرون کردن پیدا مراحل در بیرون این کار توانستمی شما . □□ که درست است ممکن آن که یعنی ' $\varphi$ □□ که درست:

$\varphi$ که درست لزوماً □□ است آن
= □□ □□ که است ممکن است آن .

،بنابراین

$\varphi$ □□ که درست لزوماً □□ است آن
= $\varphi$ □□ □□ که است ممکن
= □□ که است ممکن است آن .

□□ □ ،سپس . □□ □ برای ' $\varphi$ داندمی س «عامل» خواندن ... با بیرون این کار ما بگذارید عنوان به خواندن است

$\varphi$ □□ بدانید □□ کندمی س عامل
= مورد ... باش توانستمی $\varphi$ ،نگران است دانش سوالات عنوان به دور عنوان به
= داندمی س عامل چه با سازگار است $\varphi$
= □□ . ،داندمی س عامل همه برای

۵.۶. میز در شده داده هستند هاحالت دیگر ... برای □ برای هاخوانش

**۵.۶. میز** . □ از خواندن کدام هر به متناظر □ از هاخوانش

| □ □□ | □ □□ |
|---|---|
| $\varphi$ که درست لزوماً است این | $\varphi$ که درست احتمالاً است آن |
| $\varphi$ که درست باش همیشه اراده آن | $\varphi$ آینده ... در اوقات گاهی |
| $\varphi$ که باش به باید آن | $\varphi$ که باش به مجاز است آن |
| □□ □□ که است معتقد س عامل | باورها سوالات با سازگار است |
| $\varphi$ که داندمی س عامل | $\varphi$ ،داندمی س همه برای |
| داردمی نگه $\varphi$ ،پ برنامه از اعدام هر از بعد | داردمی نگه $\varphi$ ،پ از اعدام برخی از پس |

## 5.3.1 هافرمول معتبر از سهام

اصل طرح از هایی‌نمونه مانند ،منطق مودال اساسی از هافرمول معتبر برخی بخش آخرین ... در اره ما چنین ،هافرمول دیگر بسیاری .(5.3) در هاطرح از و $(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$ :K موضوعه عنوان به

- □ □ → □
- □ □ → □□ □
- چ □ □ → □ × □ □
- تی □

مدل کریپکی در جهان الف است آنجا ،اینها از یکی کدام هر برای ،مثال برای . □□□□ معتبر هستند نه کندمی آن اما ، □ کندمی ارضا ۱ × جهان فرمول ... کردن برآورده نه کندمی که ۵.۳ شکل از $R(x_2, x_1)$ کنیممی اضافه اگر . □ → □ کردن برآورده نه کندمی آن بنابراین ، □ کردن برآورده □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□ □□ $p$□ شرط همچنان $x_1$ سپس ،ما مدل به □□ □□□□□□ □□□□ کردن برآورده در $x_1$ ،بنابراین . کندمی برآورده را $p$□□ □□ □□□□□□ □□□□ → 2p □ دهیم تغییر { p} به را $L(x4)$ . □□□ $p$ آنگاه ، { $q$ } $x_4$ ч $2\ p$ را برآورده کندمی → □ × کندمی □□□□□□□ را $\pi$ $\pi$ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ زیرا □ $p$ کندمی □ $x_6$ ،نهایت در .کندمی عمل نقض مثال یک عنوان به $R(x_4, \times_5)$ $R(\times_5 \Box x_4)$ مسیر - رضایت جهان دارد وجود دسترس قابل مقدار یک که کندمی بیان فرمول این زیرا ، کندمی برآورده را مورد ... نه است که ، بخش

باشند داشته مطمئناً باید ما ،حال این با ،ضرورت از مفهوم ... گرفتن منطق الف ساختن به هستند ما اگر سادگی به همچنین است □□□□ □□□□□□ است که چیزی هر برای معتبر؛ است □ □ که □ □ که مورد در معتبر باش به □ □ داشتن انتظار بود خواهد ما ،مشابه طور به .است درست نمی ما .است درست باش باید همچنین شده شناخته است که چیزی هر برای '، □ داندمی س «عامل» یعنی ، □□□□ □□□ را هادروغ ،حال این با ،تواندمی ما .نادرست است که چیزی □□□□□□ تواند □□□□□□ □□ □□□ □ انتظار بود خواهد ما ،باور از منطق الف از مورد ... در بنابراین □□□□□ باشد معتبر $p$.

دستی صنایع به و معتبر باش باید هاطرح فرمول چه تعیین به است مهندسی منطق از شغل ... از قسمت . هستند معتبر آن دقیقاً که راه الف چنین در منطق ...

کدام هر برای .فرمولی طرح هشت و .□□□□□ □□□□ □□ □ برای جالب مورد شش ۵.۷ جدول که اطلاعیه .معتبر باش به طرح داشت انتظار باید ما آیا بگیرید تصمیم ما ،طرح فرمول کدام هر و خواندن که بزنیم تیک صورتی در باید فقط ما

| □□□ | $\Box\psi \to \psi$ | $\Box\psi \to \Box\Box\psi$ | $\Box\psi \to \Box\Box\Box\psi$ | $\Box\psi \sqcup \Box\Box\psi$ | $\Box\psi \to \Box\psi$ | $\Box\psi \sqcup \Box\psi$ | $(\Box\psi \to \psi) \sqcup \Box\Box\psi \to \Box\psi$ | $\Box\psi \sqcup \Box(\Box\psi \sqcup \psi) \to \Box\Box\psi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi$ که درست لزوماً است آن | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | × | ✓ | × |
| $\varphi$ که درست باش ممکنه بودن باید | × | × | × | × | × | × | ✓ | × |
| $\varphi$ که است معتقد س عامل | × | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | × | ✓ | × |
| $\varphi$ که داندمی س عامل | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | × | ✓ | × |
| داردمی نگه $\varphi$ ،پ پرگرم از کردن اجرا هر از بعد | × | × | × | × | × | × | ✓ | × |

**۵.۷. میز** از هاخوانش اینها برای داشتن نگه باید هاطرح فرمول کدام □ ؟

نه اما ،موارد برخی برای معتبر باش توانستمی آن اگر . □ و $\varphi$ از موارد همه برای معتبر باش باید فرمول صلیب الف دادن قرار ما ،دیگران برای

بلکه است که باشید داشته توجه ،اول .است ذکر شایان که دارد وجود ۵.۷ جدول مورد در زیادی نکات درباره دقیق باش به نیاز ما .هاسلول ... از برخی در ،صلیب الف یا ،تیک الف دادن قرار به آیا بحث قابل ابهام هر فصل و حل به سفارش در ،کردن رسمی به کردن تلاش هستند ما حقیقت از مفهوم ...

آن ،معتبر باش باید $\varphi$ □□ $\varphi \to$ □ و $\varphi$ □□ □□ □ آیا که پرسیمی خودمان از وقتی **.ضرورت** هافرمول اینها .به دهندمی ارجاع ما ضرورت از مفهوم چه روی دارد بستگی به رسدمی نظر به □□ □□□ . □□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ است لازم است که که اگر معتبر هستند کیهان ... از قوانین ... هستند :به مقدار این پس ، داریم سروکار □□□□□ □□□□□ ... از قوانین ... باش باید آنها که مستلزم آنها دادن انجام یعنی ، لازم فیزیکی نظر از خودشان □□□□□ □□□□□ بود منظور ما اگر ،حال این با .نه باش به رسدمی نظر به پاسخ کیهان؟ آن باش اندشده وضع منظور این برای منطق قوانین زیرا ،بدهیم مثبت پاسخ باید که رسدمی نظر به ، منطقی معنی ما که درک ... روی شده پر است ردیف .شد تکذیب باش تواندنمی حقیقت که ادعاها .ضرورت

... شودمی شامل .باشیم دقیق ،نه یا دارد وجود آینده آیا اینکه مورد در باید ما **.آینده در همیشه** □□ □ فرمول ... چه دقیقاً است این حاضر؛ →

ما ،۳ فصل در .نه یا ، حال شودمی شامل آینده ... آیا کنوانسیون از ماده الف است آن .ها ایالت $\varphi$ که کنیمی فرض ،تنوع برای ،بنابراین .دارد وجود که قراردادی ... کند می اتخاذ ال تی سی که اره $\varphi$ □□ □ که یعنی که .میز ... از ردیف این در حاضر ... شودنمی موارد این شامل آینده → آن در که دارد وجود آینده در جهانی گویدمی □□□□□ □ مورد در .است ناموفق توجه ما چه .پایان خیر دارد زمان یعنی ،جهان آینده الف است آنجا ،سپس ،خاص در .است درست است مدل به کردن تلاش هستند ما 'آینده «آن» مفهوم چه دقیقاً روی دارد بستگی نه یا درست عنوان به این تی □ از اعتبار ... شده فرض ما

مدل بررسی های‌الگوریتم از ارائه ترآسان یک در داد نتیجه این که آنجایی از ال تی سی روی ۳ فصل در
. کنیم انتخاب را دیگری سازی‌مدل ،۵.۷ جدول مانند است ممکن اما ،ما

**.باید** ما کدها اخلاقی که کندنمی بیان $\varphi$ □□ □□ $\varphi$ و □→ $\varphi$ □□ $\varphi$ 2 های‌فرمول مورد این در
برای نیست؛ اینطور که رسدمی نظر به .اخلاق توسط ما بر مجبور خودشان هستند کردن اتخاذ
□□ □□ □□□□ ... □□□ □□ «□□□□» که باشیم داشته باور است ممکن ،مثال
کنیم باور که کندنمی مجبور را ما این اما □□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□
□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□ «□□□□
□□□□□□.» ،بنابراین مجاز باش باید بنابراین باش به باید که چیزی هر ،حال این با «$\varphi$ 2
□ □□ .

**.باور** نظر از است این برای ، □⊥ عنوان به آن اکسپرس ما دهیم اجازه ، □ آیا بگیرید تصمیم به
ما آیا درباره دقیق باش باید ما اینجا . تناقضات هر باور نه کندنمی س عامل که گویدمی آن معادل معنایی
آیا اینکه یا ،باورها متناقض واضح طور به اغلب و ضعف نقاط آنها همه با ، هاانسان سازی‌مدل هستند
– کل دانای منطقی هستند که عوامل شده سازی‌آل‌ایده سازی‌مدل هستند ما
سازی‌مدل را دوم مفهوم داریم تصمیم ما باورها آنها از عواقب منطقی ... بیرون کردن کار از قادر یعنی
چه – که ، □□ □□ □□ □ ،مثال برای ،بگیریم نظر در که شودمی مطرح وقتی مسئله همین .کنیم
،چیزی باور ندارد س عامل اگر ،که گویدمی – $\psi$ □ □ $\psi$ □ عنوان به آن بازنویسی ما زمانی
خواهد $\varphi$ □ □□ □ فرمول ... از اعتبار آن باور کندنمی را کار این او که است معتقد او سپس
□ $\varphi$ حدود چه .است بعید است این کنید فرض ما موضوعی؛ هر روی نظر دارد Q که معنی بود
$\psi$ □ ( $\varphi$) $\psi$ ) □ ( $\varphi$ □ ) عنوان به آن بازنویسی ما بگذارید ؟( $\varphi$) $\psi$ □
□ $\psi$ ∧ ،→ ∧ ч ∧ → ч ∧
) □ فرمول ... – $\psi$ و $\varphi$ در را هانفی اگر – یا ( $\varphi$ ∨ □ч $\psi$ ) → ( 2 ч $\varphi$ ∨ ч $\psi$ ) □ یعنی
است ممکن س عامل برای ،معتبر بودن نه رسدمی نظر به این .( □ $\varphi$ □ $\psi$ ) ( $\varphi$) $\psi$
... در یا ،جعبه قرمز ... در کلید الف است آنجا که است معتقد او یا او که در وضعیت الف در باش
در است آن که کردن باور بدون همچنین و جعبه قرمز ... در است آن که باور این با بدون ،جعبه سبز
. سبز جعبه ...

**.دانش** که حالی در ;۵.۷ میز در فرمول اول ... از احترام در فقط باور از متفاوت به رسدمی نظر به آن
در .است درست است که که □□□□ فقط تواندمی او ،باورها نادرست باشد داشته تواندمی س عامل
□□□□ □□ □ $\psi$ □ □ $\psi$ و □ $\varphi$ □□ □□ □ هافرمول ... ،دانش از مورد ...
که کنندمی بیان زیرا ، شوندمی نامیده □□□□ □□□□□□□□ و □□□□ □ч □→ □ч □□□□
او اگر و داند؛می را آن که داندمی ،بداند را چیزی اگر کند؛ نگری‌درون خود دانش اساس بر تواندمی عامل
دهنده نشان این که است واضح . بدانید را آن ندارد او که داندمی دوباره او ،چیزی بدانید نه کندمی
این - هایشان‌بدبختی و هاگرفتاری تمام با - هاانسان اکثر زیرا ،دانش □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□
□□□□□ عنوان به به شده داده ارجاع اوقات گاهی است ک طرح فرمول .ندارند را هاویژگی
شده بسته است دانش نماینده ... که گویدمی آن که آنجایی از ،دانش از منطق در □□□□ □□□
... همه داندمی عامل ... که یعنی این .پیامد منطقی زیر

شده سازی‌آل‌ایده برای فقط درست (خوشبختانه؟ یا) متاسفانه است که ،داندمی او چیزی هر از عواقب هاانسان نه ،عوامل

□ طرح مورد این در داشتن نگه به رسدمی نظر به هافرمول ما از بسیاری نه **هابرنامه از اعدام** است که ،بار یک آن دویدن که همان است بار دو برنامه ... دویدن که گویدمی □□ □□ □□ □ فرمول .حساب بانک شما از پول کندمی کسر که ای‌برنامه الف از مورد در است اشتباه آشکارا اشتباه هابرنامه از بعضی برای است این یابد؛می خاتمه که برنامه ... از اعدام یک است آنجا که گویدمی است .

می ،واقع در و قبل بخش در معادل باش به شده دیده‌یودند □□ □T □□ □ و □ هاطرح فرمول $\varphi$ $2\varphi$ که دهیم نشان توانیم‌می همچنین .دارند را هاکراس و هاتیک از یکسانی الگوی آنها که بینیم در است این .دومی ... باید بنابراین ،تیک الف شودمی سابق ... که زمان هر بنابراین – معتبر است□ T یعنی - □□□ □ مستلزم $(2\varphi \to \varphi)$ T $\to$ $\to$ ۵.۷ میز در تأیید تواندمی شما عنوان به ،مورد ... واقع.

## رابطه پذیری‌دسترسی ... از خواص مهم 5.3.2

باش .ایم‌کرده مهندسی ،باشند باید هایی‌فرمول چه اینکه مورد در گیری‌تصمیم سطح در را هامنطق ما ،تاکنون کریپکه از سطح ... در هامنطق مهندس همچنین توانندمی ما . □ از هاخوانش مختلف ... برای معتبر $R$ پذیری‌دسترسی ی‌رابطه از متناظر خوانشی است آنجا ، □ از هاخوانش شش ما از کدام هر برای .هامدل پذیری انتقال یا پذیری بازتاب عنوان به چنین خواص قطعی بردمی لذت □ دهدمی نشان که بندها .ضرورت با شروع ما بگذارید

□ □□□□□ ) □ با □□□□□ ∈ □ کدام هر برای iff $\psi$ □ ح □□□□
) □ ح $\psi$ باشند داشته ما (
) □ که چنین □□□□□ ∈ □ الف است آنجا iff $\psi$ □ ح □□□□
□□□□□□ ) □ و ح $\psi$

هاجهان همه در درست است $\varphi$ اگر □□□□ در درست لزوماً است $\varphi$ که ما بگو ۵.۴ تعریف از $\varphi$ لزوماً ،شهودی طور به چه در دسترسی قابل اما راه؛ قطعی الف در □□□□ از دسترسی □□□□ باید ( □ □□□□□ ) □ بنابراین ها؛جهان □□□ □□□□ همه در درست است $\varphi$ اگر درست است $x$ . در موجود اطلاعات به طبق جهان است ممکن الف است □ که معنی عنوان به شده تفسیر باش می $y$ :گویدمی که صورت این به $R(x,)$ □□□ □□□□□□. $y$ به ما ،دانش مورد در در جهان واقعی اگر ،کلمات دیگر در . □□□□ در دانش سوالات عامل به طبق جهان باشد واقعی y تواند بیرون قاعده تواندنمی – کل دانای نه است جهانی بهداشت سازمان – س عامل سپس ، □□□□ است بالا بند ... به تعریف این پلاگین ما اگر . □ بودن آن از امکان است درست $\varphi$ iff .□□□□□□ □□ □□□□□ $\varphi$ عامل که کردن پیدا ما ، $\varphi$ □ ح □□□□ برای ،که هایی‌جهان تمام در
از کدام هر برای □ از معنی .جهان واقعی ... باش توانست‌می ،داندمی او همه برای
۵.۸ میز در شده داده نشان است □ از هاخوانش شش ...
باشد است ممکن □ رابطه دودویی شده داده الف که بیاورید یاد به:

- □□□□□□□ : اگر ،هر برای □□□□ ∈ □□□□□ ، ما داشته باشند □ ) □□□□□ □□□□ )؛
- □□□□□□ : اگر ،هر برای □□□□□ □ ∈ □□□□□ ، ما داشته باشند □ ( □□□□□ □ ) □ بر دارد دلالت □ ( □□ □□□□ )؛

**۵.۸. میز** .شده داده است □ از معنی ... ، □ از خواندن کدام هر برای

| $R(x, y)$ | $2\varphi$ |
|---|---|
| -در ... به طبق جهان است ممکن است □ □□□□ در تشکیل | $\varphi$ که درست لزوماً است این |
| □□□□ از جهان آینده الف است □ | $\varphi$ که درست باش همیشه اراده آن |
| اطلاعات به طبق جهان قبول قابل یک است باشد $y$ در $x$ | $\varphi$ |
| طبق جهان واقعی ... باش توانستمی □ □□□□ در باورها سوالات به | $\varphi$ که است معتقد س عامل |
| در Q دانش طبق جهان واقعی ... باش توانستمی $y$ $x$ | $\varphi$ که داندمی Q عامل |
| -سابق از بعد ایالت نتیجه در است ممکن الف است □□□□ در پ از اعدام | داردمی نگه را $\varphi$ $y$ ،پ از اعدام هر از بعد |

- □□□□□ : هر برای ،اگر □ ( □□□□□□ ) □ که چنین □ الف است آنجا □□□□ ؛( □ □□□□□□ )
- □□□□□ : هر برای ،اگر □□□□ ⊆ □□□ □ □□□□□ باشند داشته ما ، □ ( □□□□□□ ) □ و □ ( □□ □ ) □ کردن دلالت ؛( □ □□□□□□ )
- □□□□□□□□ : هر برای ،اگر □□□ ⊆ □□□ □ □□□□□ با □ ( □□□□□□ ) □ و □ ( □□ □ ) □ باشند داشته ما ،( □ □□□□□ )
- □□□□□□□□ : کدام هر برای ،اگر □□□□ منحصر الف است آنجا □□□□ فرد به چنین □ که □ ( □□□□□ □ )؛
- □□□ : هر برای ،اگر □□□□ ⊆ □□□ □ □□□□□ باشند داشته ما ، □□□□□ □ ( □□□□□□ ) □ که □ ( □□□□□□ ) □ و کردن دلالت هم با □ ( z□□ )؛ □ یا ، □ است برابر □ یا ،( □□□ ) □ که
- □□□□□ : هر برای اگر □□□□ ⊆ □□□ □□□□ □□□□□ باشند داشته ما □□□□□ □ ( □□□□□□ ) □ یا □ ( □□ □□□□ ) □ و ؛
- یک □□□□□ □□□□ □□□□□ : آن اگر متعدی و متقارن ،انعکاسی است

از هاخوانش مختلف ... به طبق :سوال این بگیرید نظر در ما دهید اجازه ،حالا
اند؟ داشته به □ داشتن انتظار ما دادن انجام خواص اینها از که ، □□

**۵.۹ مثال** اگر $2\varphi$ □□ □ ، $\varphi$ □□ □□□□□□ عامل» که باشد معنی این □□ $R(x, y)$ آنگاه ،« □□□□ در دانش سوالات به طبق جهان واقعی ... باشد توانندمی $y$ یعنی .

- در دانش سوالات طبق جهان واقعی ... باش توانستمی □□□□ :بگو بود خواهد این انعکاسی؟ باش □ باید توانندمی Q ،یعنی - هستند واقعاً آنچه از متفاوت هستند چیزها که بدانید توانندمی س ،کلمات دیگر در . □□□□ به رسدمی نظر به آن ،این بر علاوه .باشند داشته به □ برای است مطلوب ویژگی یک این .باشد داشته کاذب دانش □ فرمول ... از اعتبار ... عنوان به – دانش نادرست از بودن غیرممکن یعنی – شهود همان ... روی استراحت نزدیکی ارتباط ،دید خواهیم بعداً که همانطور ،پذیریبازتاب خاصیت و فرمول این اعتبار ،واقع در . □□ □□ دارند هم با.
- دانش سوالات به طبق است ممکن است $y$ اگر :بگو بود خواهد آن متعدی؟ باش □ باید . $x$ در او دانش طبق است ممکن است □ سپس ، □ در دانش او به طبق است ممکن است □ و □□□□ در جلوگیری دانستمی چیزی او $x$ زمان در یعنی ،نبود درست کنید فرض چون .آیدمی درست نظر به این ،خب او ،بنابراین ؛ □□□□ در چیز این دانستمی او بدانید بود خواهد او ،سپس .جهان واقعی ... بودن از □ از فرض ما است متناقض که جهان؛ واقعی ... بودن از کرد جلوگیری z □□ که □ در چیزی بدانید بود خواهد

به اراده ما،دوباره . $\varphi$ □□ □□ □ فرمول ... یعنی ،نگری‌درون مثبت روی داد تکیه ما ،استدلال این در فرمول این از اعتبار ... و بودن متعدی □ بین مکاتبات بستن الف است آنجا که دیدن زودی

### نظریه مکاتبات 5.3.3

ملک ... و $\varphi$ □□ □ از اعتبار ... بین مکاتبات الف باش به شد ظاهر آنجا که بخش قبلی ... در اره ما که شهود روی داد تکیه دو هر که است آنها بین اتصال انعکاسی است □ رابطه پذیری‌دسترسی ... که می نظر به همچنین آنجا ،این بر علاوه .است درست است عامل یک توسط شده شناخته است که چیزی هر می نظر به دو هر آنها ؛ بودن □□□□□ □ و □□ □□ □□ □ بین مکاتبات الف باش به رسید □□□□ □□□□□□□□□ ، → از ملک ... کردن ادعا به رسد شده شناخته باش به شده شناخته است شده شناخته است که که یعنی.

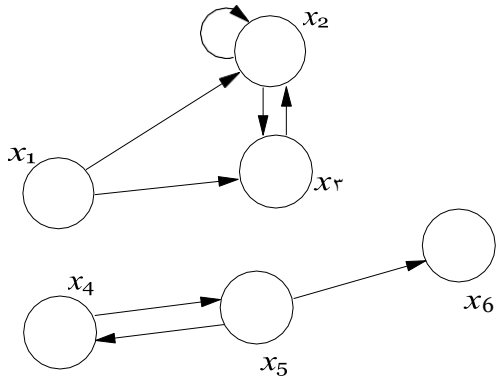
. □□ از خواص و هافرمول اینها بین رابطه ریاضی دقیق الف است آنجا که دیدن اراده ما ،بخش این در مهندسی در از مشاهده از نقطه ... از . □□ از ملک الف دارد مطابقت آنجا فرمول طرح هر به ،واقع در قرار مطالعه مورد بودن منطق ... بفهمد تا کندمی کمک فرد به زیرا ،است مهم رابطه این مشاهده ، منطق مهندسی شما که موجهاتی منطق سیستم در باید خاص فرمولی طرح یک الف که باور شما اگر ،مثال برای .داد ملک این که بررسی و $R$ از ملک متناظر ... در دنبال به ارزش خب است آن سپس ،شود پذیرفته ،کنیدمی دشوار هافرمول از برخی معنای درک است ممکن ،دیگر طرف از .هم ،کاربرد ... برای حس شودمی باعث .کنید کمک تواندمی □ از خواص متناظر آنها در دنبال به بنابراین ،برسد نظر به

.قاب (مودال) الف از مفهوم ... نیاز ما ،خواص متناظر آنها و هاطرح فرمول بین رابطه ... ایالت به

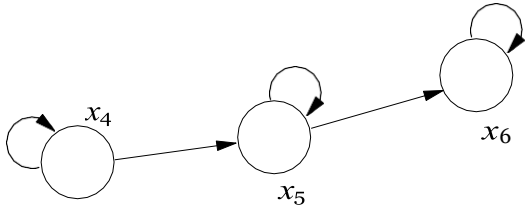
**۵.۱۰ تعریف** فریم □□□□□□□ □□□□□□□ $R$ روی $W$ □□□. . □□ □ $W$ نام به هاجهان از ای‌مجموعه ( □□□□□□□ $R$ ) = J

هر از .تابع زدن برچسب خیر دارد آن که جز به ،(۵.۳ تعریف) مدل کریپکه الف مانند است قاب الف شکل ،مثال برای عملکرد؛ زدن برچسب ... کردن فراموش فقط توسط ،قاب الف عصاره تواندمی ما مدل مجموعه الف فقط است قاب الف .۵.۳ شکل از مدل کریپکه ... از شده استخراج قاب ... دهدمی نشان ۵.۹ هستند هافرمول اتمی چیزی چه اینکه مورد در اطلاعاتی هیچ .آنها بین پذیری‌دسترسی ی‌رابطه یک و هاجهان از ،کل یک عنوان به ،قاب که گفت توان‌می اوقات گاهی مفید است آن ،حال این با .هاجهان مختلف ... در درست .شودمی تعریف زیر شرح به فرمول این .کندمی برآورده را فرمول یک

**۵.۱۱ تعریف** فریم یک □□□□□□□ $R$ ) = J □□□□□□ کندمی برآورده را پایه وجهی منطق از فرمولی $\varphi$ □□□□□ ∈ □□□□□ کدام هر و ( هااتم ) P → □□□□□ : $L$ تابع زدن برچسب کدام هر برای ،اگر □□□□□ ،




**شکل ۵.۹.** از قاب ... مدل در شکل ۵.۳.



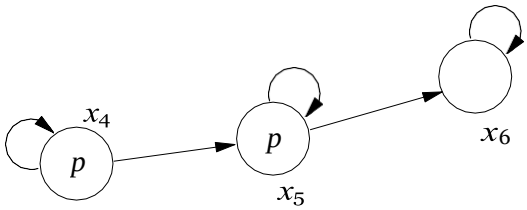

**شکل ۵.۱۰.** قاب دیگری.

( □□□□□□ □□ □ ) = ⊩ کجا ،داردمی نگه $\varphi$ ح □ □ □ □ □ □ □ ⊩ رابطه ...
از تعریف ... بیاورید یاد به –
می نگه $\varphi$ ◀ جی که بگو ما ،مورد که در ۳۱۰. صفحه روی $\varphi$ ح □ □ □ □ □ □ □ ⊩
دارد.

برآورده را هر همچنین آن سپس ،فرمول الف کندمی ارضا قاب الف اگر ،که دادن نشان تواندمی یکی آن ،طرح فرمول الف از مثال کندمی ارضا قاب الف اگر ،برعکس فرمول که از مثال جایگزینی کند می $p$ ۵.۳ شکل از مدل ... ،مثال برای .هامدل با توجهی قابل طور به تضادها این .طرح کل ... کندمی ارضا پنجم □□ □ پنجم کندنمی برآورده را $\varphi$ از نمونه هر اما ، □ □□ پنجم □ □ پنجم کندمی برآورده را حاوی هافریم که آنجایی از . □□□□ □□ □ □ کندنمی برآورده را $q$ و $x$ ،مثال برای ؛ $\varphi$ □□ تمایز مختلف های‌اتم بین تواندنمی آنها ،هااتم ای‌گزاره از∨دروغ⊥ حقیقت ... درباره نیستند اطلاعاتی هیچ آمده دست به طرح فرمول ... ... نیز آن ،کند برآورده را فرمول یک ،چارچوب یک اگر ،بنابراین شود؛ قائل ... □□ □ $\varphi$□ توسط ... □□ □□ هااتم آن کردن جایگزین توسط

**۵.۱۲ هامثال** بگیرید نظر در جی قاب ... شکل ۵.۱۰.

1. برچسب تابع هر بگیرید نظر در به باشند داشته ما ،این دیدن به . □ □ □ فرمول ... کندمی ارضا ⊥ یا باشد داشته حقیقت تواندمی □ که آنجایی از ،توابع زدن برچسب چنین هشت هستند آنجا – قاب ... از گذاری کدام هر برای فرمول کندمی برآورده را آن ،جهان هر که دادن نشان و – هاجهان سه از یک هر در کاذب ما دهید اجازه ،کلمه واقعی معنای به این دادن انجام واقعاً از بلکه .زدن برچسب




**شکل ۵.۱۱.** مدل الف.

می ما ؛ □ □ ح □□□□ که کنید فرض .جهان هر باش □□□□ دهید اجازه :استدلال عمومی الف دادن است □□□□ کدام هر زیرا ( □□□□ □□□□□ ) □ که بدانید ما . □ ح □□□□ دادن نشان خواهم که ۵.۴ تعریف در □ برای بند ... از کندمی دنبال آن ،بنابراین ؛ نمودار در خودش از دسترسی قابل □□□□ ح □ .

2. فرمول طرح کندمی ارضا آن یعنی ،شکل این از فرمول هر کندمی ارضا جی قاب ما ،بنابراین $2\varphi \to \varphi$ .
3. گذاری‌برچسب گرفتن ما کنید فرض برای . □ □ → □□ □ فرمول ... کردن برآورده نه کندمی قاب □ ح $x_4$ سپس ؛۵.۱۱ شکل ، اما $x_4 \not\models$ □□ □ .

نه داد انجام آن چرا و □ → □ □ راضی ۵.۱۰ شکل از قاب ... چرا درباره کردن فکر شما اگر زیر موارد ... زدن حدس احتمالاً اراده شما ، □ □□ → □ □ کردن برآورده:

**قضیه ۵.۱۳** جی بگذارید = ( □□□□□□ □ ) قاب الف باشد.

1. معادل هستند هابیانیه کردن دنبال:
   - انعکاسی؛ است □
   - ؛ □□ □ کندمی ارضا $\rightarrow$ □□
   - ؛ □□□□ □ کندمی ارضا $\rightarrow$
2. معادل هستند هابیانیه کردن دنبال:
   - متعدی است □
   - ؛ □□ □□ → □□ □ کندمی ارضا جی
   - □ □ → □□ □ کندمی ارضا جی .

... دارد $R$ اگر ،که (الف) :چیزها سه کردن ثابت به ما کندمی ایجاب ۲ و ۱ مورد کدام هر : کاذب سقف برآورده را فرمولی طرحواره ،چارچوب اگر که (ب) و طرح؛ فرمول ... کندمی ارضا قاب ... سپس ،ملک و کند؛می برآورده نیز را آن نمونه ،کند
اموال ... دارد $R$ سپس ،مثال فرمول الف کندمی ارضا قاب ... اگر ،که (ج).

1. (الف) فرض کنید □ بگذارید انعکاسی است □ باش برچسب‌گذاری ،تابع زدن الان بنابراین = ) □□ □ ▶ دهیم نشان باید ما .پایه موجهات منطق از مدلی است ( □ □ □ □□□□□□ این . $\varphi$ هر برای $\varphi$ □□ □ ح □□□□ دادن نشان به نیاز ما یعنی بنابراین ، □□□□□ □□□□ □□□□□ □ ح □□□□ کنید فرض .۵.۴ تعریف در ضمنی دلالت برای بند ...→کنید استفاده . □□□□ هر انتخاب تعریف در □ برای بند ... از شودمی دنبال بلافاصله آن ،( □□□□ □□□□□ ) □ که آنجایی از ؛ □□ □□ اند داده نشان را $x \mathrm{H}\, 2\varphi$ ما ،بنابراین . □ ح □□□□ که ۵.۴ □□ .
   (b) □ باش به $\varphi$ مجموعه فقط ما .

**جدول ۵.۱۲.** هافرمول برخی به متناظر □ از خواص

| □ از ملک | طرح | نام فرمول |
|---|---|---|
| بازتابی | □ □□ → $\varphi$ | تی |
| متقارن | $\varphi$ → □□ $\varphi$ | ب |
| □$\varphi$ | □ □□ → □□□□□ | دی |
| متعدی | □ □□ → □□ $\varphi$ | 4 |
| اقلیدسی | □ □□ → □□ $\varphi$ | 5 |
| عملکردی | □ □□ — □ $\varphi$ | |
| خطی | □ ( $\varphi$) ∧ □ □□ → $\psi$ ) پنجم □ ( $\psi$ ∧ □ $\psi$ → $\varphi$ ) | |

) □ دادن نشان به رفتن هستیم ما ؛ □□□□ هر بگیر . □ □ □ کندمی ارضا قاب ... کنید فرض (c)
برای ( □ ) □ □ و ( $x$ ) □ که چنین □ تابع زدن برچسب الف بگیر .( □□□□□ □□□□
□ هاجهان همه
،سپس .( □□□□ □□□□□ ) □ باشند داشته نکن ما کنید فرض :تناقض توسط اثبات . □□□□ جز به
□□□□ ح □ □ ،
هاجهان ... همه زیرا است این – □ کردن برآورده □□□□ از دسترسی قابل هاجهان ... همه که آنجایی از
$x$ H که شودمی نتیجه ، $p$ کندمی برآورده را □ □ که آنجایی از اما ؛ کنندمی برآورده را $x$□ $p$ جز به
دریافت ما ،هم با □ □ ح □□□□ و □ □ ح □□□□ دادن قرار ،بنابراین ؛ □ □
الف است این . □ ح □□□□
که گفت ما که آنجایی از ،( □□□□ □□□□□ ) □ باشند داشته نکن ما که فرض ... به تناقض
!قاب ما در ( □□□□ □□□□□ ) □ باشند داشته باید ما بنابراین .( □□□□ ) □ □/∈
2. (الف) کنید فرض □ بگذارید متعدی است □ و تابع زدن برچسب الف باش □ = ( □□□□□ □□ □ ).
اچ □□□ دادن نشان به نیاز ما یعنی که . □□ □□ □ ح □ دادن نشان به داریم نیاز ما
ح □□□ □□□□ $x$ باید ؛ □$\varphi$ ح $x$ کنید فرض □□□□□ $x$ هر برای $\varphi$ □□ □□
از استفاده با یعنی □□ $\varphi$ .
هر برای که ؛ □□ □ کندمی ارضا ( □ □□□□□ ) □ که چنین □ هر که ،۵.۴ تعریف در □ برای بند
$y$□ □ با $R$ ( $x$□ $y$ ) و $R$ ( $y,z$ )، داریم $z$ ح □□ .
... توسط .( □ □□ ) □ و ( □ □□□□ ) □ با □ و □ باشند داشته داد انجام ما کنید فرض ،خب
□ ح □□□□ که فرض هستیم ما اما .( □□□□□ □ ) □ آوردن بدست ما ،متعدی است $R$ که واقعیت
کند ثابت به نیاز مورد ما چه است که ، $\varphi$ ح □ دریافت ما □ از معنی از بنابراین ، □□
(b) دوباره ،فقط مجموعه $\varphi$ باش به □ .
(c) کنید فرض ،قاب $2p$ □□ □□□□□□□ □□□ □□ □□□□ . هر $x$ ، $y$ و $z$ □□ با $R$ (
$x$□ $y$ ) و $R$ ( $y,z$ )؛ داریم قصد ما $R$ ( $x,$) □□ □□□□ □□□□. □ ).
جهان همه برای ( □□□ ) □ و ( □ □ □ که چنین □ تابع زدن برچسب الف کنید تعریف
$p$ ح $w$ که آنجایی از ، □ □ ح $x$ سپس ؛( $z$ ندارایم $R$ ( $x,$ ) کنید فرض . □ جز به □□□□□ های
□□□□ که کندمی دنبال آن ، □ □□ □ □ موضوع اصل ... از استفاده با . □ $w$ = همه برای
$R$ ( $y$□ و دومی .( □ □□□□□ ) □ □ است برقرار $2p$ که آنجایی از ح □ بنابراین . □ □/ ح
$z$ ) سپس $z$ H □ باشند داشته باید ما ،بنابراین .تناقض یک ، □ کنید رندر را ( □□□□□ □ ). $2$

... ،هافرمول از مجموعه الف برای ،دهدمی نشان که ،۵.۱۲ میز در شده تکمیل است تصویر این
زیر موارد ... است ریاضی نظر از یعنی میز این چه . □□ از ملک متناظر:

میز در طرح فرمول الف کندمی ارضا ( □□□□□□□ ) = قاب الف **قضیه ۵.۱۴**
میز که در ملک متناظر ... دارد □ iff ۵.۱۲.

به شده استفاده هنوز هستند و اند کرده گیر اما ،تاریخی هستند ستون دست چپ ... در هافرمول ... از هانام
هاکتاب در گسترده طور.

### 5.3.4 منطق مودال برخی ها

انتخاب و چیدن .کنیم طراحی ... با را هامنطق تا کندمی تشویق را ما بخش این در منطق مهندسی رویکرد های‌طرح از مثال چند .دسترس در کاربردی برنامه ... به طبق ،هاطرح فرمول از ل مجموعه الف کردن ۵.۱۲. و ۵.۷ جداول در آن هستند کاربرد شده داده الف برای گرفتن نظر در به مایل بتوانیم که فرمولی

**۵.۱۵ تعریف** $\Gamma \cup \{ \psi \}$ و منطق مودال از هاطرح فرمول از مجموعه الف باش ل بگذارید پایه موجهات منطق های‌فرمول از ای‌مجموعه.

1. $\varphi$ از جایگزین نمی‌نه هر سپس ،گاما $\varphi$ که زمان هر iff موارد جایگزینی تحت بسته است گاما مجموعه $\Gamma$. در همچنین است
2. ل از موارد همه حاوی مجموعه کوچکترین ... باش □□ ال بگذارید.
3. موجهات منطق اساسی در $\psi$ مستلزم معنایی نظر از □□ ال $\cup$ گاما iff ل در $\psi$ مستلزم معنایی نظر از گاما. است برقرار $\psi$ ل ▶ گاما که بگو ما ،مورد که در.

ال $\Gamma \cup$ بخش‌رضایت □□□□ جهان هر و مدل کریپکه هر اگر $\psi$ ل ▶ گاما باشند داشته ما ،بنابراین

۵.۷ تعریف با است تعریف این $\emptyset$ = ل برای که باشید داشته توجه . □ کندمی ارضا همچنین آن در □□ باش ل که‌داشتن نیاز ما ،منطق مهندسی برای .$\Gamma$ = □□ ال $\Gamma$ داریم زیرا ، است سازگار

- کردن مشخص به قادر باش کرد نخواهد ما ،صورت این غیر در موارد؛ جایگزینی تحت بسته و رابطه؛ پذیری‌دسترسی ... از خواص از اصطلاحات در □□ ال
- $\varphi$ ▶ ل که طوری به دارد وجود ل □□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ همه برای داردمی نگه $\psi$ ل ▶ گاما ،صورت این غیر در ؛ ل ∈ □□□ □□□□□□ □□□ $\varphi$ همه برای کردن برقرار به آسان است ثبات ،مهندسی منطق از کاربردها بیشترین در (!پی !پی) ! $\psi$ و گاما.

سازگار الف با منطق مودال اساسی دادن گسترش که ها منطق مودال مهم کمی تعداد الف مطالعه الان ما . ل هاطرح فرمول از مجموعه

ندارد انتخابی فرمول **هیچ وجهی منطق ترین‌ضعیف K وجهی منطق** تمام زیرا شودمی نامیده K موجهات منطق این و = ل بنابراین .۵.۱۲ و ۵.۷ جداول از آن مانند ،هاطرح و عادی شود می نامیده هستند ملک این با وجهی های‌منطق کند؛می برآورده را K فرمولی طرح های‌نمونه.هستند عادی متن این در مطالعه ما ها منطق مودال همه

نام به همچنین – ۴۵ تی کی است منطق مودال شده شناخته الف **۴۵ تی کی منطق مودال** است منطق این .۵.۱۲ جدول از T{ ۴ و ۵ } با ۵ □ ۴ □□□ = L آن در که - فنی ادبیات در S5 به ،ما بگو ۵.۱۲ میز . □□ داندمی س عامل که یعنی □□ □ دانش؛ درباره دلیل به شده استفاده که ،ترتیب

چیزها درست فقط داندمی س عامل ... :حقیقت .تی.

4. داندمی را آن او که داندمی او سپس ،چیزی داندمی س عامل ... اگر :نگری درون مثبت.
5. آن بدانید ندارد او که داندمی او آنگاه ،نداند را چیزی Q عامل اگر :منفی نگری‌درون

توجه .است بسته منطقی پیامد تحت عامل دانش :مطلق علم منطقی یعنی ک طرح فرمول ... ،کاربرد این در !خواص هااین از کدام هیچ دارد دانش انسان .دانش از ها سازی آرمانی نمایندگی هاویژگی این که باشید داشته منطق تعریف برای ادبیات در متعددی های‌تلاش آنجا .همه آنها باشند داشته نه است ممکن عوامل کامپیوتر حتی .اینجا آنها بگیرید نظر در نه اراده ما اما ،هستند تربینانه‌واقع که دارد وجود دانش های

انعکاسی :از عبارتند که □ روابط فقط بگیرید نظر در باید ۴۵ تی کی منطق ... از معناشناسی (ت)، متعدی (4) و اقلیدسی (5).

یعنی ،متقارن و متعدی ،انعکاسی است آن iff اقلیدسی و متعدی ،انعکاسی است رابطه الف **۵.۱۶ واقعیت** رابطه سازی معادل یک است آن اگر

.دارد هامدالیته ترکیب برای کمی متفاوت های‌روش اساساً که معنا این به ،است ترساده K از KT45

... از یکی به معادل است KT45 در هانفی و وجهی عملگرهای از ای دنباله هر **۵.۱۷ قضیه** نشان که ، □ ч و □ ч □ ч ، □ ، ـــ :زیر موارد
.روش یا نفی هر از غیبت ... دهدمی

**وجهی منطق** { T } با برابر ل است که ،۴ تی کی منطق مودال KT4
های‌مدل که ما گویدمی نظریه مکاتبات .ادبیات ... در اس۴ شود می نامیده همچنین است ، ۴ □□□□
است □ کجا ،( □□□□□□□□□ ) = ▬ هستند کریپکی های‌مدل همان دقیقاً آن
هاغرفه $\varphi$ اگر ،مثال برای .هستند مفید بسیار کامپیوتر علوم در اغلب ساختارهایی چنین .متعدی و انعکاسی
نشان که، int bool int باش توانستمی $\varphi$ – کد از قطعه الف از نوع ... برای
بولی الف خروجی و ورودی عنوان به .دارد را صحیح عدد جفت یک انتظار که است کدی ی‌دهنده
در ، بنابراین $\varphi$ نوع از □□□□□□□□□ □□ برای ایستاده توانستمی □□ □ سپس – ارزش
ذخیره باش توانستمی اما ،شده اعدام باش به باشند داشته نه بود خواهد کد این □□□□ جهان فعلی ...
... , $\varphi$ $2\ \varphi$ فرمول طرح مرحله محاسبه بعداً الف در اعدام برای (باقیمانده =) شده
طرح فرمول ... که حالی در ،دور درست شود اعدام است ممکن کد که یعنی سپس ،تی موضوع اصل
باقیمانده کد که دهدمی اجازه ،۴ موضوع اصل ... ، □□ □□ □□ □
نوع چنین .مراحل محاسبه آینده در .بیندازیم تعویق به بارها و بارها را آن اجرای توانیم‌می یعنی ،بماند باقی
علاقه دهید ارجاع ما .کد از ارزیابی جزئی و گرایی تخصص ... در مهم کاربردهای باشند داشته هاسیستم
فصل ... از پایان ... در هایادداشت کتابشناختی ... به خواننده مند

، — :است زیر موارد از یکی معادل تی۴ کی در هانفی و اپراتورها مودال از توالی هر **۵.۱۸ قضیه**
□ ، □ ، □□ ، □□ ، □□□ ، □□□ ، ч ، ч □ ، چ □ ، چ □□ ، چ □□ ، چ
□□□ چ و □□□ .

**ای‌گزاره منطق** سیستم کسر طبیعی الف داد ما ،۱ فصل شهودی
با کامل و صدا بود که منطق ای‌گزاره برای

پی قوانین اثبات ... که بیرون کرد اشاره همچنین ما میزها حقیقت روی بر مبتنی مستلزم معنایی به احترام اثبات در را آنها از استفاده اگر . محاسباتی های‌موقعیت قطعی در برانگیز سوال هستند ای و لم ،سی بی □□□□ □□□□□□□ شود می نامیده ،منطق الف آوردن بدست ، ندانیم مجاز طبیعی استنتاج های چه واضح کمتر است آن اما خوب؛ بنابراین دور بنابراین .نظریه اثبات خودش مال با هم با ، □□□□□ کامل و صحت با دوباره – منطق الف چنین برای باشند داشته توانست‌می یک معناشناسی از سازی مرتب داشته یاد به .دهندمی انجام خوبی به را کار KT4 از خاصی های‌مدل که اینجاست .باشید داشته ذهن در بودن چنین تی۴ کی از ( □ □□ □□□□□□ ) = مدل الف که بر دارد دلالت نظریه مکاتبات که باشید شهودی برای مدل الف روی کنیم‌می تحمیل ما نیاز مورد اضافی فقط متعدی و انعکاسی است □ که ؟ است می نشان $R : R(x, y)$ در باشد □□□□□□□ $L$ گذاری‌برچسب تابع آن که است منطق ای‌گزاره ادامه هافرمول مثبت اتمی از حقیقت ... که هامدل این .است $L(y)$ از ای‌زیرمجموعه $L(x)$ که دهد جهان شده داده الف از دسترسی قابل هستند که هاجهان سراسر در دادن.

**۵.۱۹ تعریف** مدل الف است منطق ای‌گزاره شهودی از مدل الف

= ( □□□□□□ □□ $L$ ) از KT4 که طوری به $R(x \square y)$ بر دلالت همیشه $L(x)$ دارد. $L(y)$ ح .کنیم‌می تعریف را $x$ ،است آمده (1.3) در که همانطور فرمول منطق ای‌گزاره a به توجه با $\varphi$ ح کنیم‌می تعریف را $x$ ما $\varphi_2 \to \varphi_1$ برای . ۶ و → بندها برای ۵.۴ تعریف استثنای در که همانطور $\varphi_1$. باشیم داشته $y$ H که زمان هر $y$ H $\varphi_2$ داریم $R(x, y)$ با $y$ همه برای اگر $\varphi_1 \to \varphi_2$ داریم □ و/ □□ . $R(x \square \square)$ با □□ $y$ همه برای iff ϕ کنیم می تعریف را $x$ H $\varphi$ ۶ برای

پذیری‌دسترسی با □ □□□□□ □□ □□□□ مدل ... بگیرید نظر در ،مثال یک که همانطور رابطه

□ = { □□□□□ □□□□ ) □ ( □□□□□ □ ) □ ( □□ □ ) }

متعدی و انعکاسی واقع در که $L(\{y\}) = p$ ، $L(x) =$ و $L$ با $L$ گذاری‌برچسب تابع یک برای .است □ که/کنیم‌می ادعا ما $x$/H ۶ حساب کسر طبیعی پر با ۱ فصل در کرد ثابت ما که لم از مثال یک است □ □ که بیاورید یاد به ) □ ) مجموعه در نه است □ برای ، □ ح □□□□ باشند داشته نه دادن انجام ما (.انتگرال و دیفرانسیل که بر دارد دلالت مورد ... برای ۵.۴ تعریف ،بنابراین .خالی است که $x$ □□□□ ح □□□□ ۶ .است برقرار $p$ ح □□□□ اگر فقط داشتن نگه توانندمی □ □□□□ ح □ که چنین ( □ □□□□□ ) □ با □ جهان الف است آنجا که آنجایی از ،دارید نگه نه کندمی سادگی به کی از هامدل ...در هاجهان است ممکن از بودن دسترس در .( □ ) □ برای ،داردمی نگه □ ح □ «مودال» الف با هم با تی۴

کلاسیک منطق در لم قضیه ... از اعتبار... پایین‌هااستراحت و از تفسیر .کرد تعریف ،شودمی تعریف وجهی های‌منطق برای که روشی همان به را معنایی استلزام توان‌می اکنون این به احترام با سیستم کسر طبیعی یافته کاهش ... از بودن کامل و صحت کردن ثابت توانندمی یکی ،سپس .هستند کتاب این ی‌محدوده از فراتر هااثبات آن اما ،بودن مستلزم معنایی

## کسر طبیعی 5.4

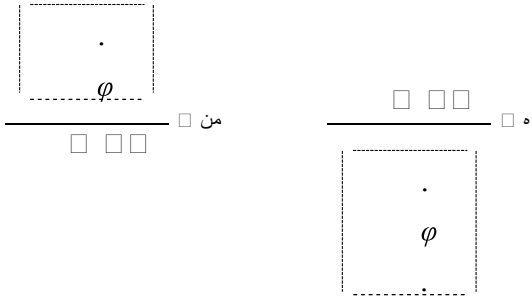
داشته بود خواهد ما .دشوار بلکه باش مستقیماً تعریف آن به جذاب توسط $\psi$ ◀ گاما مستلزم معنایی تأیید مدل کریپکه هر بگیرید نظر در به باشند

بسیار رویکرد یک باشند داشته ما ،خوشبختانه آن در جهان هر و گاما از هافرمول همه کندمی ارضا که هافصل در کرد ملاقات کسر طبیعی از هاسیستم ... از ،است انطباق یا بسط یک ترتیب به که ،ترکاربردی اثبات هایدرخت از هابازنمایی خطی عنوان به هااثبات کسر طبیعی شده ارائه ما که بیاورید یاد به .۲ و ۱ هاجعبه اثبات هاسنجکمیت یا ،کنندمی کنترل را فرضیات دامنه که باشند اثبات هایجعبه شامل است ممکن که ساخت به چگونه کردن دیکته که قوانین هستند آنجا .آنها درون هاجعبه دیگر یا/و هافرمول باشند داشته یک با مطابق - است بسته جعبه یک زمانی چه ؛ □□□□ □□□□ □□□ یک با هاجعبه هااثبات به آورد و شده تکرار باش است ممکن هافرمول . □□□ □□□□ است فرض آن که بگو ما - قانون آن به توجیه برخی باشند داشته باید فرمول هر هاجعبه از بیرون آورده باش نه است ممکن اما ،هاجعبه اثبات ... از مثال یک یا «فرض» کلمه ... یا ،حکومت الف نام ... باش تواندمی توجیه الف :درست کنید مراجعه ۱۳ صفحه به مثلاً کپی؛ قاعده.

معرفی ما که است اصلی تفاوت .منطق مودال برای راه مشابه خیلی الف در کندمی کار کسر طبیعی برای نیاز مورد است این .خطوط چین خط با شده کشیده باش به ،جعبه اثبات از مهربان جدید الف کردن همانطور .دارد توپر یجعبه از متفاوتی کاملاً نقش چینخط یجعبه . □ دهنده پیوند ... برای قوانین ... کادر یک درون به رفتن .فرض یک سازی یعنی جعبه اثبات جامد الف به رفتن ،۱ فصل دیدیم ... در که □□□□□ □□□□ □ □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ معنای به چینخط و جعبه چینخط الف باز توانستمی ما ، □□ □ باشند داشته ما اثبات الف در نقطه هر در اگر . □□□ ما حالا . □ ،مثال برای ،آوردن دست به به ، $\varphi$ این روی کار توانستمی ما ،سپس آن در $\varphi$ دادن قرار یک در $\psi$ شده داده نشان باشند داشته ما که آنجایی از ،و جعبه چینخط ... از بیرون بیا توانستیممی .چینخط کادر ... بیرون جهان ... در $\psi$ □ کردن استنباط است ممکن ما ،جهان دسترسی قابل خودسرانه هستند آنها از بیرون هافرمول گرفتن و هاجعبه چینخط به هافرمول آوردن برای قوانین ... ،بنابراین زیر موارد ...:

- جعبه چینخط متعاقباً الف به دادن قرار باش است ممکن $\varphi$ ،اثبات الف در دهدمی رخ □□ □ کجا هر
- خطکادر که از بعد دادن قرار باش است ممکن $\psi$ □ ،جعبه چینخط الف از پایان ... در دهدمی رخ $\psi$ کجا هر چین .

حذف □ و مقدمه □ ،قوانین دو شد اضافه ترتیب بدین باشند داشته ما:



توجه راه هر در تو در تو ، چین‌خط کادرهای و جامد دو هر حاوی هااثبات کسر طبیعی ،منطق مودال در شود نوشته ч 2 ч باید هااثبات در که ، □ برای قوانین صریح خیر هستند آنجا که باشید داشته.

از مستلزم معنایی .هستند کافی گرفتن □□□□ 2e و 2i قوانین **KT45 برای اضافی قوانین** به خواهدمی یکی اگر قوانین اضافی داشتن نیاز ،KT45 مثلاً ،هامنطق مودال ترقوی .ک منطق مودال ... است قدرت اضافی این ،۴۵ تی کی از مورد ... در هااثبات طریق از بودن مستلزم معنایی آنها گرفتن ۵: و ۴ ،تی موضوعه اصول ... برای قاعده های‌طرح توسط شده بیان

□ □□ □ × □ □□
□□ ۴ ۵
□□ □□ □ × □ □□
□□
□□

در درباره قوانین ... از هاآرامش کردن تصریح به باش بود خواهد ۵ و ۴ قوانین ... به جایگزین معادل یک کردن برابر دو به ما دهدمی اجازه ۴ حکومت زمان از هاجعبه چین‌خط از بیرون و در هافرمول حرکت حال با آغاز هافرمول حرکت به دهدمی اجازه ما به عنوان به آن از کردن فکر عوض در توانستمی ما ،هاجعبه فرمول حرکت به ما دادن اجازه از اثر ... دارد ۵ موضوع اصل ،مشابه طور به هاجعبه چین‌خط به □ هستند $\varphi$ و $\varphi_{ч}$ که آنجایی از و طرح الف است ۵ که آنجایی از هاجعبه چین خط صورت به □ با آغاز ها بیانگر دادن تغییر بدون سراسر در $\varphi_{чч}$ از عوض در $\varphi$ بنویس توانستمی ما ،منطق مودال اساسی در معادل موضوع اصل که از معنی و قدرت ч

دارد $\psi$ اگر است معتبر $\psi$ ل گاما که بگو ما هاطرح فرمول از مجموعه الف باشد ل لت **۵.۲۰ تعریف** و ل از موضوعه اصول ... با یافته توسعه منطق مودال اساسی برای سیستم کسر طبیعی ... در اثبات الف گاما از محل.

**۵.۲۱ هامثال** معتبر هستند هادنباله کردن دنبال ... که دادن نشان ما:

1. |— ک □ □ ∧ □ □ → □ ( □ ∧ □ ).

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ □ ∧ □ □ | فرض |
| ۲ | □ □ | ∧ e 1 ۱ |
| ۳ | □ □ | ∧ e 2 ۱ |
| ۴ | □ | □ ه ۲ |
| ۵ | □ | □ ه ۳ |
| ۶ | □ ∧ q | ∧ i ۴ □ ۵ |
| ۷ | □ ( □ ∧ □ ) | □ من ۴ — ۶ |
| ۸ | □ □ ∧ □ □ → □ ( □ ∧ □ ) | من → ۷ — ۱ |

2. |— ۴۵ تی کی □ → □□ □ .

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | □ | فرض |
| ۲ | □ عدد □ | فرض |
| ۳ | □ چ | ۲ تی |
| ۴ | ⊥ | ۳ □ ۱ ای چ |
| ۵ | □ چ □ چ | ۴ — ۲ من |
| ۶ | □ × □ × □ | روی ۵ موضوع اصل ۵ خط |
| ۷ | □ → □ × □ × □ | ۶ — ۱ من → |

3. |— ۴۵ تی کی □□□ □ → □ □ .

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | 2ч2ч2p | assumption |
| ۲ | ч2ч2p | 2e 1 |
| ۳ | ч2p | assumption |
| ۴ | 2ч2p | axiom 5 on line 3 |
| ۵ | ⊥ | чe 4, 2 |
| ۶ | ччp | чi 3—5 |
| ۷ | 2p | ччe 6 |
| ۸ | p | T 7 |
| ۹ | 2p | 2i 2—8 |
| ۱۰ | □ چ □ چ □ □ → □ □ | ۹ — ۱ من → |

## 5.5 یک در دانش مورد در استدلال عاملی چند سیستم

یک .جهان از دانش متفاوت باشند داشته عوامل متفاوت ، □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ الف در داشته نیاز است ممکن همچنین جهان؛ درباره دانش خود مالِ آن درباره دلیل به نیاز است ممکن عامل زنی چانه الف در ،مثال برای .جهان .کند استدلال ،دانندمی آن مورد در هاعامل سایر آنچه مورد در باشد ماشین ... درباره داندمی خریدار الف چه بگیرد نظر در باید ماشین الف از فروشنده ... ،وضعیت داندمی خریدار ... چه درباره داندمی فروشنده ... چه بگیرید نظر در همچنین باید خریدار .ارزش .غیره و ارزش آن درباره

درون به گروه الف در عوامل که ایده ... به دارد اشاره □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ از کاربردها گروه ... در عوامل سایر از دانش ... همچنین اما ،جهان ... از حقایق ... فقط نه حساب بردن ،اقتصاد ،هابازی :از عبارتند ایده این

تو در تو چنین از نخ کردن دنبال به هاانسان برای آسان خیلی نه است آن هاپروتکل و رمزنگاری عنوان به جملات

□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□
□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□
□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□.

احترام این در هاانسان از بهتر هستند عوامل کامپیوتر ،حال این با

### 5.5.1 هامثال برخی

،بخش بعدی ... در ،سپس .زیست محیط عاملی چند الف در استدلال درباره هامثال کلاسیک برخی با شروع ما حل را آنها و کندمی فراهم هادنباله طریق از را هامثال این رسمی نمایش امکان که منطق مودال الف مهندس ما .سیستم کسر طبیعی الف در آنها کردن اثبات توسط .کندمی

**پازل خردمندان** شده شناخته همه توسط که - دانش رایج است این .مردان خردمند سه هستند آنجا می قرار پادشاه هاکلاه سفید دو و کلاه قرمز سه هستند اینکه - غیره و ،بدانند باید که دانندمی همه و است مالِ آنها دیدن به قادر نه هستند آنها که راه الف چنین در مردان خردمند ... از یک هر روی کلاه الف دهد ... کنید فرض سرشان روی کلاه ... از رنگ ... بدانید آنها آیا نوبت در یکی کدام هر پرسدمی و ،کلاه خود .داندنمی هم او گویدمی دوم ... سپس بدانید؛ نه کندمی او گویدمی مرد اول

رنگ چه این؟ است چرا کلاه او رنگِ داندمی او که بگو به بودن قادر باید مرد سومی که .آیدمی پی در کلاه؟ مرد مال سوم ... دارد

برشماریم را موجود احتمال هفت دهید اجازه ،سؤالات این به پاسخ برای:

| | |
|---|---|
| آر آر آر | WRRR |
| آر دبلیو آر | RW W |
| آر دبلیو | ر دبلیو |
| آر دبلیو | |
| دبلیو | |

،قرمز باشند داشته مردان سوم و دوم ،اول که وضعیتی به دارد اشاره دبلیو دبلیو ر ،مثال برای ،کجا آنجا عنوان به بیرون کرد حکومت است ،دبلیو دبلیو دبلیو ،هشتم احتمال .ترتیب به ،کلاه سفید و سفید هاکلاه سفید دو فقط هستند

صحبت مرد اول ... شنیدن آنها زمانی چه .کنیم فکر آن به سوم و دوم مرد دیدگاه از بیایید حالا این بودند آن اگر زیرا ،دبلیو دبلیو ر بودن وضعیت درست از امکان ... بیرون قاعده تواندمی آنها ،کردن فقط هستند آنجا اینکه دانستن با و کلاه سفید پوشیدن بودند دیگران ... اینکه دیدن با ،مرد اولین سپس ،وضعیت او که گفت او که همانطور . باشد قرمز باید کلاه او که شد گیری نتیجه باشند داشته بود خواهد ،کلاه سفید دو باید مردان سوم و دوم ... که .W اطلاعیه دبلیو ر باش تواندنمی وضعیت درست ... ،بدانید نه داد انجام دادن انجام به سفارش در هوشمند باش

ما ،پازل ... در .خب عنوان به راستگو و هوشمند است مرد اول ... که بدانید باید آنها و استدلال؛ این شناخته و همه توسط شده شناخته – دانش رایج هستند مردان از ادراک قوه و هوش و راستگویی ... کنید فرض غیره و ،همه توسط شده شناخته باش به شده

... از امکان بیرون قاعده تواندمی او ،کردن صحبت مرد دوم ... شنودمی مرد سوم ... زمانی چه داشته بود خواهد مرد دوم ... ، بود این آیا آن اگر :دلایل مشابه برای ،دبلیو ر دبلیو موجود وضعیت درست می مرد سوم ... ،این بر علاوه این بگو نه داد انجام او اما ،قرمز بود کلاه او دانستمی او که گفت باشند :دلیل این به برای ،مرد پاسخ دوم ... .شنودمی او زمانی چه RR W وضعیت ... بیرون قاعده همچنین تواند که شده شناخته داشت می او ،سفید سوم ... و قرمز پوشیدن بود اول ... که شده دیده داشت دوم مرد ... اگر مرد مال اول ... از شده شناخته باشند داشته بود خواهد او اما دبلیو؛ ر ر یا دبلیو دبلیو ر باش باید آن او که و دبلیو ر ر بود آن اند گرفته نتیجه بود خواهد او بنابراین ،دبلیو دبلیو ر باش نتوانست آن که پاسخ آن ،مرد سوم ... دلایل ،بنابراین ،گیریتنیجه این نیست رسم داد انجام او اما کلاه؛ قرمز الف پوشیدن بود .دبلیو ر ر باش تواندنمی

دبلیو ،دبلیو دبلیو ر شده حذف دارد مرد سوم ... ،کردن صحبت مردان دوم و اول ... شد شنیده داشتن اینها از همه در .آر وب دنیای و آر آر دبلیو ،ر دبلیو ر ،ر ر ر فقط کردن ترک دبلیو؛ ر ر و دبلیو ر .باشد داشته قرمزی کلاه باید او که کند می گیری نتیجه او بنابراین ،کلاه قرمز الف پوشیدن است او

دیگر بار ما .کردن صحبت مردان دیگر ... شنوایی از زیادی الف بگیرید یاد مردان ... که اطلاعیه ادراکی هستند و دانش از ایالت آنها .کنیممی تأکید ،گویندمی ... مورد در را حقیقت آنها که فرض این اهمیت بر سه ... که کافی اندازه به نه است آن ،واقع در .ها گیری نتیجه درست به آمدن کافی اندازه به هوشمند و بعداً در ،و دیگران توسط بنابراین باش به شده شناخته باش باید آنها باهوش؛ و ادراکی ،راستگو هستند مردان رایج است این همه که کنید فرض ما ،بنابراین غیره و شده شناخته باش همچنین باید واقعیت این ،هامثال .دانش

تفاوت الف پازل؛ خردمندان روی تغییرات بسیاری ... از یکی است این **پازل آلود گل کودکان** از گروه بزرگ الف است آنجا .متوالی صورت به اینکه جای به موازی در پرسید هستند سوالات ... که است بدون رودمی ،است عمومی دانش آنها هوش و صداقت ،تیزبینی که آنجایی از - باغ ... در کردن بازی کودکان می‌کودک کدام هر ها پیشانی آنها روی لای و گل دریافت ،۱ □ بگو ،کودکان از شماره قطعی الف .گفتن کودک کدام هر سپس ۱ < □ اگر . خودش پیشانی او روی نه اما ،دیگران روی لای و گل ... دیدن تواند گروه ... در یکی حداقل در که داندمی یکی کدام هر پس ،پیشانی آن روی لای و گل با دیگری دیدن تواندمی :سناریو دو این بگیرید نظر در .آلود گل است

روی لای و گل باشند داشته شما آیا دانی‌می از هر آیا سوال ... پرسدمی بارها و بارها پدر .۱ سناریو هر نکن آنها ،مثال خردمندان ... در برخلاف ،اما «نه» پاسخ آنها همه زمان اول پیشانی؟ خود مالِ شما ... به «نه» دادن پاسخ روی برو آنها بنابراین ،«نه» پاسخ دیگران ... شنوایی توسط بگیرید یاد را چیزی .سوالات شده تکرار پدر مال

از بدانید آنها چیزی است که – .است گِلی آنها از یکی حداقل که کندمی اعلام ابتدا پدر .۲ سناریو
داشته شما آیا بدانید شما از هر آیا آنها پرسدمی بارها و بارها او ،این از پیش عنوان به ،سپس و قبل؛
پاسخ روی روندمی آنها ،واقع در .«نه» دهندمی جواب همه اول بار «خودتان؟ پیشانی روی گل» باشند
هستند ها پیشانی آلود گل با آن □ ... در اما سوال؛ همان که از تکرارها ۱ □ اول ... به «نه» دادن
«.بله» پاسخ به قادر

—

رویدادها ... در تفاوت فقط ... که .رسدمی نظر به کنندمگیج کمی ،هستند متفاوت سناریو دو این اینکه به توجه
این با ،اشتباه .دانندمی قبل از آنها که کندمی اعلام را چیزی پدر ،دوم مورد در در که است آنها به بالا پیشرو
اطلاعیه محتوای از همه اگرچه .اطلاعیه این از چیز هیچ بگیرید یاد کودکان ... که گیری‌نتیجه به ،حال
که بدانید همه آنها حالا بنابراین ،آنها میان در دانش رایج آن شودمی باعث آن گفتن پدر مال ، هستند مطلع
سناریوها دو ... بین تفاوت حیاتی ... است این غیره و ،آن داندمی دیگری همه
. □ از موارد کمی تعداد الف بگیرید نظر در ،۲ سناریو کردن درک به

از ،«بله» است دادن پاسخ به قادر بلافاصله کودک آن .دارد گِل کودک یک فقط یعنی ،۱ = □
.لای و گل با دیگری کودک هر دیدن ندارد و پدر ... شد شنیده دارد او که آنجایی
حالا .زمان اول ... «نه» دهندمی جواب همه .دارند گِل کندی و رامون هابچه فقط بگو ،۲ = □
لِگ که دیده را کسی حتماً ، داد «نه» جواب اول دفعه نبات آب که آنجایی از :کندمی فکر رامون
گِل با کَندی که ببینم تواندمی من که کسی تنها ،خب .دارد
، ببیند را دیگری کس تواندمی او اگر پس ، هست
و رامون مورد در متقارن طور به دلایل نبات آب .زمان دوم ... «بله» هاپاسخ رامون .هستم من حتماً
.گرد زمان دوم ... «بله» هاپاسخ همچنین
اول ... «نه» دهندمی جواب همه گِل باشند داشته چارلی و ،باب ،آلیس کودکان ... فقط بگو ،۳ = □
باشند داشته بود خواهد آنها ،گِل با چارلی و باب فقط بود آن اگر :کندمی فکر آلیس الان اما .بارها دو
الف باش باید آنجا بنابراین بالا 2 = □ برای استدلال ... سازی ؛ دوم بار ... «بله» شده داده پاسخ
سوم ، گل داشتن چارلی و باب فقط دیدن تواندمی من که آنجایی از لای؛ و گل با شخص سوم
انجام بنابراین ،دلایل متقارن برای .زمان سوم ... «بله» هاپاسخ آلیس بنابراین .من باش باید شخص
چارلی و باب دادن
. □ از موارد دیگر برای مشابه طور به و

نظر در ،آلود گل بود کودکان ... از یکی که اعلامیه پدر مال ... از قبل دانش رایج نه بود آن که دیدن به
– آلود گل است کسی بدانید دو هر نبات آب و رامون ،دوره از .نبات آب و رامون با ،۲ = □ دوباره بگیرید
.کثیف است کسی که داندمی کندی که بدانید ندارد رامون ،مثال برای ،اما دیگر؛ کدام هر دیدن آنها
الف دیدن به قادر باش نه بنابراین و یکی کثیف تنها باش است ممکن نبات آب ،داندمی رامون همه برای
کودک کثیف

### 5.5.2 منطق مودال KT45 □

□ یکی فقط داشتن از عوض در .۵.۳.۴ بخش در شده داده ۴۵ تی کی منطق مودال ... دادن تعمیم الان ما
۲ □ 1 } = الف مجموعه ثابت الف از □□ عامل کدام هر برای یکی ،بسیاری باشند داشته اراده آن ،
کدام هر برای) □□□□□□□□ $K_i$ صورت به را وجهی های‌رابط آن ما .هاعامل از { □ □ ...□
الف کنیم‌می فرض . □□□□ به کاربرد ... کردن تأکید به است □ ... ؛ (الف ∈ □□ عامل
□□ عامل که است معنی این به □ □□ □□ فرمول هافرمول اتمی از ... □□ □□ □□ مجموعه
داندمی اما ، □ داندمی ۱ عامل که یعنی □ ∧□ ۲ □ ۱ □ □ ۱ □ ،مثال برای ،بنابراین ؛ □ داندمی
آن داندمی او بدانید ندارد ۲ عامل که

فرمول . الف از زیرمجموعه هر است □□ کجا ، □□ □□ هارابط مودال ... باشند داشته همچنین ما
سپس ، { $n$ □...□ ۳ □ ۲ □ 1 } = □□ اگر . □ داندمی □□ گروه ... در همه یعنی □ □□ □□
آور الزام مشابه کنیم‌می فرض . □ □ □ ∧ ∧ ... ∧ □ ۲ □ □ است $K_1$ معادل $E_G p$
۳۰۷.صفحه روی جلو به دادن قرار آن به هااولویت

فکر $E_G$ ، $K_i$ □□□□□ □□ □□ □□□ $n$ KT45 آورالزام های‌اولویت **۵.۲۲ کنوانسیون**
. □ «هستی» عنوان به □□ □□ و .دارند وجود پایه موجهات منطق در که هستند هایی‌همان ،کنیم

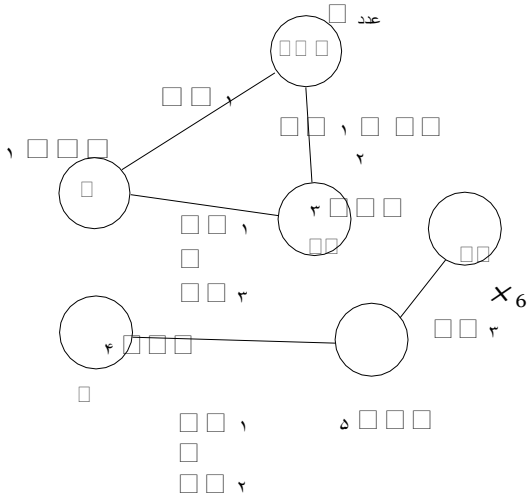
دانندمی همه از شده شناخته گسترده طور به بیشتر باش نه توانستمی $\varphi$ که کردن فکر است ممکن یکی
نه است ممکن آنها اما ، $\varphi$ دانندمی همه که ،مثال برای ،باشد توانستمی آن مورد ... نه است این اما ،آن
دوست شما و شما که باش است ممکن آن ،راز الف باش است قرار است $\varphi$ اگر آن بدانید همه آنها که بدانید
□□ □□ ،بنابراین آن داندمی دوستت که دانی‌نمی تو و دانی‌می تو که داندمی دوستت اما ،آن بدانید دو هر
این از $\varphi$ □□ □□ □□ □□ □□ و $\varphi$ □□ □□ از بزرگتر حتی دانش از ایالت الف است $\varphi$ □□ □□
$C_G$ صورت به که ، است $G$ □□□□ □□ □□□□□ □□□ $\varphi$ گوییم‌می .است بزرگتر هم
داندمی و که؛ داندمی همه و ؛ داندمی را آن همه که داندمی همه و $\varphi$ داندمی همه اگر ، $\varphi$ . شودمی نوشته
ربط حرف نهایت بی یک عنوان به $\varphi$ □□ □□ از کردن فکر است ممکن ما بنابراین غیره و □□

$$\text{□□ □□ } \varphi \wedge \text{ □□ □□ □□ □□ } \varphi \wedge \text{ □□ □□ □□ □□ □□ □□ } \varphi \wedge \ldots.$$

به $C_G$ کاهش توانندمی ما ،ربط حروف متناهی باشند داشته فقط ها منطق ما که آنجایی از ،حال این با
از جنبه □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ باید ما .دارد وجود منطق در قبل از که چیزی
$\varphi$ □□ □□ ،نهایت در وجهی رابط اضافی یک عنوان به آن حفظ و معناشناسی آن طریق از □□ □□
□□□ □□□□ $G$ در کس هیچ اگرچه ؛ $G$ گروه میان در شده توزیع است $\varphi$ از دانش ... یعنی
قرار آنها اگر بیرون آن بود خواهند کار □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□
را آنها بین شده توزیع اطلاعات ... شده ترکیب و هم با سرها آنها دادن.

دنبال ... توسط شده تعریف است $n$ KT45 از منطق چندوجهی ... در $\varphi$ فرمول الف **۵.۲۳ تعریف**
زبان دستور کردن:

$$\varphi ::= \bot \mid \text{تی} \mid \text{□} \mid (\text{چ } \varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \text{ پنجم } \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi) \mid (\varphi - \varphi) \mid$$
$$(\text{□□ } \varphi) \mid (\text{□□ } \varphi) \mid (\text{□□ } \varphi) \mid (\text{□□ } \varphi)$$




**۵.۱۳. شکل** الف KT45 برای مدل = ۳ .

و ، بنویس سادگی به ما . الف ⊆ و الف∈ ،فرمول اتمی هر است کجا به ارجاع ما اگر هااشتراک بدون ، و .

$E_G$ همچنین ما و $K_i$ روش چندین باشند داشته ما ، از عوض در ۵.۱. تعریف با تعریف این مقایسه این همه که شد خواهد مشخص زودی به ،واقع در $G$ هر برای و ، ⊆ بیش از بلکه از بیش کردن توزیع آنها که حس ... در ،«مانندالماس» تا هستند «مانندجعبه» ربط حروف به هارابط این « مانندالماس» متناظرهای .۳۰۸ صفحه روی هامعادل از بحث ... به این مقایسه – از $K_i$ ۶ یعنی ،آورد دست به هانفی از استفاده با را هاآن توان‌می البته اما ،ندارند وجود زبان در صراحت غیره و $C_G$۶ ، ۶

منطق چندوجهی ... از ( ) = مدل الف **۵.۲۴ تعریف** چیزها سه توسط شده مشخص است عوامل از الف مجموعه ... با $KT45^n$:

1. هاجهان است ممکن از مجموعه الف
2. کدام هر برای ∈ رابطه سازی معادل یک ، ⊆ روی ( ) نامیده ، ( ) و روابط؛ پذیری دسترسی شود می
3. تابع زدن برچسب الف : → پی ( هااتم ).

الف باشند داشته الان ما ،رابطه دسترسی یک فقط از عوض در ،که است تفاوت .۵.۳ تعریف با این مقایسه هستند ارزی‌هم روابط ،دسترسی روابط که کنیم‌می فرض ما و ; در عامل کدام هر برای یکی ،خانواده .

$KT45^n$ برای کریپکی های‌مدل از تصاویر گرافیکی ... در از خواص اینها سوءاستفاده ما هاجهان از ای‌مجموعه با $KT45^3$ از مدلی ،مثال عنوان به . ۵.۱۳ شکل در شده داده نشان است $\{$ $\}$ آنجایی از ،رابطه پذیری‌دسترسی ... از نام ... با شده گذاری برچسب باش به دارند هاجهان ... بین هالینک حالی در ، توسط مرتبط هستند و ،مثال برای .روابط باشند داشته مورد چندین ما که و که

مستلزم ترطولانی خیر توسط سازی‌ساده ما .۲ □□ توسط و ۱ □□ توسط دو هر مرتبط هستند □□□ ۵
.هستند جهته دو پیوندها بنابراین ،هستند متقارن روابط دانیم‌می که است آن امر این دلیل .پیوندها روی هایی‌فلش
شکل در □□□ ۴ روی یکی ... مانند هاحلقه باش باید بنابراین ،هستند نیز بازتابی روابط ،این بر علاوه
از ،نمودار از اینها کنید نظر صرف سادگی به تواندمی ما .روابط از همه برای و هاجهان ... همه در ۵.۱۱
که آنهایی و خود به مربوط هستند که هاجهان بین شدن قائل تمایز به نیاز کنیم‌نمی را کار این ما که آنجایی
.نیستند

**۵.۲۵ تعریف** بگیرید الگو = ( □□□ ( □□ $_i$ ) $_{i \in A}$ □ $L$ ) از KT45 $^n$ و جهان یک $x$
□□□□□ □□□□□□□. $x$ در را $\varphi$ □□□□□□ $x$ □ رضایت ی‌رابطه طریق از ما □□□□□ □□□□□□□
ح $\varphi$ روی القا با $\varphi$ :

□□□□ ح □ iff □
∈ □□□□□□□ × ( $L$
) × H چ $\varphi$ iff $x \not\models \varphi$
□□□□ اچ $\varphi \wedge \psi$ iff $x$ H $\varphi$ و
□□□□ اچ $\psi$ × H $\varphi \vee \psi$ iff $x$
H $\varphi$ یا $x$ H $\psi$

□□□□ ح $\varphi \rightarrow \psi$ iff □□□□ ح $\psi$ هر که زمان هر باشند داشته ما □□□□ ح $\varphi$
□□□□ ح □□ □□ $_{□□}$ $\psi$ iff، هر برای $y \in$ □□□□□ ، □□ $_i$
( □□□□□ $y$ ) بر دلالت $y$ □□□□ ح $\psi$ × H □□ $_{□□}$ $\psi$
هر برای ،اگر $i \in G$ ، $x$ H □□ $_{□□}$ $\psi$
ح □□□□ باشند داشته ما ،۱ ≥ □ کدام هر برای ،ایف $\psi$ □□ $_{□□}$ ح □□□□
□□ □ $\psi$ ،
هازمان □ – □□ □□ ... □□ □□ □□ □□ یعنی $_G$□ □□ کجا
داشته ما ، □□□□□ ∈ □ کدام هر برای ،ایف $\psi$ □□ $_{□□}$ ح □□□□
، $\psi$ ح □ باشند
□□ ∈ □□ . همه برای ( □ □□□□□ ) □□ $_{□□}$ که زمان هر

⊩ مدل ... کردن تأکید به خواهم می ما اگر $\varphi$ ح □ □ □ □ □ ⊩ بنویس ما ،دوباره
اساسی برای عنوان به همان ... هستند ربط حروف بولی ... برای موارد .۵.۴ تعریف با این مقایسه
پذیری‌دسترسی خود مالِ آن به دارد اشاره اما ، □ الف مانند کندمی رفتار □□ □□ کدام هر .منطق مودال
را آنها توانیم‌می اما ، هستند □ های‌معادل خیر هستند آنجا ،داشت اظهار قبلاً که همانطور . □□ □□ رابطه
بر □□ □□ و .□□□□□ □□□□□ $K_i$ ۹ حسب بر $E_G$ ربط حرف . کنیم بازیابی ۹ $K_i$ صورت به
حسب $E_G$ □□□□□ □□□□□ .
در همچنین پذیری‌دسترسی‌رابطه مجرد الف با منطق مودال اساسی برای داشت ما نتایج ... از بسیاری
،کردن خلاصه .است برقرار پذیری‌دسترسی رابطه چندین از ترکلی محیط این

- منطق مودال ... برای ( $_{i \in A}$ ( □□ $_i$ ) ( □□□□□□□ □ KT45 برای جی □□□ الف
  سازی معادل یک ، الف ∈ □□ کدام هر برای ،و هاجهان از □□□□□ مجموعه الف است □ KT45
  □□□□□ روی □□ $_{□□}$ رابطه .
- $\varphi$ کردن برآورده به گفت است □ KT45 برای ( $_{i \in A}$ ( □ □□ $_i$ ) ( □□□□□□□ = جی قاب الف
  زدن برچسب کدام هر برای ،اگر
  □ ⊩ باشند داشته ما ، □□□□□ ∈ □□□□□ کدام هر و ( هاتم P → □□□□□ : □ تابع
  کجا ،داردمی نگه $\varphi$ ح □□□□□

⊩ = ( □□□□□□□ ( □□ $_i$ ) $_{i \in A}$ □ □ ). مورد که در ،که بگو ما جی که دارد می نگه $\varphi$ ▶ .

. □□ و □□ شامل هافرمول درباره سوالات دادن پاسخ برای مفید است قضیه کردن دنبال

□ KT45 برای مدل الف باش ( □ □ $_{i \boxed{?} A}$ ) $_i$ □□ ) □□□□□□ = ⊩ بگذارید

□□□□□ □ ∈ □□□□□ . □□□□□ □□□□□□ □□ □ است □ که بگو ما - $G$ و
هستند آنجا اگر □□□□ از □□□□□
□□ در □ □□ ۱ □ □□ ۲ □...□ □□ و □□□□□ ∈ $w_1$ □ $w_2$ □...□ $w_{k-1}$
که چنین

□□□□ □□ □ $w_1$ □□ ۲ □□□□□ ۲ ... □□□ $_{k-1}$
$w_{k-1}$ □□□ □□ □□ □

همچنین ما .(□ □ □□□□ ریک..)، □□ ۲( $w_1$ □ $w_2$)، □( □□□□□ $w_1$) معنی
آن که چنین □ برخی است آنجا اگر □□□□ از □□□□□□ □□□□ - $G$ است □ که بگو
گام $k$ در دسترسی قابل - $G$ است.

**۵.۲۶ قضیه**

1. □□□□ح □□ □ $\varphi$ داشته ما ،مراحل □ در □□□□ از دسترسی قابل - $G$ هستند که □ همه برای ،ایف $_G$
   □□ ح □ باشند .
2. □□□□ ح □□ □□ $\varphi$ باشند داشته ما ، □□□□ از دسترسی قابل - $G$ هستند که □ همه برای ،ایف
   ح □□ .

کاذب سقف:

1. ثابت اراده ما .مراحل □ در □□□□ از دسترسی قابل - $G$ □ همه برای $\varphi$ ح □ کنید فرض ،اول
   کردن
   □□ □ □□ ح □□□□ که دادن نشان به کافی است آن .دارد می نگه $\varphi$ □ □□ ح □□ □□□□ که
   □□ ۲ ... □□ □□ $\varphi$ هر برای
   □□ □
   و □□ ∈ □ □□ □...□ □□ ۲ □ □□ ۱ □□ □ □□ ۲ □...□ □□ □ ∈ □□ هر بگیر . $i_1$ □ □□ ۲ □...□ □□ □ ∈ □□ و
   $w_1$ □ □□□□ □□ □ فرم ... از مسیر الف است آنجا که چنین $y$ و $w_{k-1}$ ... ، $w2$ ، $w1$ هر
   قابل - $G$ است $y$ که آنجایی از . □ □□ □□ □□□ ۲ ... □□□ $_{k-1}$ $w_{k-1}$ □□□ □□ □□ □□ ۲ □□□□□ ۲ ... □□□ $_{k-1}$ $w_{k-1}$
   اچ □□□□ بنابراین ،فرض ما توسط $\varphi$ ح □ باشند داشته ما ،مراحل □ در □□□□ از دسترسی
   □□ □□ ۱ □□ □□ ۲ ... □□ □□ □□ $\varphi$ نیاز صورت در.
   □ در □□□□ از دسترسی قابل - $G$ است □ و داردمی نگه $\varphi$ □ □□ ح □□□□ کنید فرض ،برعکس
   $G$ - توسط □ □□ □...□ □□ ۲ □ □□ ۱ □□ بگیر .دارد می نگه $\varphi$ ح □ که دادن نشان باید ما .مراحل
   $G$ □ □□ ح □□□□ که آنجایی از دسترسی؛ قابلیت
   □□ ح □ باشند داشته ما ، $\varphi$ □□ □□ □□ ۲ ... □□ □□ □ □□ ح □□□□ بر دارد دلالت .
2. مشابه است استدلال این.

**KT45 در معتبر های‌فرمول برخی** $^n$ فرمول K برقرار هارابط برای است. □□ □□ ،
هاطرح فرمول متناظر ... باشند داشته ما یعنی ، □□ □□ و □□ □□ ، □□ □□

□□ □□ $\varphi \wedge$ □□ □□ ( $\varphi \to \psi$
) → □□ □□ $\psi$ $E_G \varphi \wedge$ □□
□□ ( $\varphi \to \psi$ ) → □□ □□ $\psi$
□□ □□ $\varphi \wedge$ □□ □□ ( $\varphi \to \psi$ )
→ □□ □□ $\psi$ □□ □□ $\varphi \wedge$ □□
□□ ( $\varphi \to \psi$ ) → □□ □□ □ .

،حقایق برخی اگر ،مثال برای . منطقی پیامد تحت بسته هستند دانش از «سطوح» متفاوت اینها که یعنی این
همچنین است واقعیت که سپس ،آنها از منطقی کندمی دنبال واقعیت دیگر دیگر برخی و باشند عمومی دانش

عمومی دانش .

به کردن کمّی که معنا این به ،هستند «مانندجعبه» ربط حروف $D$ و $C$ ، $E$ که باشید داشته توجه ... کردن تعریف است ممکن ما ،بگو به است که .روابط پذیریدسترسی قطعی از بیش جهانی طور روابط ... از اصطلاحات در □□ □□ □□ و □□ □□ □□□ ، □□□□□□ □□□ روابط □□ □□ ، □□□ است زیر شرح به عنوان به:

اگر □□□□□□ □□□ ( □□□□□□ $y$ )

□□ برخی برای $R_i(x, \square)$

اگر □□ □□ □□ □□ ( □□□□□□ $y$ ) $\in$

$i \in$ همه برای $R_i(x,y)$

□□

□□ □□ □□ ( □□□□□□ □ ) □□□□ اگر $R^k$ ( □□□□□ □ ) کدام هر برای □ ≥ ۱. (۱)

$E_{\square}$

□□ توجه □□ با فرمول ک ... کردن برآورده □□ □□ و □□ □□ ، □□ □□ که این از کندمی دنبال آن ترتیب به □□ □□ □□ و □□ □□ ، $REG$ پذیری‌دسترسی روابط.

-نسبی ... که شده مقرر باشند داشته ما که آنجایی از ها؟فرمول معتبر دیگر درباره چه که ۵.۱۲ میز و ۵.۱۳ قضیه از شودمی نتیجه چندوجهی های‌آنالوگ از ،هستند ارزی‌هم روابط □□ های‌بخش عامل هر برای $i$ : $\mathrm{KT45}^n$ در معتبر هستند هافرمول کردن دنبال ...

□□ □□ $\varphi \to K_i K_i \varphi$ نگری‌درون مثبت ч $K_i \varphi$
$\to$ □□ □□ ч □□ □□ $\varphi$ نگری‌درون منفی $K_i \varphi$
$\to \varphi$ حقیقت.

اما ، است ارزی‌هم رابطه یک همچنین $R_{D_G}$ زیرا ، □□□□□ □□□□ □□□ برای هافرمول این $D_G$ □□ □□ □□ □□ $E_G \varphi$ ،مثال برای . □□ □□ و □□ □□ برای دادن تعمیم خودکار طور به نکن اینها توسط دانش از بیشتر چیز هیچ بود عمومی دانش که داشت این بر دلالت ،بود معتبر اگر نیست؛ معتبر $\varphi$ توانندمی هافرمول این اعتبار عدم .نیست معتبر نیز $\varphi$ □□ □□ ч □□ □□ ч $E_G \varphi \to$ طرح .همه حتی ،ارزی‌هم رابطه یک لزوماً نه است □□□ □□□□□ که واقعیت ... به شده ردیابی باش انعکاسی □□□ □□□□□ ،حال این با رابطه سازی معادل یک است □□ □□ کدام هر هرچند برقرار $E_G \varphi$ سپس ، $G =$ اگر $G =$ اینکه بر مشروط ،است معتبر $\varphi$ بنابراین ،است نادرست است $\varphi$ اگر حتی ،پوچ طور به است.

دارید نگه بالا ۵ و ۴ ،تی هافرمول ... ،رابطه سازی معادل یک است □□ □□ که آنجایی از □□ $\neq \varnothing$ که وضعیت ... کندمی ایجاب هنوز یکی سوم ... اگرچه ، □□ □□ برای .

## 5.5.3 KT45 □ برای کسر طبیعی

کردن حذف ما ،سادگی برای اما ؛ □ KT45 به شده تمدید راحتی به است ۴۵ تی کی برای سیستم اثبات دهنده پیوند ... به مرجع □□ .

1. بالا ... در روش ... دادن نشان ما ؛ هارابط مودال متفاوت برای «هاطعم» متفاوت در بیا الان هاجعبه چین‌خط جعبه چین‌خط ... از گوشه چپ
2. و ۴ موضوعه اصول که حالی در ، □□ □□ هر برای شده استفاده باش توانندمی ۵ و ۴ ،تی موضوعه اصول بیاورید یاد به را ۵.۵.۲ بخش بحث – □□□□ □□□□□□□ $E_G$ برای اما ، شود استفاده $C_G$ برای توانندمی ۵.
3. $K_{i_1}$ به مستقیماً توانیم‌می یا ؛ $k$ هر برای $C_G \varphi$ از $\varphi$ ·$_G$ $Ek$ □□ □□□□□□□ □□□□ توانیم‌می ، $CE$ قاعده در اینها ،کردن صحبت اکیداً . $CK$ قانون از استفاده با $K_{i_k} \varphi$ $i_k$ □ $_G$ ... □ $_{i1}$ عامل هر برای ...بروم همه به ما اما ، $i_k$ □ ... ، 1 $i$ و $k$ انتخاب کدام هر برای یکی ،قوانین چنین از مجموعه کل الف هستند قوانین ترتیب به □□ □□ و □□□□□. $CE$ □□ آنها.
4. □□ هر برای $\varphi$ □□ از □$_G\varphi$ کردن استنباط است ممکن ما ، □□ □□ □$_i$ قاعده اعمال از . □□ □□ □□ □□ □□ □□ $\varphi$ □□ □□ کردن استنباط است ممکن ما $\varphi$ □□ □□ قاعده از فضیلت توسط □□ □□ . □□ □□ □□ □□ که حالی در ،حذف قانون-و یافته تعمیم است مانند $EK_i$ اثبات قاعده ... که باشید داشته توجه مانند کندمی رفتار

کردن حکومت مقدمه-و یک.

توانیم‌می ما ،از قبل که همانطور .۵.۱۴ شکل در شده خلاصه هستند □ KT45 برای قوانین اثبات ... از ها آرامش عنوان به ۵ □ و ۴ □ و ۵ □ و ۴ □ قوانین ... از کردن فکر

$K_i$ $\varphi$ — آی □□ □□ □□ $\varphi$

$E_G$ $\varphi$ — آی □□ □□ □□ $\varphi$

$C_G$ $\varphi$ — آی □□ □□ □□ $\varphi$

□□ □□ $\varphi$ / □□ □□ $\varphi$ — جی □□ □□ □□

□□ □□ $\varphi$ □□ / □□ □□ $\varphi$ — جی □□ □□ □□

$K_i$ $\varphi$ ⋮

$E_G$ $\varphi$ ⋮

$C_G$ $\varphi$ ⋮

□□ □□ $\varphi$ کدام هر برای □□ □□ ∈ □□ □□ □□ / □□ □□ $\varphi$

□□ □□ $\varphi$ □□ □□ □□ ∈ □□ □□ □□ / □□ □□ $\varphi$

□□ $i$ □□ □□ □□ □□ $\varphi$ □. / □□ □□ ... □□ □□ $\varphi$

□□ □□ $\varphi$ □□ □□ □□ $i_j$ ∈ □□ □□ □□ / □□ □□ □□ □□ □□ □□ $\varphi$

□□ □□ $\varphi$ □ ۴ / □□ □□ ч □□ □□ □□ □□ $\varphi$

□□ □□ $\varphi$ □□ □□ □□ □□ □□

من  قاعده استفاده تواند؟ نمی شما ،خاص در آن داندمی □□ عامل که معنی نه کندمی $\varphi$ محض حقیقت در شما) .هستید کار حال در شما جعبه چین‌خط ... بیرون است قاعده ... از محل ... از یکی اگر (.هستید کار حال

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | $C(p \vee q)$ | premise |
| 2 | | $K_1(K_2\, p \vee K_2\, \neg p)$ | premise |
| 3 | | $K_1 \neg K_2\; q$ | premise |
| 4 | | $K_1 K_2\, (p \vee q)$ | $CK$ 1 |
| 5 | $K_1$ | $K_2\, (p \vee q)$ | $K_1$e 4 |
| ۶ | | □ چ ۲ □ پنجم □ ۲ □ | □ ۱ ۵ ۲ |
| ۷ | | □ ۲ ک | □ ۱ ۵ ۳ |
| ۸ | | | |
| ۹ | | $K_2\, p$ assumption | $K_2\, \neg p$ assumption |
| ۱۰ | | $p$ axiom T 8 | $K_2$ $\neg p$ $K_2$e 8 |
| ۱۱ | | | $p \vee q$ $K_2$e 5 |
| ۱۲ | | | $q$ prop 9, 10 |
| ۱۳ | | | $K_2\; q$ $K_2$i 9—11 |
| ۱۴ | | | $\bot$ $\neg$e 12, 7 |
| ۱۵ | | □ | $p$ $\bot$e 13 |
| | | | □ ۸ — ۱۴ ۶ ای وی |
| | | | □ ۸ — ۱۴ |
| ۱۶ | | □ ۱ □ | □ ۱ من ۵ — ۱۵ |

**شکل ۵.۱۵.** از اثبات الف □□ ( □ پنجم □ ۲ □ چ ۲ □ ) □ □ ۱ ( □ پنجم □ ) □□ ۱ □□ □ ۲ □ |— □ ۱ □ ¬ .

توسط چین‌خط کادر □□ به $\varphi$ آوردن تواندمی ما :محل ... در □□ □□ از قدرت ... کردن مشاهده قاعده .هستند تو در تو های‌جعبه عمیقاً چگونه ماده خیر ، □□ □□ و □□ □□ قوانین ... از کاربرد ... جعبه چین‌خط هر شد آورده داخل به باش تواندمی $\varphi$ که کندمی تضمین ،دست دیگر ... روی ، $\varphi$ □ □□ ۵.۲۶ قضیه با این مقایسه . □ ≤ سازی لانه با.

**مثال ۵.۲۷** □ ۱ ( □ ۲ □ □ پ ۲ □ ) ، ( □ ( وی □□ ) □□ [۱] دنباله ... که دادن نشان ما □ چ ¬ ، ( □ ۱ □ ۲ □ ⊥ □ ... است □ آیا داندمی ۲ عامل که داندمی ۱ عامل و ؛ □□□□ □ که دانش رایج است آن اگر :یعنی که است □ که داندمی ۱ عامل سپس درست؛ است □ که بدانید ندارد ۲ عامل که داندمی همچنین و مورد از بلکه □ □ و □ از □ شدیم مشتق ما ،۱۲ خط در .اثبات الف برای ۵.۱۵ شکل ببینید .است درست نوشتن توسط کردن خلاصه ما ،اینجا تمرکز ... نه است که ،منطق ای‌گزاره در اشتقاق پر ... دادن نشان منطق ای‌گزاره در استنباط یک برای توجیه ... عنوان به «prop».

[۱] صورت این غیر در شده داده نشان اینکه مگر ، $\mathrm{KT45}_n$ –/ برای –/ بنویس سادگی به ما بخش این در.

### 5.5.4 هامثال ... سازی‌رسمی

کودکان و خردمندان معماهای چگونه که کنیم معطوف سوال این به را خود توجه توانیم‌می ، ایم‌کرده تنظیم را $n$ گرفتن به ساده هم است منطق ما ،پیچیدگی آن از توز کینه در ،متأسفانه .منطق دهیم نمایش مورد این در را گلی شد برگزار دانش از اقلام متفاوت نماینده برای ربط حروف دارد آن اگرچه هامثال آن از هاظرافت ... همه گرفتن مستقیماً تواندنمی آن بنابراین ،جنبه زمانی هر باشند داشته نه دهدمی انجام ،عوامل متفاوت توسط کن غلبه این بر اراده ما .کند می حاصل درآمد زمان عنوان به تغییرات دانش ماموران ... که ورود راه ... .شده ثابت است زمان که طول در «فوری های‌عکس» چندین گرفتن نظر در با توسط محدودیت

**خردمندان معمای** که دانش است رایج این و دارد؛ وجود خردمند مرد سه که باشید داشته یاد به از ترتیب به و گذاشت کلاهی خردمندان از یک هر سر بر پادشاه هاکلاه سفید دو و کلاه قرمز سه هستند آنجا فرض .خودشان کلاه دیدن به ناتوان هستند آنها – سر آنها روی کلاه ... از رنگ ... بدانید آیا که پرسید آنها ،که کردن ثابت به خواهم می ما .بدانند نه کندمی او گویدمی دوم نفر سپس داند؛نمی گویدمی اول نفر کنیم‌می .قرمز است کلاه او داندمی الان مرد سوم ... ،هاکلاه از توزیع ... چه هر

یعنی □□ □□ بنابراین دارم؛ قرمز کلاه یک □□ مرد آن که است این منظورم $p_i$ کنید فرض هافرمول از مجموعه ... باش گاما بگذارید کلاه دارم پوست سفید یه □□ مرد اون

□ (□۳ □ پنجم ۲ □ پنجم (۱ □□□□ ) ج
□ ( □□□□ ۱ → □ ۲ □ ۱) □ □□
(چ □ ۱) → □ ۲ چ □ ۱) □ □ (□ ۱)
→ □ ۳ □ ۱) □ □□ (چ □ ۱) → □
۳ چ □ ۱) □ □ (□ ۲) → □ ۱ □ ۲)
□ □□ (ح □ ۲) → □ ۱ چ □ ۲) □
□ (□ ۲) → □ ۳ □ ۲) □ □ (چ □
۲) → □ ۳ چ □ ۲) □ □ (□ ۳) → □
۱ □ ۳) □ □□ (چ □ ۳) → □ ۱ چ □
۳) □ □ (□ ۳) → □ ۲ □ ۳) □ □ (چ
□ ۳) → □ ۲ چ □ ۳) } .

کدام هر که و قرمز باش باید کلاه از یکی که دانش رایج است آن :تنظیم اولیه ... به دارد مطابقت این دیگر مردانه های‌کلاه ... از رنگ ... دیدن تواندمی مرد

فرمول ... به که است معنی این به ، داندنمی را کلاهش رنگ اول مرد اینکه اعلام

$$K\,\text{ح}_1 \wedge \neg(\text{ح}_1 \square)\square$$

.مرد دوم ... برای مشابه طور به و (۱ □ چ 1.

به ما :این :باشد این به شبیه چیزی تواندمی خردمندان ی‌مسئله سازی‌رسمی برای لوحانه‌ساده تلاش یک کردن ثابت سادگی

$$(\square_2 \text{چ}_2 \text{ک}_2 \wedge \square_2 (\neg\text{ح}_2 \square_2)\square\square \square (\square_1 \text{چ}_1 \text{ک}_1 \wedge \square_1 (\neg\text{ح}_1 \square_1)\square\square \text{ گاما } \square$$
$$\square_3 \square_3 \text{ —|}$$

است کلاه شناسدمی را او مرد سوم ... سپس ،شده ساخته هستند هااطلاعیه ... و درست است گاما اگر یعنی هااطلاعیه بین کند می عبور زمان آن بکشید تصویر به را واقعیت به خوردمی شکست این ،حال این با .قرمز از بعد درست است آن معنی نه کندمی اعلامیه اول ح. از بعد درست است ۱ □ ۱ □ □□ که واقعیت .است درست شودمی ۱ □□ □□ سپس ، ۱ □ کندمی اعلام کسی اگر ،مثال برای اطلاعیه متعاقباً برخی دانش از □□□□ ،زمان با شودمی جمع دانش اگرچه که است این سازی‌رسمی این بودن نادرست دلیل ... در آن بدانید اراده من (تغییر ندارد $\varphi$ که فرض با) آنگاه ، $\varphi$ بدانید من اگر .زمان با شدن انباشته نه کندمی در آن دانند؟ □□ من که باش است ممکن آن ، $\varphi$ بدانید □□ دادن انجام من اگر اما زمانی؛ نقطه بعدی .دانش بیشتر کردن کسب است ممکن من که آنجایی از ،نکته زمان بعدی ...

کدام هر به متناظر یکی ،الزام دو به آن استراحت به نیاز ما ،درستی به مشکل خردمندان ... کردن رسمی به □□□□ قطعی الف ،کلاه او از رنگ ... بدانید نه کندمی او کندمی اعلام مرد اول ... زمانی چه اطلاعیه قاعده سپس توانستمی مردان همه که شده داده توضیح استدلال غیررسمی ما .دانش رایج شودمی $\varphi$ فرمول آنها کرد رهبری ، ۳ □ پنجم ۲ □ پنجم ۱ □ شده داده ،که دبلیو دبلیو آر ایالت ... بیرون به‌نیاز ما و ۳ □ ۲ □ فقط است $\psi$ ،بنابراین . ۳ □ ۲ □ از دانش رایج ... به مستلزم ... کردن ثابت

۱. الزام □ □□ ( ح □ ۱) □ ۱ ک ∧ چ □ ۱) |— □ ( □□□□ ۲ پنجم □ ۳).

۵.۱۶ شکل در شد پیدا باش تواندمی متوالی این از اثبات الف.

استفاده مورد باش تواندمی و زمان با دارد ادامه آن ،فرمول مثبت الف است ۳ □ ۲ □ که آنجایی از گیری‌نتیجه نظر مورد ... کردن ثابت به اطلاعیه دوم ... با ربط حرف در :

۲. الزام □ □ ( □□□□ ۲ پنجم □ ۳) □ □□ ( ح □ ۲) □ ۲ □ لچ □ ۲ □ چ □ ۲)

|— □ ۳ □ ۳.

به چنین اطلاعات منفی از اطلاعیه یک شده داده :کرد فکر باشید مراقب برخی کندمی ایجاب روش این چه بفهمیم باید ،است رنگی چه او کلاه اینکه از نظر صرف بدانید نه کندمی او که کردن اعلام مرد الف عنوان بیشتر .باشد کافی تعادل ایجاد برای باید جدیدی دانش چنین و کرد استخراج آن از توان‌می را اثباتی دانش فرمول .گرد بعدی ... در پازل ... کردن حل سمت به پیشرفت

قوانین تمام که زمانی تا است ممکن ۵.۱۶ شکل از ۱۶–۱۱ خطوط در آن مانند هابخش اثبات روال شده دیده باش تواندمی نمایندگی ترکوتاه نتیجه در . شوند خلاصه مرحله یک به ،باشند شده ثبت مشارکتی اثبات ۵.۱۷ شکل در.

۳ و ۲ خطوط در محل . شده استفاده نه هستند ۵ و ۲ خطوط در محل ... که توجه ،۵.۱۶ شکل در انجام استنباط این ؛ $i = j$ □□ شرطی به ، $j$ و i مقدار شده داده الف برای فرمول چنین هر برای ایستاده نه هستند ۵ و ۱ خطوط در محل ... که توجه دوباره ،۵.۱۸ شکل در .دهدمی توضیح را ۸ خط در شده دهدمی امکان ما به $CK$ با رابطه در T موضوع اصل که باشید داشته توجه همچنین .است شده استفاده ۱۷ و ۱۶ خطوط در مراحل جداگانه دو به بالا این شده تقسیم به داشت ما اگرچه ، $\varphi$□□ هر از □□ $\varphi$. یکی به استدلال چنین کردن متراکم که ترکیبی قوانین برای دادن اجازه احتمالاً بود خواهد هاسازی‌پیاده عملی قدم

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ( □□□□ ۱ پنجم □ ۲ پنجم □ ۳) |
| ۲ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ ( □□ □□) → □□ □□ □□ □) |
| ۳ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ ( ч □□ □□) → □□ □□ چ □□ □□) |
| ۴ | فرض | □□ ایکس □□ ۱ □ ۱ |
| ۵ | فرض | □□ ایکس □□ ۱ □ ۱ چ |
| ۶ | | □ □ |
| ۷ | فرض | چ □ ۲ ∧ چ □ ۳ |
| ۸ | □□□ ) ۳ ای □□ □ )= (2 □ ۱) | □ چ ۱ □ → □ ۲ چ □ ۲ |
| ۹ | □□□ ) ۳ ای □□ □ )= (3 □ ۱) | □ چ ۱ □ → □ ۳ چ □ ۳ |
| ۱۰ | ۹، ۸، ۷ گامتکیه | □ ۱ ∧ □ ۲ چ ۱ □ چ □ ۳ |
| ۱۱ | ∧ e ۱ ۱۰ | □ ۲ چ ۱ □ |
| ۱۲ | ∧ e ۲ ۱۰ | □ ۳ چ ۱ □ |
| ۱۳ | □ ۱ | |
| ۱۴ | □ ۱ ه ۱۱ | □ ۲ چ |
| ۱۵ | □ ۱ ه ۱۲ | □ ۳ چ |
| ۱۶ | ۱۵ □ ۱۴ من ∧ | چ □ ۲ ∧ چ □ ۳ |
| ۱۷ | ۱ ای □□ | □ پنجم ۱ □ پنجم ۲ □ ۳ |
| ۱۸ | ۱۷، ۱۶ پروپ | □ ۱ |
| ۱۹ | ۱۸ — ۱۳ من □ ۱ | □ ۱ □ ۱ |
| ۲۰ | ۴ ای □□ | ک ۱ □ ۱ |
| ۲۱ | ۲۰ □ ۱۹ ای چ | ⊥ |
| ۲۲ | ۲۱ — ۷ من | چ □ ۲ ∧ چ □ ۳ ) چ ) |
| ۲۳ | ۲۲ گامتکیه | □ پنجم ۲ □ ۳ |
| ۲۴ | ۲۳ — ۶ من □□ | □ ( □□□□ ۲ پنجم □ ۳) |

**شکل ۵.۱۶.** پازل خردمندان ... برای '۱ «استخدام» متوالی ... از اثبات.

**پازل آلود گل کودکان** فرض هستند آنجا کنید بگذارید کودکان □ □□ ... اینکه یعنی □□ □□
گلی هابچه از یکی کندمی اعلام پدر که در ،۲ سناریو بگیرید نظر در ما پیشانی آن روی لای و گل دارد کودک
بچه ... دیدن تواندمی کودک کدام هر که دانش رایج است آن ،مردان خردمند ... به مربوط مورد مشابه .است
،مثال برای ،بنابراین .نه یا ،گِل باشند داشته دیگران ... آیا داندمی آن بنابراین ، دیگر های

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ( □□□□ ۱ پنجم □ ) □ ۲ پنجم □ ۳) |
| ۲ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ ( □□ □□) → □□ □□ □□ □) |
| ۳ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ (ح □□ □□) → □□ چ □□ □□) |
| ۴ | فرض | □□ ایکس □□ ۱ □ ۱ |
| ۵ | فرض | □□ ایکس □□ ۱ □ ۱ چ |
| ۶ | | □ □ |
| ۷ | فرض | چ □ ۲ ∧ چ □ ۳ |
| ۸ | □□□ ) ۳ ای □□ | □ چ ۱ □ → □ ۲ □ چ ۲ □ )= (2 □ ۱) |
| ۹ | □□□ ) ۳ ای □□ | □ چ ۱ □ → □ ۳ □ چ ۳ □ )= (3 □ ۱) |
| ۱۰ | | □ ۱ چ □ ۲ ∧ □ ۱ پ ۳ |
| | ۷، ۸، ۹ پروپ | |
| ۱۱ | | □ ۱ |
| ۱۲ | | چ □ ۲ ∧ چ □ ۳ ∧ e ۱□ ۱ ای □ ∧ من □ |
| ۱۳ | | ۱ ای □□ ۳ □ پنجم ۲ □ پنجم ۱ □ |
| ۱۴ | | □ ۱ ۱۲، ۱۳ پروپ |
| ۱۵ | | □ ۱ □ 1 ۱۴ — ۱۱ من 1 □ |
| 16 | | ک ۱ □ ۱ ۴ ای □□ |
| 17 | | ⊥ ۱۶ □ ۱۵ ه چ |
| 18 | | چ ( □ ۲ ∧ چ □ ۳) ۱۷ — ۷ ای چ |
| 19 | | □ 3 □ پنجم ۲ □ ۱۸ پروپ |
| 20 | | □ ( □□□□ ۱ پنجم ۲ □ □ ۳) ۱۹ — ۶ آی □□ |

**شکل ۵.۱۷.** ۵.۱۶. شکل در اثبات ... از نمایندگی جور و جمع بیشتر الف

۱ کودک اگر ،که دانش رایج است آن که گویدمی که ،( □ ۱ □ ۲ → □ ۱ □□□□ ) □ که باشند داشته ما Γ کنید فرض .( □ ۱ □ ۲ ح→ □ ) □□ همچنین و این داندمی ۲ کودک سپس ،آلود گل است باشد هافرمول از ای‌مجموعه:

□ ( □□□□ ۱ پنجم □ ۲

^

□□ (□ □ پنجم . . . پنجم

□□ □□) → □□ □□

□□ □)

□□ /= □

□□ (ч □□ □□) → □□ □□ ج □□ □□) .

□□ /= □

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | فرض | □ ( □□□□ ۱ پنجم ) □ ۲ پنجم □ ۳) |
| ۲ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ ( □□ □□) → □□ □□ □□ □) |
| ۳ | فرض □ ( □□ ≠ □ ) | □□ ( ۶ □□ □□) → □□ □□ چ □□ □□) |
| ۴ | فرض | □□ ۲ □□ ایکس □ ۲ |
| ۵ | فرض | □□ چ ۲ □□ ایکس □ ۲ |
| ۶ | فرض | □ ( □□□□ ۲ پنجم □ ۳) |
| ۷ | □ ۳ | |
| ۸ | فرض | چ □ ۳ |
| ۹ | □□ □□ ۳ ( □□□ □ )= (3 □ ۲) | □ چ ۲ □ → ۳ □ چ ۳ |
| ۱۰ | → ۸ □ ۹ ه | □ ۲ چ □ ۳ |
| ۱۱ | $K_2$ | |
| ۱۲ | □ ۲ه ۱۰ | چ □ ۳ |
| ۱۳ | □□ ای ۶ | □ ۲ پنجم □ ۳ |
| ۱۴ | ۱۳ □ ۱۲ گاه‌تکیه | □ ۲ |
| ۱۵ | ۱۴ — ۱۱ من ۲ □ | □ ۲ □ ۲ |
| ۱۶ | برای □ ۴ □□ □□ کدام هر □□ | □□ □□ ک ۲ □ ۲ |
| ۱۷ | □□ □□ ۱۶ | □ ۲ □ ۲ ک |
| ۱۸ | ۱۷ □ ۱۵ ای چ | ⊥ |
| ۱۹ | ۱۸ — ۸ سی بی پی | □ ۳ |
| ۲۰ | ۱۹ — ۷ من ۳ □ | □ ۳ □ ۳ |

**شکل ۵.۱۸.** پازل خردمندان ... برای '۲ «استخدام» متوالی ... از اثبات.

همه از ربط حرف متناهی ... برای نویسی خلاصه الف است $\psi(i,j)$ □ = □□ که باشید داشته توجه ما .باشد فرزندان از مجموعه هر $G$ کنید فرض . است متفاوت $j$ □□ $i$ آن در که $\psi(i,j')$ های‌فرمول فرم ... از هافرمول داشت خواهیم نیاز

$$\alpha_G \stackrel{\text{def}}{=} \bigwedge_{p_i \in G} \text{□□}$$

□□ /□ $G$

$\Lambda$ ч $pi_i$. (□□□□□ □□□□□
$\pi\pi\rho\acute{o}\varsigma$ □ $\pi\pi$

آلودگل های‌پیشانی باشند داشته که □□ در کودکان ... دقیقاً است آن که هاایالت $\alpha_G$ فرمول

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \cdots \wedge p_i \wedge \cdots \wedge \neg p_n$ | $\alpha_{\{i\}}$ |
| 2 | $C(p_1 \vee \cdots \vee p_n)$ | in $\Gamma$ |
| 3 | $\neg p_j$ | $\wedge$e 1, for each $j \neq i$ |
| 4 | $\neg p_j \rightarrow K_i \neg p_j$ | in $\Gamma$, for each $j \neq i$ |
| 5 | $K_i \neg p_j$ | $\rightarrow$e 4, 3, for each $j \neq$ |
| 6 | $K_i(p_1 \vee \cdots \vee p_n)$ | $CK$ 2 |
| 7 | $K_i$ | |
| 8 | $p_1 \vee \cdots \vee p_n$ | $K_i$ e 6 |
| 9 | $\neg p_j$ | $K_i$ e 5, for each $j \neq i$ |
| 10 | $p_i$ | prop 9, 8 |
| 11 | $K_i p_i$ | $K_i$ i |

**شکل ۵.۱۹.** گِلی کودکان معمای برای «۱ استلزام» دنباله اثبات.

دادن نشان به مانند ما پیشانی آن روی لای و گل دارد کودک یکی که یعنی ،۱ = □ که الان کنید فرض بودن مستلزم زیر موارد کردن ثابت ما .یکی ... است آن که داندمی کودک که که

۱. الزام گاما □ $\alpha_{\{i\}}$ □□ □□ □□ □□ .
گِل اگر □□ نام به کودکی یکی فقط که در یکی است وضعیت واقعی ... اگر ،که گویدمی این عنوان به خطوط همان .کندمی پیروی ... از دقیقاً ما اثبات .فهمید خواهد را آن کودک آن ،باشد داشته ،گِل دارد یکی حداقل در که داندمی اما ،گِل باشند داشته کودکان دیگر خیر که بیند می □□ :شهود ... داده است اثبات پیشانی آلود گل یک دارای جهانی بهداشت سازمان خودش باش باید آن داندمی بنابراین ۵.۱۹ شکل در شده.

$j$ هر برای استدلال این عرضه ما که یعنی □□ = □□ کدام هر برای نظر ... که باشید داشته توجه ضمنی چپ ما که دهیم تشکیل را هااستنتاج این همه عطفی ترکیب توانیممی ،بنابراین . □□□□ □□□ □□ ۱۰. (یا: ۱۰.) خط روی استنباط ... در
اول ... در کردن اعلام کودکان همه ... ،مورد این در گِل؟ با کودک یکی از بیشتر است آنجا اگر چه فرمول ... به متناظر ،نه یا آلود گل هستند آنها آیا بدانید نه دادن انجام آنها که گرد موازی

□□□ ≔ ف □□ ( ¬ □ □ ∧ ک چ □ ) ∧ $n \cdot n$ ∧ □□$n$( ¬ $n$□
□ ∧ ک چ □ ).

$\Gamma$، محل ... کنار در □□□ اطلاعیه ... دادن قرار به خطرناک است آن که مثال خردمندان ... در اره ما به شده تضمین باش تواندنمی ،دانش کودکان ... درباره منفی ادعاهای دارد که ، □□□ از حقیقت ... زیرا با دادن ادامه

می یاد اعلان این شنیدن با کودکان ... چه دهنده نشان که فرمول مثبت برخی کردن جستجو ما بنابراین .زمان مورد در غیررسمی استدلال در ضمنی طور به فرمول این ،است آمده خردمندان مثال در که همانطور .گیرند گل کودکان □ حداقل در هستند آنجا که دانش رایج است آن اگر :۵.۵.۱ بخش . است شده ارائه گِلی کودکان در هستند آنجا که عمومی دانش باش اراده آن ، □□□ فرم ... از اطلاعیه یک از بعد ،سپس ، آلود کودکان آلود گل 1 + □ حداقل

است محل از مجموعه ... ، □□□ اطلاعیه اول ... از بعد ،بنابراین

□ گاما $\bigwedge_{۱ \le i \le n}$ □□ چ □□□□ $\{i\}$.

تک مجموعه یک children -dren آلود گل از مجموعه ... که دانش رایج ... با هم با گاما است این نیست تایی.

شودمی محل از مجموعه ... ، □□□ اطلاعیه دوم ... از بعد

□ گاما $\bigwedge_{۱ \le i \le n}$ $C$ ч $\alpha_{\{i\}}$ □ $\bigwedge_{\alpha_{\{i,j\}} \; □□ / = □}$ $C$ ч

عنوان به بنویس است ممکن ما که

□ گاما $\bigwedge_{/□□ \; /\le ۲}$ □□ چ □ □□ .

نمادگذاری ... کردن درک به دقت با کنید سعی لطفا:

□□ مجموعه ... دقیقاً است کودکان آلود گل از مجموعه $\alpha_G$

□□ از دیگر مجموعه برخی آلود گل کودکان از مجموعه ч $\alpha_G$

□ از بزرگتر اندازه از است کودکان آلود گل از مجموعه $\bigwedge_{|G| \le k}$ ч $\alpha_G$ .

است گرد دوم ... به متناظر مستلزم:

□ گاما $\bigwedge_{/□□ \; /\le ۲}$ □□ چ $\alpha_{□□}$ ( □ $\bigwedge_{□□ ▯ □□}$ $\alpha_H$ |— □□ □□ □□ $_i$□ آن در که |
( □□ | = ۳.

است گرد □ ... به متناظر مستلزم:

□ گاما ۲. الزام □□ ( $\bigvee_{□□ \; /\le ▯}$ ч $\alpha_G$) □ $\alpha_H$ |— $\bigvee_{▯ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□}$ □ کجا □ گاما در چیزها همه اگر .گفتن است متوالی این چه کردن درک به دقت با کنید سعی لطفا .۱ + □ = از کمتر اندازه از نه است کودکان آلود گل از مجموعه ... که دانش رایج است آن اگر و درست هستند می کودکان 1+ □ آن از کدام هر سپس ،۱ + □ اندازه است از آن واقع در اگر و □ به مساوی یا داده حساب شهودی ما با است متناسب این چگونه اطلاعیه . هستند آلودگل آنها که کردن استنباط تواند متن این در زودتر شده.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | مقدمه $\alpha_H$ | |
| 2 | قضیه $C$ ч $\alpha_G$ | عنوان به \| □□ \| ≤ □ |
| 3 | □□ □□ | □□ ∈ $j$ کدام هر برای ،۱ ای ∧ |
| 4 | چ □ □ | □ ∈/ □ کدام هر برای ،۱ ای ∧ |
| 5 | □□ □□ → □□ □□ □ □ | □□ ∈ □□ کدام هر برای گاما در |
| 6 | □□ □□ □ □ | □□ ∈ □□ کدام هر برای ،۴ □ ۵ ای → |
| 7 | چ □ □ → □□ □□ چ □ □ | □ ∈/ □ کدام هر برای گاما این |
| 8 | □□ □□ چ □ □ | □ ∈/ □ کدام هر برای ،۴ □ ۷ ای → |
| 9 | □□ □□ ч $\alpha_G$ | $CK$ ۲ |
| 10 | □ □ □ □ | |
| | □□ □□ | □□ □□ ۶ ای ( □□ ∈ □ ) |
| | چ □ □ | □ □ ۸ ای ( □ ∈/ □ ) |
| ۱۱ | □□□ чp $_i$ | |
| ۱۲ | $\alpha_G$ | ∧ i ۱۱ □ ۱۲ □ ۱۳ |
| ۱۳ | ч $\alpha_G$ | $K_i$ ۹ ای |
| ۱۴ | $\perp$ | ۱۵ □ ۱۴ ه چ |
| ۱۵ | چی □□ □□ | ۱۶ — ۱۳ آی چی |
| ۱۶ | | |
| ۱۷ | | |
| 18 | □□ □□ | ۱۷ ای چی |
| 19 | □□ □□ □□ □□ | ۱۸ — ۱۰ من □□ □□ |

**شکل ۵.۲۰** . اثبات $\Gamma$ □□ ( $\alpha_G$) □ ч$\alpha_H$ $\vdash K_i$ □□ $_i$ ، نتیجه» اثبات برای
شد استفاده گِلی کودکان معمای در «۲.

که کردن ثابت به کافی است آن . □□ ∈ □□ هر گرفتن ،۲ الزام کردن ثابت به

$$\bigwedge_{|G| \le k} (\text{چ } \alpha_{\square\square}) \ \square\ \alpha_H \vdash \square\square\ \square\square\ \square\square\ \square\square\ \square\square\ \square\square\ \square\ \text{گاما}$$

الف ما دهدمی □□ از هاارزش همه از بیش من ∧ از استفاده شده تکرار ... عنوان به ،معتبر است $\alpha_H$ □ ( $\alpha_G$) □□ $\Gamma$ ч اینکه اثبات □□ □□ {} پی □□ بگذارید .۲ اشتغال از اثبات هر در اثبات این مطالعه لطفا .۵.۲۰ شکل در شده داده است معتبر است □□ □□ □□ □□ اثبات در شده انجام مراحل کردن دنبال با فقط کار این چگونه که بفهمید و دهید شرح را جزئیات

شودمی انجام 5.5.1 بخش در غیررسمی.

مشروط گام یک و ترتیب به من از موارد چندین شودمی اعمال ۵.۲۰ شکل در اثبات ... از ۱۴ خط شده تنظیم مربوطه ... در عنصر کدام هر برای اندشده داده نشان ۱۳ تا ۱۱ خطوط هایفرمول زیرا است.

## تمرینات 5.6

۵.۱ تمرینات

1. چندین با بالا بیا توپولوژی شبکه و ارتباط .کنید فکر شانپویایی با امروزی شدهتوزیع بسیار محاسباتی هایمحیط به هامحیط چنین درباره شده ساخته هابیانیه به مربوط حقیقت از هاحالت از انواع.
2. بحث اول مرتبه منطق از هافرمول از بیش محدوده $\varphi$ دهید اجازه و منطق اول مرتبه از مدل الف باشگذارید کند بیان را حقیقت از نوعی . $\models$ مدل در درست است $\varphi$ فرمول فرم ... از هابیانیه حس چه در کنید.

---

۵.۲ تمرینات

1. ۵.۵ شکل در شده کشیده تصویر به $\models$ مدل کریپکه ... بگیرید نظر در داردمی نگه آن آیا تعیین ،کردن دنبال ... از کدام هر برای (a):
   - i. □□□ ح □
   - ii. □□□ ح □ □
   - * iii. □□□ ح □
   - * چهارم. □□□ ح □□ □
   - پنجم □□□ ح □ □
   - * ششم. □□□ ح □□ چ □
   - vii. □ ح □ تی
   - viii. □ ح □⊤
   - ix. □ ح □□ □
   - * ایکس. □ ح □⊥
   - xi. □ ح □⊥
   - xii. □□□ ح □□ ( □□□□ ∧ □ ) ∧ □ تی .

   (b) آن کندمی ارضا که جهان الف کردن دنبال ... از کدام هر برای کردن پیدا:
   - i. □ عدد □ ∧ □□ چ □
   - ii. □ □ ∧ چ □ □
   - * iii. □ □ پنجم □ □
   - * چهارم. □ ( □ پنجم □ □□□□ )
   - v. □ □ پنجم □ عدد □
   - vi. □ ( □ چ پنجم □ ).

   (c) نکند برآورده را فرمول .
2. در موارد درست دارد کدام اما $\prec$ در راضی نه است که طرح فرمول الف و $\models$ مدل کریپکه الف کردن پیدا $\models$ .

3. بگیرید نظر در ... مدل کریپکه = ( □□□□□□ □□ □ ) = ■ کجا { □□□□ } = □□□□ □□ □□ □□ □□ □□ ; □ = ( □□□□ □ ) □ ( □□ { □□ } □□ □ ) □ { □□ } □□□ ) □ { ( □□ □ ) □ ( □□ □ ) □ ( □□ □□ □□□ ) ; و □ ( □□□ ) = □ ، □ ( □ ) = □□□ ، $L(c) = p$□ □ ، $L(d) =$ □ و $L(e) =$ .
   (a) برای گراف الف کشی قرعه ■ .
   (b) ارضا را آن که جهانی الف باشند داشته ۳۵۰ صفحه روی (ب)۱ ورزش در هافرمول ... از که کنید تحقیق کندمی.
4. (الف) آیا اینکه مورد در گیری‌تصمیم برای که کنید فکر این به $p$ □□ $q$ □□ □□ است درست مدل □ .
   * (ب) نادرست است آن که در یکی و درست است آن که در مدل الف کنید پیدا.
5. از کدام هر برای ... هافرمول از هاجفت کردن دنبال ،هافرمول در جهان الف و مدل الف کردن پیدا شما توانندمی که آن ،مورد آن در کاذب؟ یکی و درست آنها از یکی شودمی باعث یعنی ،آنها کندمی متمایز آنها که دادن نشان هستند شما ،توانندنمی شما اگر .دیگر کدام هر مستلزم نه دادن انجام معادل هستند هافرمول که باشد معنی این به است ممکن آن .کنید توجیه را خود پاسخ.
   (a) □ □ و □□ □
   (b) □ч □ و □ □ч
   (c) □ ( □ $\wedge q$ ) و □ □ $\wedge$ □ □
   * (د) □ ( □ $\wedge q$ ) و □ □ $\wedge$ □ □
   (هـ) □ ( □ $\vee$ □ □ □ □ $\vee q$ ) و
   * (و) □ ( □ $\vee q$ ) و □ □ $\vee$ □ □
   (g) □ ( □ $\rightarrow q$ ) و □ □ □ $\rightarrow$ □ □
   (h) □ T و T
   (i) □ T و T
   (j) □ $\perp$ و $\perp$.
6. معتبر هستند منطق مودال اساسی از هافرمول کردن دنبال ... که نمایش:
   * (الف) □ ( $\varphi \wedge \psi$ ) $\wedge$ ( □ $\varphi$ □ $\psi$ )
   (ب) □ ( $\varphi \vee \psi$ ) $\vee$ ( □ $\varphi$ □ $\psi$ )
   * (ج) □ T — T
   (د) □ $\perp$ — $\perp$
   (هـ) □ T $\rightarrow$ ( □ $\varphi \rightarrow$ □ $\varphi$ )
7. روی القا ساختاری توسط $\varphi$ ح □□□□ شده تعریف ما که گفت ما .۵.۴ تعریف بازرسی □□ ح □□□□ رابطه دوم الف از تعریف ضمنی ... باشید داشته توجه است؟ درست واقعاً این آیا . □□ ساختاری روی کردن تکیه هنوز آن کندمی حس چه در و درست هنوز تعریف این است چرا القای?

---

۵.۳ تمرینات

1. معتبر؟ زیر هافرمول ... هستند ۵.۷ میز در □ از هاخوانش ... از که برای
   * (الف) ( $\varphi$ □ $\varphi$ ) $\rightarrow$ ( $\varphi$ □ $\varphi$ )
   (ب) ( □ $\varphi$ $\wedge$ $\varphi$ □ $\wedge$ □□ $\rightarrow$ □ □□ $\rightarrow$ )) $\wedge$ (( □ □ $\wedge$ □□ □ $\rightarrow$ □ ( $\varphi$ □□ □□ )) ( □ $\varphi$ □□ $\varphi$ )).
2. بگیرید نظر در .دهدمی پوشش را ما اصلی زبان های‌برنامه از وسیعی طیف ،۴ فصل در $P$ کنید فرض :پویا منطق فرمول چنین □ هابرنامه این همه برای [ □ ] و □ از عبارتند آن وجهی عملگرهای که وجهی منطق یک است آمده (۲۶۴ صفحه) ۴.۳ تعریف در که همانطور . کنید ارزیابی هافروشگاه در را هایی.

شروع حال در هابرنامه از برخی اجرای .□□□□□□ □□□ □□ $P$ برنامه iff $\varphi$ ▶ □ $l$ رابطه
□□ . بخش رضایت فروشگاه الف در دادن خاتمه و □ است

* (الف) که شده داده □ ≤ ч برابر است □ ] از معنی ... بیرون طلسم ،[ □ ].
(ب) از درستی مجموع ... ایالت . □ هافروشگاه مناسب همه در داردمی نگه آن iff معتبر است $\varphi$ که بگو
منطق مودال این در مشکل اعتبار الف عنوان به گانه‌سه هور الف.

3. انعکاسی خواص ... از که تعیین ،زیر در □ روابط دودویی همه برای
که یعنی ( □ □□□□□ ) □ کجا □ به کردن اعمال ۳۲۰ صفحه از مجموع به طریق از

* (الف) □□□□ است برابر □□□□ که چنین □ و □□□ اعداد واقعی مثبت باشد داشته وجود آنجا □ + □ □□□ ،
کجا
اعداد واقعی از بیش محدوده □ و □□□ □□□□.

* ۴. اثبات ... واقعیت ۵.۱۶.

5. (۵.۱) های‌فرمول روی ساختاری استقرای از استفاده با را ۵.۱۲ مثال از ۲ بند در شده مطرح غیررسمی ادعای
کنید اثبات.

6. داشته توجه اپراتورها مودال و هانفی از ای دنباله ... از طول ... روی القا ریاضی کنید استفاده .۵.۱۷ قضیه اثبات
روش الف یا ،نفی الف از دیگر اپراتور بالاترین فراز بر تحلیل مورد الف کندمی ایجاب این که باشید.

7. متعدی یا ،است انعکاسی $R$ آن در که مورد برای اما ،۵.۱۴ قضیه اثبات

8. دهدمی انجام جهان یکی حداقل در اما، □ □ کردن برآورده هاجهان همه که در مدل کریپکه الف کردن پیدا
نیست راضی است $\psi$ $\varphi$ طرح که دهید نشان یعنی ؛ □ □ نکردن راضی.

9. تواندمی شما آیا بیرون کردن پیدا .منطق ای‌گزاره در $\varphi$ گاها هادنباله از فهرست الف کردن پیدا شما زیر در
سپس ،شدن موفق توانیدنمی شما اگر .ه و لم ،سی بی پی قوانین ... از استفاده ... بدون آنها کردن ثابت
یکی که چنین منطق شهودی های‌گزاره برای ( □ □□ □□□□□□ ) = مدل الف ساخت به کنید سعی
این ،صحت کنید فرض . □□ کردن برآورده نه کندمی اما ،گاما در هافرمول همه کندمی ارضا هاجهان آن از
منطق ای‌گزاره شهودی در اثبات الف باشند داشته نه کندمی سوال در متوالی ... که تضمین بود خواهد.

* (الف) ▶ ( □ → □ ) پنجم ( □ → □ )
(b) تی ام قاعده اثبات: □ → □□ چ □ ▶ چ □
(c) چ □ پنجم □ ▶ □
(d) →→ □ □▶ ч □ ∨ □
□
(هـ) قانون اثبات ччe: □ ▶ ччe
* (و) قانون اثبات ччاو: □□ ▶ чч □□

10. ... برای صدا هستند سی بی پی و لم ،e قوانین بدون ای‌گزاره منطق برای طبیعی استنتاج قوانین که کنید ثابت
مستثنی ... که دادن نشان این کندمی چرا .منطق ای‌گزاره عقیدتی -شهودی از معناشناسی جهان است ممکن ччباش تواندنمی قوانین شده
آنهایی؟ مانده باقی ... از استفاده با شده اجرا

11. زیر فرمولی های‌طرح ... از معنی ... دهید توضیح '، $\varphi$ است معتقد س «عامل» عنوان به □□ □ تفسیر :
(a) □ □□ → □ □□
* (ب) □ □□ پنجم □ چ □
(ج) □ ( $\varphi$) → $\psi$ ) ∧ □ □□ → □ □□ .

12. کدام .حاضر ... :کندمی مستثنی را زیر موارد آینده که پذیرفتیم را قرارداد این ما ،5.7 جدول دوم ردیف در که کنوانسیون رایج بیشتر ... شده اتخاذ ما آن جای به اگر ردیف که در راضی باش بود خواهد هاطرح فرمول ؟ حال شودمی شامل آینده ...

13. خواندن ما اگر پذیرفتن ما باید که آنهایی کدام .۵.۱۲ میز در خواص ... بگیرید نظر در عنوان به □
   * (الف) دانش
   (b) باور
   * (ج) آینده؟ ... در همیشه

14. ... کردن برآورده نه کندمی شما قاب که دهید نشان .باشد متقارن غیر اما ،متعدی ،انعکاسی که کنید پیدا قاب یک رد که جهان الف کردن انتخاب و گذاری‌برچسب تابع مناسب الف کردن فراهم توسط ، □ □□ □ فرمول دهدمی انجام را کار این که جهانی و گذاری‌برچسب تابع الف کردن پیدا شما توان‌می . □ □□ □ کندمی کادرت؟ توی □□□ □□ □ کردن برآورده

15. دو و – اقلیدسی است . دهید ارائه - آنها پذیری‌دسترسی رابطه یعنی - هستند اقلیدسی که هایی‌چارچوب از مثال دو روی نه اما ،دو اول ... روی داردمی نگه □ □□ □ □ چرا شهودی طور به دهید توضیح .نه هستند که .دو دومی ...

16. دارد مطابقت آن با که .□□□□□□□ □□ $R$ ویژگی ،زیر های‌فرمول از یک هر برای
   (a) $\varphi \rightarrow$ □ □□
   * (ب) □$_{\perp}$
   * (ج) □□ □$_{\rightarrow}$□ □□ □□ .

* ۱۷. ) □ که طوری به $W$ □ □□□□□ همه برای :چگالی است ملک متناظر که فرمول الف کردن پیدا □□ □ ) □ ( □□□□□ □ ) و □ که چنین □□□□□ ∈ دارد وجود آنجا ،( □ □□□□□ □ ).

18. D، اصولی های‌طرح ... برای ۵.۱۲ میز دیدن باور؛ مدل به شده استفاده است ۴۵ دی کی منطق مودال ۵ و ۴.
   (a) ۴۵ تی کی از است متفاوت آن چگونه دهید توضیح.
   (b) باور؟ و دانش نظر از در ،این از اهمیت ... است چه .معتبر است □ □ $\rightarrow$ □ KD45 ▶ که دهید نشان
   (c) باور به مربوطه است بودن سریال از وضعیت ... چرا دهید توضیح.

19. $L$ منطق مدال یک برای □ ≡ کردن تعریف شما بود خواهد چگونه .۵.۷ یادآوری تعریف ؟

---

۵.۴ تمرینات

1. K. موجهات منطق اساسی ... از بیش هادنباله کردن دنبال ... برای هااثبات کسر طبیعی کردن پیدا
   * (الف) ▶ □ □ ( □ → □ ) |— □ □ → □ □
   (b) ▶ □ □ ( □ → □ ) |— □ □ → □ □
   * (ج) ▶ □ |— □ ( □ → □ ) ∧ □ ( □ → □ ) → □ ( □ → □ )
   (d) ▶ □ □ ( □ ∧ □ ) |— □ □ ∧ □ □
   (e) ▶ □ |— □ تی → ( □ □ → □ □ )
   * (و) ▶ □ □ ( □ → □ ) |— □ □ → □ □
   (گ) ▶ □ □ ( □ پنجم □ ) |— □ □ پنجم □ □ .

2. ۴۵. تی کی منطق مودال در ،کردن دنبال ... برای هااثبات کسر طبیعی کردن پیدا
   (a) □→ □□ □
   (b) □□ □→ □ □
   * (ج) □□ □→ □ □
   (d) □ ( □→□) ∨ □ □□□→□ ) □ ( □ □.□ □ □ )
   (e) □ ( □→□) →□ ) →□ ( □ □ □□□□ ).
3. یا است صحیح موارد این از یک هیچ آیا ببینید تا کنید مطالعه دادید ارائه قبلی تمرین برای که را هایی‌اثبات از هااثبات این چگونه اینکه و کجا بازرسی .منطق مودال اساسی در معتبر باش توانستمی هاطرح فرمول .خیر الف یعنی ،مثال خیر یا کرد پیدا ای‌شمارنده توان‌می آیا ببینند تا کردند استفاده ۵ و ۴ ،T موضوعه اصول فرمول کردن برآورده نه کندمی که جهان الف و مدل کریپکه .
4. با صدا هستند منطق مودال اساسی برای قوانینی کسر طبیعی ... که دهدمی نشان که استدلال یک از طرح الف ارائه کریپکی ساختارهای از بیش $\varphi$ ح □□□□ معناشناسی ... به احترام .

---

## ۵.۵ تمرینات

1. هاپاسخ شما کردن توجیه .پازل خردمندان ... درباره است ورزش این.
   (a) مرد اول ... که کنید فرض «دانی؟می را خود کلاه رنگ آیا» که شودمی پرسیده سوال این مرد هر از تواندمی ،دانش رایج ... با هم با اطلاعات این به توجه با «.بله» گویدمی یکی دوم ... اما ،«نه» گویدمی کلاهش؟ رنگ کردن استنباط ما
   (b) «نه؟» یا «بله» پاسخ الان اراده مرد سوم ... آیا کردن بینی‌پیش ما توان‌می
   (c) ؟ نخستین انسان درباره چه نابینا؟ بودند مرد سوم ... اگر وضعیت ... باش بود خواهد چه
2. و گل دارند □ و □ ، □ □ گویند می ها بچه ،$k = ۴$ کنید فرض .گِلی های‌بچه معمای درباره است ورزش این است کسی که دانش رایج نه است آن ، پدر اعلامیه ... از قبل ،چرا دهید توضیح ها پیشانی آنها روی لای کثیف.
3. زیر موارد برای بنویسید را هافرمول:
   (a) □ که داندمی ۱ عامل .
   (b) □ یا □ که داندمی ۱ عامل
   * (ج) □ داندمی ۱ عامل یا □ داندمی ۱ عامل
   (d) □ آیا داندمی ۱ عامل .
   (e) □ یا □ آیا که داندنمی ۱ مامور
   (f) □ داندمی ۲ عامل آیا داندمی ۱ عامل .
   * (گ) □ آیا داندمی ۲ عامل آیا داندمی ۱ عامل .
   (h) □ داندمی کس‌هیچ .
   (i) □ آیا داندمی همه نه .
   (j) □ □ □□ داندمی جهانی بهداشت سازمان کسی هر شناسدمی .
   * (ک) □ بدانید نکن اما □ بدانید مردم برخی
   (ل) می را □ جهانی بهداشت سازمان شناسدمی را کسی کسی هر شناسد .
4. کنید توجیه را خود پاسخ و ۵.۱۳ شکل از مدل کریپکه ... در داشتن نگه کردن دنبال ... از که تعیین:

(a) ۱ □□□ ح □ ۱ □
(b) ۳ □□□ ح □ ۱ ( □ پنجم □ )
(c) ۱ □□□ ح □ ۲ □
* (د) ۳ □□□ ح □□ ( □ پنجم □ )
(e) ۱ □□□ ح □□ □□□
(f) ۱ □□□ ح □□ {۱ □ ۳} □□
(g) ۱ □□□ ح □□ {۱ □ ۲} □□
(h) × 6 ح □□ چ □
* (من) × 6 ح □□ چ □
(ی) × 6 ح □□ {۳} چ □ .

5. با کریپکی مدل الف کردن پیدا توسط معتبر نه است آن که دادن نشان ،هافرمول کردن دنبال ... از کدام هر برای فرمول ... بخش رضایت نه جهان الف:
(a) □□ □□ $\varphi$ → □□ □□ □□ □□ $\varphi$
(b) ч □□ □□→ $\varphi$ ч $E$ $G$ □□ □□ □□ .
معادل یک لزوماً نه است روابط سازی معادل از اتحادیه ... که دادن نشان هامدل کریپکه دو اینها چرا دهید توضیح رابطه سازی

* ۶. معتبر هستند $\varphi$ □□ □□ □□ □□ □□ ч $\varphi$ و □→□ □□ ч $\varphi$ □□ □□ □□ $\varphi$ چرا دهید توضیح.

7. ۵.۲۶ قضیه از بخشی دوم ... اثبات.

8. ممکن از ای‌مجموعه قدرت از بیش نواخت‌تک تابع یک کردن مشخص توانید؟می آیا ۳.۷. فراخوان بخش □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ $G$ $C$ که کنندمی محاسبه را هایی‌جهان مجموعه که هایی‌جهان است حداکثری؟ یا حداقلی ثابت نقطه یک است؟

9. حاشیه فقط هستند که کنید استفاده زیر اثبات مراحل توجیه برای ای‌گزاره منطق برای طبیعی استنتاج قوانین از «داشتن نگه سرپا» با شده نویسی.
(a) ۵.۱۵ شکل در ۱۱ خط.
(b) جداگانه اثبات سه کندمی ایجاب این دوره از ۵.۱۶. شکل در اثبات ... از ۲۳ و ۱۸ ،۱۰ خطوط
(c) ۵.۱۸ شکل در اثبات از ۱۴ خط.
(d) ۵.۱۹ شکل در اثبات از ۱۰ خط.

10. از اعتبار ... کردن ثابت ، $KT45^n$ برای قوانین کسر طبیعی ... از استفاده با
(a) □□ □□ ( □ ∧ □ ) — □□ □□ □ ∧ □□ □□ □
(b) □□ ( □ ∧ □ ) — □□ □□ ∧ □□ □□□
* (ج) □□ □□ □□ □□ — □□ □□
(د) □□ □□ □□ □ — □□ □□
* (هـ) ч $\varphi$→ □ч □□ □□ □□ □□ .
آن؟ باور شما دهید انجام .دانش از اصطلاحات در یعنی فرمول این چه دهید توضیح
(و) چ $\varphi$ → □ ۱ □ ۲ ч □ ۲ □ ۱ $\varphi$
* (گ) ч □ч □ ۱ $\varphi$ □ ۱ □□ .

11. دو هستند دارد وجود :مشکل خردمندان ... از نسخه ترساده الف برای اثبات کسر طبیعی الف دهید انجام دانش رایج است آن . خودشان مال نه اما کلاه دیگران کدام هر دیدن تواندمی آنها ،معمول عنوان به مردان؛ خردمند است مردان ... از یکی حداقل در بنابراین .که آنهایی قرمز دو و است موجود کلاه سفید یکی فقط دارد وجود که ،گویدمی ۲ مرد .پوشیدن است او کلاه که بدانید ندارد او که دومی دهدمی اطلاع ۱ مرد .یکی قرمز الف پوشیدن است سرم قرمز کلاه حتماً پس «،آها».

(a) غیررسمی صورت به گیری‌نتیجه تا ۲ مرد کردن توجیه.

(b) □ ۱ بنابراین .کلاه قرمز الف پوشیدن است ،ترتیب به ۲ ،۱ مرد معنی ،ترتیب به □ ۲ ، □ ۱ بگذارید دنبال ... از کدام هر غیررسمی توجیه .یکی سفید الف پوشیدن هستند (ترتیب به) آنها معنی □ ۲ □ ۱ مشکل از توضیحات ... از اصطلاحات در محل کردن :

i. □ ۲ □ ۱ ( □□□□ ۱) پنجم □ ۲)

ii. □ ۲ ( چ □ ۲ → □ ۱ چ □ ۲)

iii. □□ ۲ × □□ ۱ □ ۱ .

(c) □ ۲ □ ۲ . که محل اینها از کردن ثابت ،کسر طبیعی از استفاده با

(d) ... کندمی ارضا که جهانی/مدل الف گذاشتن نمایش به توسط ،ضروری بود فرض سوم ... که نمایش گیری‌نتیجه ... نه اما ،دو اول

(e) اگر و بگو؟ به بودن قادر هنوز او بود خواهد نابینا بودند ۲ مرد اگر مانند سوالات پاسخ به آسان آن است حالا بگو؟ به قادر باش هنوز ۲ مرد بود خواهد ،نابینا بودند ۱ مرد

12. این رسمی تعاریف . منفی دانش های‌فرمول و هافرمول مثبت دانش روی بحث غیررسمی ما بیاورید یاد به دهید ارائه را مفاهیم.

---

## 5.7 هایادداشت کتابشناختی

۱۹۵۰ دهه ... در لوئیس .من .سی توسط شده ساخته بودند منطق مودال به رویکردها سیستماتیک اول با مترادف تقریباً الان است و موجهات منطق شده ساده زیادی حد تا که ،رویکرد ممکن های‌جهان .میلادی ،گل۸۷ ،چ۸۰] شدن شامل منطق مودال به فداکار هاکتاب .کریپکی .س توسط شد اختراع بود ،آن و صحت کردن بحث هاکتاب اینها همه .شد پیدا باش است ممکن ادبیات ... به مراجع گسترده کجا ،[پاپ۹۴ های‌منطق کدام که کنید بررسی همچنین آنها ها منطق مودال برای حساب اثبات از بودن کامل و سلامت باشد داشته را ویژگی این دنباله یک اگر : □□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□ وجهی بردن لذت ها منطق مودال همه نه .که دهدمی نشان که مدل متناهی الف است آنجا ،اثبات الف باشند داشته نه تولید که انیمیشن یک ملک؛ متناهی مدل ... دارد منطق ای‌گزاره شهودی برای مهم است که ،ملک این از است موجود است (پورگی نام به) هامدل متناهی چنین کندمی A. سایت‌وب استوتون [۲].

عالی الف .است هینتیکا .جی مدیون ،دانش مورد در استدلال برای موجهات منطق از استفاده ایده [FHMV95] در شده انجام شده دارد هاسیستم عاملی چند به منطق مودال کردن اعمال روی کار از معامله اندشده گرفته ادبیات این از فصل این های‌مثال از بسیاری .نویسندگان آن توسط کار دیگر و [MvdH95] و هستند اصلی آنها از درمان ما هرچند ،(آنجا مردم دیگر به شده داده نسبت هستند آنها از (آنها از برخی).

در هاایده روی بر مبتنی است فصل این در شده ارائه منطق مودال برای سیستم اثبات کسر طبیعی [فیت۹۳].

[۲] www.cis.ksu.edu/~allen/porgi.html

نوع الف عنوان به (نفی بیرون قطعه قطعه آن ،دقیقاً بیشتر) تی۴ کی منطق مودال ... از کاربرد یک در شد پیدا باش تواندمی زبان نویسی‌برنامه عملکردی الف در محاسبه شده سازی صحنه برای سیستم [DP96].

از هابحث برای منبع خوب الف است [Sim94] تز بود؛ «کلاسیک» عمداً ما چارچوب که کنیم تأکید باید منطق مودال اول مرتبه اساسی به مقدمه ملایم الف حاوی همچنین آن ها؛منطق مودال شهودی.

# ۶

# نمودارها تصمیم دودویی

## ۶.۱ توابع بولی نمایندگی

مانند ،افزاری‌نرم و افزاری‌سخت های‌سیستم بسیاری برای فرمالیسم توصیفی مهم یک هستند توابع بولی یک در هاسیستم این نمایش .محدود حالت های‌برنامه و واکنشی های‌سیستم ،آسنکرون و سنکرون مدارهای به فصل این در ما .دارد بولی توابع برای کارآمد نمایش یک به نیاز ،آنها مورد در استدلال منظور به کامپیوتر فصل در گرفت قرار بحث مورد هاسیستم ... چگونه جزئیات در دهیم‌می شرح و کنیم‌می نگاه نمایشی چنین نمایندگی ... شد تأیید از استفاده با باش تواندمی ۳

ما .۱ و 0 مقادیر ... از بیش بندی‌محدوده متغیر الف است □□□□ متغیر بولی الف **۶.۱ تعریف** تعریف .متغیرها بولی دادن نشان به ... □□ □□ □□□□□ و ... □ ۲ × □ ۱ □□□□ بنویس .کنیم‌می ... روی توابع کردن دنبال ... مجموعه { ۱ □ 0 } :

- 0 =ef ۱ و ۱ =ef ۰;
- □ =ef □ □□□□ صورت این غیر در ؛۱ ارزش باشند داشته □ و □□□□ اگر ۱ =ef □ □□□□ ۰;
- □ =ef □ + □□□□ صورت این غیر در ;۰ ارزش باشند داشته □ و □□□□ اگر 0 =ef □ + □□□□ ۰ ۱؛
- □□□□ ⊕ □ =ef ۱ اگر □ و □□□□ از یکی دقیقاً است برابر ۱.

□ بنویس ما . { ۱ □ 0 } به □ { ۱ □ 0 } از تابع الف است هااستدلال □ از □ تابع بولی الف □ از نمایندگی نحوی الف که دادن نشان به ، ( □□ ) □ یا ،( □□ □□□□ □ ... □ ۲ × ، x1 ) فقط □□□□ در متغیرها بولی ... روی دارد بستگی.

که حالی در ،هااستدلال دو با توابع بولی هستند و + ، که باشید داشته توجه ⊕ .
، .توابع دودویی استدلال یکی گیردمی که تابع بولی الف است ¯
□ + □□□□ بنویس ما یعنی پیشوند؛ از عوض در نمادگذاری اینفیکس در شده نوشته هستند ⊕ و +
غیره و ،( □ □□□□□ )+ از عوض در

به چنین توابع دیگر بولی کردن تعریف تواندمی ما ،بالا توابع چهار ... از اصطلاحات در **۶.۲ مثال** عنوان

(1) □( □□□□□□ □)= ef □□□□ · ( □ + □□□□ )
(2) □□□ ( □□□□□□ □ ) ≡ ef □□□□ · □ + (1 ⊕ □□□□ )
(3) □□□□ ( □□□□□ □□ □ ) = ef □□□□ + □ · ( □□□□ ⊕ □ )
(4) □ () = ef ۱ ⊕ (0 · ۱).

## 6.1.1 میزها حقیقت و هافرمول ای‌گزاره

توابع از هابازنمایی متفاوت دو هستند □□□□□□□ □□□□□□□ و □□□□□ □□□□□ □□□□□

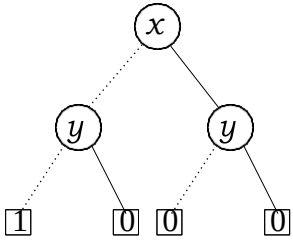
به ساده عملیات این اگرچه .خیر یا هستند یکسان آنها آیا که کنیممی بررسی سادگی به ما ،مختلف مقادیر برای متغیرها تعداد با نمایی صورت به درستی جدول در خطوط تعداد که واقعیت این دلیل به اما ،رسندمی نظر نیاز چیزی چه به هااتم $n$ با تابع یک ارضای بررسی .هستند حل غیرقابل محاسباتی نظر از ،است متناسب می نتیجه .جدول حقیقت الف عنوان به شده نمایندگی است تابع ... اگر عملیات □ ۲ از سفارش ... دارند؟ نمایندگی درستی جدول ... .است ناکارآمد بسیار ... با ارزی‌هم و بخشی‌رضایت بررسی که گیریم فوق روشی اغلب ای‌گزاره های‌فرمول .بهتر کمی است هافرمول ای‌گزاره توسط توابع بولی از نمایندگی باش است ممکن فقط متغیرها ۱۰۰ با فرمول الف .توابع بولی از ارائه . دهندمی ارائه کارآمد و فشرده العاده است فرمول ای‌گزاره خودسرانه یک آیا گیری تصمیم ،حال این با .طولانی هاشخصیت ۳۰۰–۲۰۰ درباره هستند وظیفه این برای هاالگوریتم کارآمد خیر : کامپیوتر علوم در مشکل مشهور الف است بخش رضایت در گیری تصمیم ،مشابه طور به .ندارد وجود کدام هیچ که است مشکوک شدت به است آن و ،شده شناخته باش به مشکوک است تابع بولی همان ... دهنده نشان $g$ و □ هافرمول دلخواه گزاره دو آیا اینکه مورد .گران نمایی صورت به

⊕ هابازنمایی دو اینها روی ¯ و ،+ ، عملیات بولی ... دادن انجام به چگونه دیدن به سرراست است آن شده داده ،مثال برای خط؛ کدام هر به عملیات ... باشد دادن درخواست شامل آنها ،میزها حقیقت از مورد ... حقیقت ... ،(سفارش همان ... در و) متغیرها از مجموعه همان ... از بیش □□ و □ برای میزها حقیقت و □ از ارزش حقیقت ... . آیدمی □□□ □□ □□□□□□ □□ $fg$ □□ برای میز آن ،هااستدلال از مجموعه همان ... باشند داشته نه دادن انجام□□□ و □ اگر .خط کدام هر در □□□ ⊕ ⊕ های‌فرمول توسط نمایندگی از مورد ... در هااستدلال بیشتر کردن اضافه توسط بیرون آنها پد به آسان است فرمول ،مثال برای .هستند نحوی های‌دستکاری صرفاً ،غیره و ، ، عملیات ، ای‌گزاره به ،هستند □□□ ⊕ □ و □□□ · □ نماینده هافرمول ، □□□ و □ توابع از نمایندگی به $\psi$ و $\varphi$ های پنجم ( $\varphi \wedge$ چ $\psi$ ) و $\varphi \wedge \psi$ ،ترتیب ( $\varphi \wedge \psi$ ч ) گزاره های‌فرمول های‌زیررده مختلف توسط توابع بولی نماینده بگیرید نظر در همچنین توانستمی ما الف که در ،اف ان دی) فرم عادی گسسته از مورد ... در .فصلی و عطفی نرمال های‌صورت مانند ،ای اما ،است فشرده اوقات گاهی نمایش ،(تعریف حروف و ربط حروف از فصلی ترکیب یک مثلاً) است فرمول زیرا ،است ساده عملیات یک ارضاپذیری بررسی ،حال این با .باشد طولانی بسیار توانندمی حالت بدترین در وجود چیزی چنین ،متأسفانه .باشد نداشته مکمل تعریف حروف دو که شود پیدا فصلی ترکیب یک است کافی شودمی شامل سادگی به DNF در هافرمول دو روی + اجرا .اعتبار بررسی از راه مشابه الف .ندارد ... زیرا ،هافرمول دو ... بین درج سادگی به توانندنمی ما پیچیده؛ بیشتر است اجرا .را آنها بین کردن درج طولانی دادن انجام به باشند داشته ما بنابراین ،اف ان دی در باش عمومی در کرد نخواهد نتیجه الف از نقیض ی‌محاسبه .( $\varphi \psi_1$ ) ( $\varphi \psi_1$ ) ( $\psi_1 \psi_2$ ) $\varphi$ پذیری‌توزیع قانون از کاربردها است ممکن $\varphi$ فرمول اف ان دی .گران همچنین است فرمول اف ان دی

$\wedge \quad \vee \quad \equiv \quad \wedge \quad \vee \quad \wedge$

| توابع بولی از نمایندگی | آزمون | | | بولیا | عملیات ن | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | جور؟ و جمع | اعتبارسنجی | | ۰ | + | − |
| هافرمول پیشنهاد | اغلب | سخت | سخت | اسان | اسان | اسان |
| اف ان دی در هافرمول | اوقات گاهی | آسان | سخت | سخت | آسان | سخت |
| اف ان سی در هافرمول | اوقات گاهی | سخت | آسان | آسان | سخت | سخت |
| میزها حقیقت شده داده سفارش | هرگز | سخت | سخت | سخت | سخت | سخت |
| ها OBDD یافته کاهش | اغلب | آسان | آسان | متوسط | متوسط | آسان |

**۶.۱. شکل** هافرمول بولی از هابازنمایی پنج از کارایی مقایسه



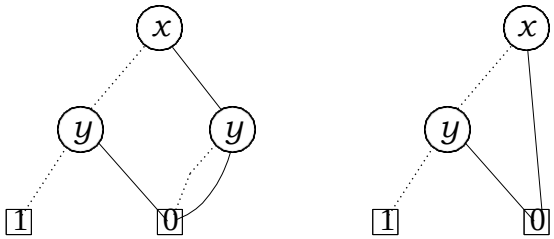

**۶.۲. شکل** درخت تصمیم دودویی الف از مثال یک

. باشد □□□□□ $\varphi$ طول در تواندمی $\varphi$ از فرم عادی گسسته ... از طول ... که حالی در ،کوتاه کاملاً ،فعلاً) است آمده 6.1 شکل در نکات این از ای‌خلاصه .است دوگان ،عطفی نرمال فرم در نمایش وضعیت .(بگیرید نادیده را آخر ردیف لطفاً

## 6.1.2 نمودارها تصمیم دودویی

. بولی توابع نماینده از راه دیگری هستند (هاBDD) □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ .کنندمی فراهم را ما نمادین مدل بررسی الگوریتم اجرایی چارچوب ،نمودارهایی چنین از خاصی دسته شود می نامیده فرم ترساده الف در شده گرفته نظر در اول بودند دودویی گیری‌تصمیم نمودارهای هاگره ترمینال غیر که درختان هستند اینها . □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ هستند هاگره ترمینال که و ... □□ □□ □□ □□□□□ متغیرها بولی با شده گذاری برچسب هستند جامد یکی و خط چین‌خط یکی ،هالبه دو دارد گره ترمینال غیر کدام هر .۱ یا 0 یا با شده گذاری برچسب $y$ و $x$ متغیرهای از هالایه دو با درخت تصمیم دودویی الف چنین دیدن تواندمی شما ۶.۲ شکل در .خط .

منحصر کندمی تعیین □□ سپس درخت تصمیم دودویی متناهی الف باش □□ کنید فرض **۶.۳ تعریف** ۰ از تکلیف یک شده داده راه زیر موارد در ،هاگره ترمینال غیر در متغیرها ... از تابع بولی فرد به متغیرها بولی ... به ثانیه ۱ و ثانیه



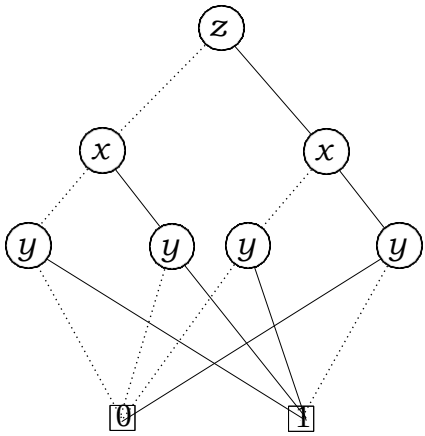

شکل در درخت تصمیم دودویی ... از هاگره ترمینال ... گذاری‌اشتراک (الف) **۶.۳ شکل**
گیری تصمیم نقطه زائد الف برداشتن توسط سازی‌بهینه بیشتر (ب) ;۶.۲

مقدار که زمان هر خط چین‌خط ... گرفتن و □□ از ریشه ... در شروع ما ، □□ در دهدمی رخ از ارزش ... است ارزش تابع .خط جامد ... امتداد در ما ،صورت این غیر در باشد؛ 0 فعلی گره در متغیر رسیم‌می آن به ما گره ترمینال ...

.( □ □□□□□ ) □ بولی تابع الف دهنده نشان ۶.۲ شکل از درخت تصمیم دودویی ... ،مثال برای ۰ با برابر $x$ مقدار اگر ... که آنجایی از درخت ... از ریشه ... در شروع ،(۱ □ 0) □ کردن پیدا به با گره ترین‌چپ سمت به و □□□□□□ □□□□□ $x$ برچسب با گره از را چین خط ،باشد بیرون .کنیم‌می دنبال را ممتد □□ ،است ۱ با برابر y مقدار که آنجایی از . □□□□□□ $y$ برچسب شده گذاری برچسب گره ترمینال ترین چپ ... در رسیدن و $y$ گره که از سفر پایین به مشابه طور به ما ،(0 □ 0) □ محاسبات در .۰ است برابر (۱ □ 0) □ ،بنابراین .۰ می شما .نتیجه الف عنوان به ۱ آوردن بدست به خطوط چین‌خط دو کردن دنبال الان اما ،درخت کنیم‌می گذاری برچسب هاگره ترمینال مانده باقی دو ... به رسیدن در نتیجه احتمالات دیگر دو ... که دیدن توانید □□□□ □ ف ه ۰ = ( □ □□□□□ ) $f$ تابع کندمی محاسبه درخت تصمیم دودویی این ،بنابراین .۰ شده + □ .

.هستند نزدیک درستی جداول عنوان به بولی توابع نمایش به کاملاً اندازه نظر از دودویی تصمیم های‌درخت ... برای یک) هازیردرخت دو دارد آن سپس $x$ گره یک است درخت دودویی تصمیم یک ریشه اگر بستگی □ اگر بنابراین .(۱ ارزش داشتن □□□□ برای یکی دیگری و 0 بودن □□□□ از ارزش ۱ ۱+ □ ۲ حداقل در باشند داشته اراده درخت تصمیم دودویی متناظر ... ،بولی متغیرهای □ روی دارد □که آنجایی از دادگان مدیر : database manager (399 صفحه روی ۵ ورزش ببینید) گره جمع بیشتر الف نه هستند چنین عنوان به درختان تصمیم که بینیم‌می ما ،خطوط □ ۲ دارد میز حقیقت ها که هستند افزونگی مقداری حاوی اغلب دودویی تصمیم های‌درخت ،حال این با .بولی توابع از نمایندگی جور و کنیم برداری‌بهره آنها از توانیم‌می.

کند سازی‌بهینه تواندمی ما ،درختان تصمیم دودویی از هاگره ترمینال فقط ... هستند ۱ و 0 که آنجایی از دودویی ... ،مثال برای .۱ از کپی یکی و 0 از کپی یکی فقط به گرهااشاره داشتن توسط نمایندگی ... شده داده نشان 6.3(a) شکل در حاصل ساختار و شود بهینه روش این به تواندمی ۶.۲ شکل در درخت تصمیم داشته هنوز ما اینکه اما ،صفر های‌گره ترمینال زائد دو برای فضا سازی‌ذخیره شده ذخیره ما که . است از قبل عنوان به (گرهااشاره) هالبه بسیاری عنوان به باشند.




**۶.۴. شکل** الف BDD کاهش از هاراه متفاوت شد مواجه مورد سه با ما ،کنم خلاصه ترفشرده شکلی به BDD ها subBDD شده تکثیر با دی دی بی.

در درخت ... در .است غیرضروری گیری‌تصمیم نقاط حذف ،دهیم انجام توانیم‌می که سازی‌بهینه دومین یا 0 است آن آیا مکان همان ... به رفتن ما زیرا ،ضروری غیر است □ راست دست ... ،(الف)۶.۳ شکل ... روی شده داده نشان یکی ... به ،یافته کاهش باش بیشتر توانست‌می ساختار ... بنابراین .۱ ،درست (ب).

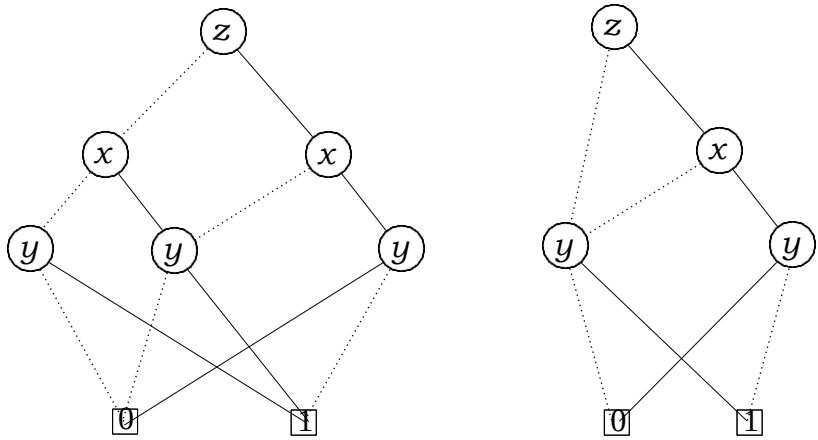
□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ از هایی‌نمونه ساختارها این همه به هابرگ ... از گذاری اشتراک ... درختان؛ تصمیم دودویی از عمومی بیشتر هستند آنها .هستند (BDD) به هاsubBDD دهیم‌می اجازه همچنین ما ،سازی‌بهینه سومین عنوان به .نیستند درخت آنها که هستند معنی این به .دارد قرار مشخص گره یک زیر در که است BDD یک از بخشی subBDD یک .شوند گذاشته اشتراک ... زیرا ،نقش همان ... دادن انجام $y$ های‌گره داخلی دو ... ،۶.۴ شکل از دی دی بی ... در ،مثال عنوان به منجر و شود حذف تواندمی آنها از یکی ،بنابراین .ساختار همان ... باشند داشته آنها زیر ها subBDD ... با شده ادغام باش همچنین توانست‌می $y$ گره ترین چپ سمت ، واقع در .شود 6.5(a) شکل در BDD در دادمی نتیجه آن حذف .اضافی و زائد شدن تبدیل بود خواهد آنها از دو هر بالا $x$ گره سپس یک؛ وسط ۶.۵. شکل از درست ... روی دی دی بی ...

ترفشرده شکلی به BDD الف کاهش از هاراه متفاوت شد مواجه مورد سه با ما ،کنم خلاصه:

**C1. تکراری های‌پایانه حذف.** اگر BDD یک از بیش شامل را هایی‌یال تمام ،باشد پایانه صفر گره یک از بیش شامل ادامه ما .را آنها از یکی .کنیم‌می هدایت دیگر صفر گره یک فقط به ،کنندمی اشاره صفری گره چنین به که است شده مشخص ۱ برچسب با هاگره ترمینال با راه همان ... در دهید .

**ج۲. حذف از زائد هاتست.** اگر $n$ گره یک خروجی لبه دو هر به باشند نقطه ... گره همان □□□ ، $m$ به آن ورودی های‌لبه همه ارسال ، □ گره که بردن بین از ما سپس .

**سی۳. حذف از تکراری غیر پایانه ها** اگر دو هاگره متمایز و □ ما سپس ،ها subBDD یکسان ساختاری نظر از از هاریشه ... هستند دی دی بی ... در □□□




**۶.۵. شکل** نمودار BDD شکل ۶.۴: (الف) ؛ □□□□□□ $y$ های‌گره از یکی حذف از پس
. □□□□□ $x$ تصمیم نقطه یک سپس و □□□□ □□□□□□ $y$ گره حذف از پس (ب)

.را یکی آن به هالبه ورودی آن همه مسیر تغییر و ، □□□ بگو ،آنها از یکی بردن بین از

بدشکلی اختلال کردن تعریف به سفارش در .سی۳ از مورد ویژه الف است سی۱ که باشید داشته توجه
مفاهیم کمکی کمی تعداد الف نیاز ما ،دقیقاً (BDD) بدن

: □□ روی → رابطه دودویی الف و □□ مجموعه الف است گراف شده کارگردانی الف **۶.۴ تعریف**
که گراف که در مسیر متناهی الف است گراف شده کارگردانی الف در چرخه الف . □□ × □□ ⊆ →
→ ۰ ۰ ۰ → ۲ □□□□ → *v1* شکل به مسیری یعنی ،شودمی ختم دیگر گره به و شروع گره یک از
شده کارگردانی الف است (خنجر) گراف حلقوی غیر شده کارگردانی الف . ۱ □□□□ □□→□□
نه کندمی که گراف
گره آن به کردن اشاره هالبه خیر هستند آنجا اگر اولیه است خَش الف از گره الف هاچرخه هر باشند داشته
گره که از بیرون هالبه خیر هستند آنجا اگر ترمینال شود می نامیده است گره الف

□ □ چرخه مثال برای ،هاچرخه دارد ۱۷۹ صفحه روی ۳.۳ شکل در گراف شده کارگردانی
یا جامد چه) بدن بدشکلی اختلالات در هالینک ... کردن تفسیر ما اگر خنجر الف نه است و ، . □□
این از (BDD) بدن بدشکلی اختلال سپس ،جهت پایین سمت به الف در رفتن همیشه عنوان به (شده چین خط
فرد به منحصر الف باشند داشته و حلقوی غیر همچنین هستند آنها نمودارها شده کارگردانی همچنین هستند فصل
دقیقاً یافته کاهش کاملاً های BDD و بودن؛ خنجر خاصیت ... کردن حفظ C1–C3 هاسازی‌بهینه گره اولیه
از انواع قطعی عنوان به (BDD) بدن بدشکلی اختلال کردن تعریف رسماً الان ما .دارند پایانی گره دو
:خنجرها

اولیه گره یک با خَش متناهی الف است (دی‌دی‌بی) نمودار تصمیم دودویی الف **۶.۵ تعریف**
ترمینال غیر همه و ۱ اندشده گذاری‌برچسب ۰ یا ۰ با پایانی های‌گره تمام آن در که ،فرد به منحصر
کدام هر .متغیر بولی الف با شده گذاری برچسب هستند هاگره

**شکل ۶.۶.** طور به ؛ است ۰ ثابت بولی تابع دهندهنشان که ، *B0* (الف) دیفرانسیلی پایه توابع و ؛ است ۱ ثابت بولی تابع دهنده نشان و ۱ گره یکی فقط دارد ۱ □ دی دی بی ... ،مشابه □□□ . *x* بولی متغیر دهنده نشان ، *Bx* (ب)

شده گذاری برچسب یکی و 0 دار برچسب یکی :دیگران به گره که از هالبه دو دقیقاً دارد گره ترمینال غیر ( ممتد خط ترتیب به یک و چین خط الف عنوان به باشید آنها نماینده ما) ۱.

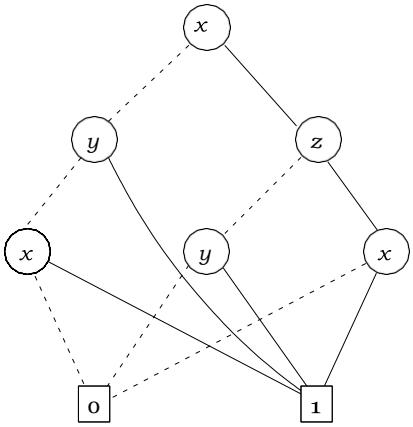
تواندمی C1–C3 هاسازیبهینه ... از کدام هیچ اگر یافته کاهش باش به گفت است دی دی بی الف (است ممکن هستند هاکاهش بیشتر خیر یعنی) شود اعمال.

،هستند BDD توابع (۶.۵-۶.۲ ارقام) فصل این در شده دیده باشند داشته ما هاسازه تصمیم ... همه شکل از *Bx* تابع □ ، ۱ □ و . □□□□□ □□□□□□□ □□□ *B0* ثابت توابع که همانطور □ □□□□ □...□ □ ۲{ × □ ۱ □□□□ □ = □□□□ کجا دی دی بی الف است □ اگر .۶.۶ ) □ تابع بولی الف کندمی تعیین □ سپس ،هاگره ترمینال غیر از هایی‌برچسب از مجموعه ... است ۱ و ثانیه ۰ واگذاری یک شده داده :(۶.۳ تعریف ببینید) درختان تصمیم دودویی عنوان به راه همان در ( □□ فرد به منحصر اولیه گره با توسط □ از ارزش ... محاسبه ما ، □□□□ در متغیرها ... به ثانیه ما صورت این غیر در کنیم؛می دنبال را چین خط ،باشد داشته ۰ مقدار آن متغیر اگر . کنیممی شروع طبق BDD که آنجایی از . رسیممی پایانی گره یک به تا گره کدام هر برای ادامه ما .خط جامد ... گرفتن آن .۱ یا ۰ با شده گذاری برچسب .هست که ترمینال گره .رسیممی ... به نهایت در ،است متناهی تعریف .هاارزش حقیقت از تکلیف خاص که برای □ نتیجه است برچسب

روی بار یک از دهد رخ بیشتر متغیر بولی الف که کردن منع نه کندمی دی دی بی الف از تعریف .۶.۷ شکل در دی دی بی ... بگیرید نظر در ،مثال برای خنجر ... در مسیر الف

-۱ ... به □□□□ بیشترین -چپ ... از پیوند جامد .حال این با ،آمیز اسراف است نمایندگی الف چنین □□ □□□□□ *x* گره آن به زمانی فقط تواندمی یکی زیرا ،مثال برای ،شده گرفته هرگز است ترمینال .باشد داشته 0 مقدار *x*

جور و جمع کاملاً باش اغلب تواندمی (BDD) بدن بدشکلی اختلال ،C1-C3 هاکاهش ... به ممنون شده نمایندگی توابع روی عملیات بولی ... دادن انجام و بخشی‌رضایت بررسی نحوه بیایید .بولی توابع نمایش اگر است شونده ارضا تابع یک دهنده نشان BDD تابع یک .(BDDs) بدن خودایمنی اختلالات عنوان به دی بی الف در □□□□ □□□□□ □ الف همراه ریشه .باشد دسترسی قابل ... از ترمینالی تک گره یک خطوط فقط یا دارچین خطوط فقط ،متغیر هر برای که است مسیری ، سازگار مسیر الف آن دهنده نشان که دی تخصیص توانیم‌نمی ما ،دیگر عبارت به در) .است شده گذاری‌برچسب متغیر آن با هاگره از و دارد ممتد دهیم




**شکل ۶.۷.** مسیر در بار یک از بیش بیشتر دادن رخ متغیرها بولی برخی کجا دی دی بی الف ارزیابی.

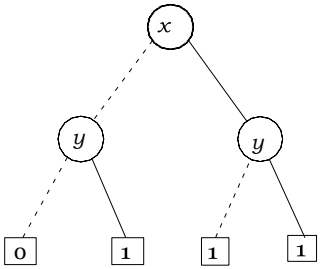
است 0 ترمینال خیر که چک ما اما ،مشابه است اعتبار بررسی (.همزمان ۱ و 0 هاارزش ... متغیر الف مسیر سازگار الف توسط دسترسی قابل.

بدن بدشکلی اختلال شده داده .داد انجام BDD اجزای روی «جراحی» با توان‌می را + و ۰ عملیات را □□□ ۰ $f$ نمایانگر که BDD یک ، □□□ و □ توابع بولی نماینده □□ □□ و □ □ (BDD) . $Bg$ با آن ۱ های‌ترمینال تمام کردن جایگزین و .□□□□ □□□□ BDD $f$ گرفتن نظر در با توان‌می باید شما ِ بگیرید نظر در را حاصل BDD در ۱ ترمینال یک به رسیدن نحوه ،امر این دلیل دیدن برای به .(BDDs) بدن خودایمنی اختلالات ... از دو هر توسط شده تحمیل ۱ الف به به رسیدن الزامات □□□ + □ برای دی دی بی الف ،مشابه طور داشته توجه . □□ □□ توسط □ □ از هاپایانه 0 همه کردن جایگزین توسط آمده دست به باش تواندمی الف .شوندمی مسیر طول در متغیرها متعدد رخدادهای با هاییBDD ایجاد باعث احتمالاً عملیات این که باشید باشند داشته نکن که بدن بدشکلی های‌اختلال روی و + از تعاریف دیدن اراده ما ،۶.۲ بخش در ،بعداً .مسیر اثر نامطلوب این.

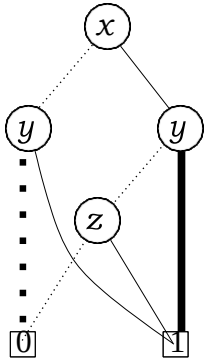
آمده دست به باش تواند می □□ نماینده دی دی بی الف :ممکن همچنین است ¯ عملیات سازی مکمل دهدمی نشان ۶.۸ شکل .برعکس و هاپایانه-۱ توسط □ □ در ۰ های‌ترمینال همه کردن جایگزین توسط ۶.۲. شکل در دی دی بی ... از مکمل ...

### 6.1.3 بدن بدشکلی اختلال شده داده سفارش (BDD)

،فشرده اغلب است (BDD) بدن بدشکلی اختلال توسط توابع بولی از نمایندگی ... که شده دیده باشند داشته ما ،حال این با .C1-C3 های‌کاهش ... توسط شده فراهم اطلاعات از گذاری اشتراک ... به تشکر با رسدمی نظر به مسیر الف امتداد در متغیر بولی الف از وقایع چندگانه با (BDD) بدن بدشکلی اختلال اختلالات از سازی معادل برای آزمایش برای راه آسان خیر رسدمی نظر به آنجا ،این بر علاوه ناکارآمد بلکه ... دهنده نشان ۶.۹ و ۶.۷ ارقام از (BDD) بدن بدشکلی اختلال ... ،مثال برای .(BDDs) بدن خودایمنی کردن اعمال توسط بیشتر شده بهینه باش تواندمی آنها از کدام‌هیچ .(این چک باید خواننده ) تابع بولی همان ،حال این با .C1-C3 قوانین ...




**۶.۸. شکل** ۶.۲. شکل در دی دی بی ... از مکمل

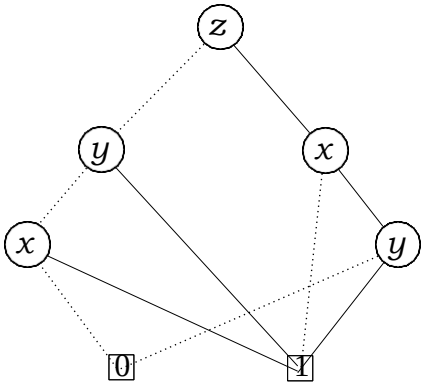



**۶.۹. شکل** ۶.۷، شکل از دی دی بی ... عنوان به تابع همان ... نماینده دی دی بی الف
(z) . [ □ □□ □ ] سازی‌مرتب متغیر داشتن با اما

تلاش محاسباتی اندازه همان به کردن شامل به رسدمی نظر به تابع بولی همان ... دادن نشان آنها آیا آزمایش امور بخشیدن بهبود تواندمی ما ( □ □□ □□□□□ ) □ برای میز حقیقت کل ... محاسبات عنوان به بودن پایبند سپس ما .مسیر هر همراه حلقه -دادن رخ متغیرها ... روی دادن سفارش یک کنندهتحمیل توسط (BDD) بدن بدشکلی اختلال ... همه برای دادن سفارش همان که به
.کنیممی دستکاری ما

فهرست شده داده سفارش یک باش [ □□ □□□□ □...□ ۱ □□□□ ] بگذارید **۶.۶ تعریف**
در جایی دادن رخ متغیرها که از همه دی دی بی الف باش □ دهید اجازه و تکثیرها بدون متغیرها از همه اگر [ □□ □□□□ □...□ ۱ □□□□ ] دادن سفارش ... دارد □ که بگو ما .فهرست توسط شده دنبال □□ □□□□ از وقوع هر برای ،و فهرست که در دادن رخ □ از هابرچسب متغیر □□□□ □□ داریم ، $B$ در مسیری هر برای همراه $i < j$ .
برای دادن سفارش یک دارد که دی دی بی الف است (OBDD) دی دی بی شده داده سفارش یک
.متغیرها فهرست برخی

نکن ما .([ □ ,$x$ ] ترتیب با) اندشده مرتب 6.9 و 6.3(a,b) های‌شکل های BDD که باشید داشته توجه ها OBDD ... ،بنابراین .مسیرها ... در شده استفاده است فهرست ... در متغیر هر که کردن اصرار بنابراین و [ □ □□ □□□□□ ] دادن سفارش ... باشند داشته ۶.۹ و ۶.۳ ارقام از




**۶.۱۰ شکل** .متغیرها از دادن سفارش یک باشند داشته نه کندمی که دی دی بی الف

□□□ ] عنوان به چنین ،سفارش که در آن در □ و □ ، □□□□ داشتن فهرست هر کندمی بدن بدشکلی اختلال ... حتی .[ □ □□ □□□ □□□□□ ] و [ $w$ □□ □□□ □□ □□□□□ خالی ... بودن فهرست مناسب سفارش الف ،ها OBDD هستند ۶.۶ شکل در ۱ □ و . □ (BDD) است (ب)۶.۶ شکل از □□□□ □ دی دی بی . لیست □□ واقع در یا ،(متغیرها خیر هستند آنجا) فهرست .آن ترتیب عنوان به $x$ حاوی فهرست هر با ،دی دی بی او یک همچنین

مسیر بگیرید نظر در ،بنابراین است این چرا دیدن به .شد داده دستور نه است ۶.۷ شکل از دی دی بی الف رسیدن و .کنیممی شروع ، $x$ گره یک ،ریشه با ما .باشند ۰ با برابر $y$ و $x$ مقادیر اگر شده طی خیر که داشتن یاد به) کنید انتخاب ما ترتیب لیستی چه ماده خیر ،بنابراین .دوباره $x$ گره یک سپس و $y$ گره اختلال از مثال دیگری .وضعیت دادن سفارش ... کندمی نقض مسیر این ،( هستند مجاز وقایع برابر دو پیدا ما ،مورد که در .۶.۱۰ شکل در شده دیده باش تواندمی شده داده سفارش نه است که (BDD) بدن بدشکلی معنی – (0 □ 0 □ 0) (0 □ □□□□□ □□ □ ) برای مسیر ... که آنجایی از سفارش یک کند نمی از قبل دادن رخ به نیازها □ که دهدمی نشان $\Rightarrow$ 0 شده داده اختصاص هستند z و □ ، □□□□ که کندمی ایجاب (۱ □ ۱ □ 1) ( $x,$ □□ □ ) برای مسیر که حالی در ،فهرست الف چنین در □□□□ $\Rightarrow$ . باشد $y$ □□ □□□ $x$ که

هر از چندگانه وقوع باشند داشته تواندنمی یکی که ها OBDD از تعریف ... از کندمی دنبال آن .مسیر الف همراه متغیر

□□□□□ □□□□□□□□□ که است لازم معمولاً ،شودمی انجام OBDD دو روی عملیاتی وقتی متغیرها خیر هستند آنجا اگر سازگار باش به شوند می گفته ۲ □ و $B_1$ های‌ترتیب . باشد سازگار آنها قبل آیدمی □ و ۱ □ از دادن سفارش ... در □ آیدمی آن از قبل □□□□ که □□□□ و □□□□ ما به بولی توابع از فردی به منحصر نمایش ،ترتیب به تعهد این.۲ □ از دادن سفارش ... در □□□□ از در (BDD) بدن بدشکلی اختلال ... ،مثال برای (OBDD) احتقان ضد داروهای عنوان به . دهدمی هاسفارش متغیر باشند داشته سازگار ۶.۹ و ۶.۸ ارقام

**۶.۷ قضیه** OBDD تابع یک دهنده‌نشان که یافته‌کاهش $f$ □□□□□□□□ □□□ ، OBDD یافته کاهش دو باش ۰ □ و □ دهید اجازه ،بگو به است که .است فرد به منحصر با ها

یکسان باشند داشته آنها سپس ، عملکرد بولی همان ... نمایندگی □ و □ اگر هاسفارش متغیر سازگار ساختار.

شدیم مواجه آن با قبلاً یکی ... مانند وضعیت الف دریافت تواندنمی ما ها OBDD با ،کلمات دیگر در ترتیب اینکه بر مشروط ،هستند تابع یک ی‌دهنده‌نشان که داریم متمایز ی‌یافته‌کاهش BDD دو آن در که ، فوری است ها OBDD از سازی معادل بررسی که شودمی نتیجه رو این از .باشد سازگار آنها قرارگیری از ماده الف دهندمی نشان را یکسانی عملکرد سادگی به (سازگار های‌ترتیب با) OBDD دو آیا بررسی ساختار همان ... باشند داشته آنها آیا بررسی [1].

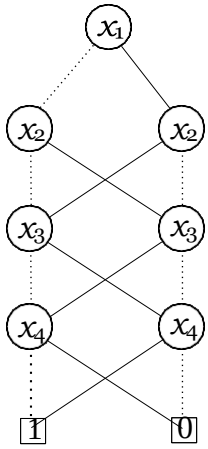
دی دی بی او یک به C1–C3 هاکاهش ... کردن اعمال ما اگر ،که است بالا قضیه ... از پیامد مفید الف است یافته‌کاهش OBDD همان همیشه نتیجه که کنیم‌می تضمین ما سپس ،ممکن هستند هاکاهش بیشتر خیر تا الف باشند داشته ها OBDD که بگو بنابراین ما .مهم نه کندمی هاکاهش ... شده اعمال ما که در ترتیب فرم) دیگر های‌نمایش بیشتر دی دی بی او یافته کاهش فرد به منحصر آنها یعنی ، □□□□□□□ □□□ □□□ ندارند متعارف های‌فرم (غیره و عطفی نرمال های .

کار ،۶.۱.۲ بخش در شده ارائه ،(BDDs) بدن بدشکلی اختلالات برای + و برای هاالگوریتم یکسان متغیر ... از وقایع چندگانه کردن معرفی است ممکن آنها عنوان به ها OBDD برای کرد نخواهد روی عملیات اینها برای هاالگوریتم پیشرفته بیشتر دادن توسعه زودی به اراده ما .مسیر الف روی مسیرها در متغیرها دادن سفارش سازگار ... سوءاستفاده که ،ها OBDD.

در نمایی نمایش فقط که توابعی بولی از هاکلاس قطعی از هابازنمایی جور و جمع دادن اجازه ها OBDD ... بگیرید نظر در مثال یک که همانطور هافرم عادی ربط حرف و میزها true مانند ،دارند دیگر های‌سیستم برابر ،زوج وجود صورت در که $f_{\text{زوج}}(x_1, x_2 \square \ldots \square x_n)$ □□□□ □□□□□□□ □□□ است آن ،صورت این غیر در ؛۱ ارزش با □□ □□□□ متغیرها از شماره .شودمی تعریف ۱ با آن ها گره $+1$ □ ۲ فقط کندمی ایجاب دی دی بی او یک عنوان به نمایندگی آن .0 باش به شده تعریف در توان‌می را $[x_1, \square\square\square\square_2 \square \square\square\square\square\square_3 \square x_4]$ ترتیب و $n = 4$ برای دی دی بی او یافت ۶.۱۱ شکل.

را توازن توابع که OBDD اندازه **دادن سفارش متغیر شده انتخاب ... از تأثیر** از مستقل خود توازن توابع که است آن امر این دلیل .است شده انتخاب متغیر ترتیب از مستقل ،دهدمی نشان ... از ارزش ... نکردن تغییر کندمی متغیرها دو هر از هاارزش ... کردن مبادله :متغیرها از سفارش متقارن شود می نامیده هستند توابع چنین عملکرد؛

... به تفاوت توجه قابل الف شودمی باعث دادن سفارش متغیر شده انتخاب ... عمومی در ،حال این با □ ) $(x_1 + \times_2)$ تابع بولی بگیرید نظر در .تابع شده داده الف نماینده دی دی بی او ... از اندازه در فرمول ای‌گزاره الف به مربوط آن ؛$(x_{2n+1} \wedge \square\square\square\square\square_2 \square \square\square\square_{\square\square\square\square




**۶.۱۱. شکل** هابیت چهار برای تابع برابری حتی ... برای دی دی بی او یک

تواندمی ما سپس ،[ ... □ ۴ × □ ۳ □□□□□ □ ۲ □□□□ □ $x_1$ ] دادن سفارش «طبیعی» در ... دهدمی نشان ۶.۱۲ شکل ها گره ۲ + □ ۲ با دی دی بی او یک عنوان به تابع این نمایندگی دادن سفارش ... عوض در کنید انتخاب ما اگر ،متأسفانه .۳ = $n$ برای دی دی بی او نتیجه

[ $x_1$ □ × ۳ □...□ □□□□ ۲ □□ - ۱ □ □□□□ ۲ □ × ۴ □...□ □□□□ ۲ □ ]

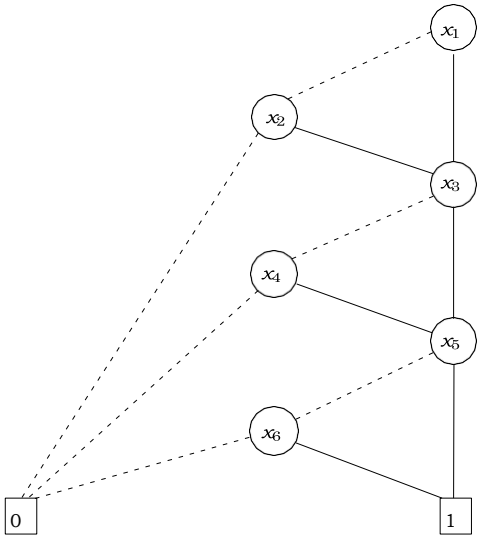
باش تواندمی 3 = □ برای دی دی بی او ... ها؛گره ۱+ □ ۲ کندمی ایجاب دی دی بی او نتیجه در ... شودمی دیده ۶.۱۳ شکل در.

ما قیمت الف است دادن سفارش متغیر خاص ... به دی دی بی او یک از اندازه ... از حساسیت (BDDs) بدن بدشکلی اختلال اگرچه از بیش باشند داشته ها OBDD که مزایا ... همه برای پرداخت های‌روش ،گران مسئله یک برای محاسباتی نظر از الف خودش است دادن سفارش بهینه ... کردن پیدا مسئله این به بازگشت ما روی بعداً .کنندمی ایجاد خوبی نسبتاً ترتیب معمولاً که دارند وجود خوبی اکتشافی کاربردی های برنامه از هابحث در.

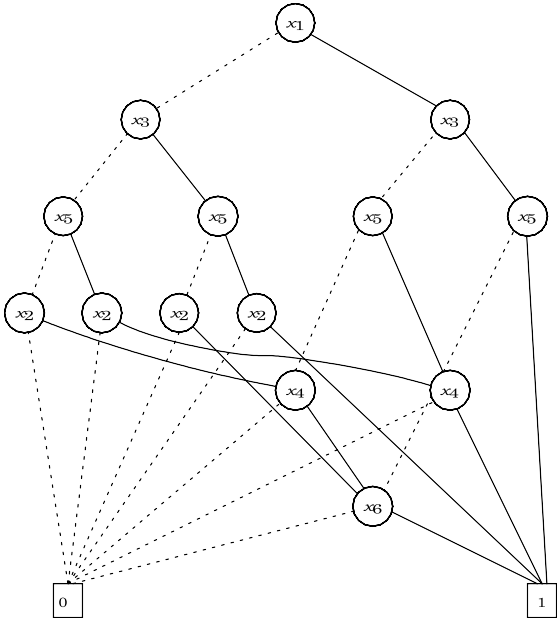
با ربط حرف در ها OBDD برای فرم متعارف الف داشتن اهمیت **متعارف بازنمایی اهمیت** باش تواندنمی ایزومورفیک هستند ها OBDD یافته کاهش دو آیا گیری تصمیم برای آزمون کارآمد یک هاآزمایش کردن دنبال ... دادن انجام به ما دهدمی اجازه آن .شده زده تخمین حد از بیش:

**.متغیرها زائد از غیبت** اگر ... از ارزش ... تابع بولی $f$ ( $x1$ ، $x$ ۲ □...□ □□□□ □□) حاوی نه کندمی □ دهنده نشان که ای‌یافته کاهش OBDD هر پس ، □□□□□ □□□□□ $x_i$ مقدار به هر □□□□ □□ - گره.

**.سازی معادل معنایی برای تست** اگر □ توابع دو ( $x1$ ، $x$ ۲ □...□ □□□□ □□) و $g$ ( $x1$ ترتیب به ، □□□□□□ □□□□ □□□□□ $B_f$ های OBDD با (□□ □□□□ □...□ ۲ $x$ , و □ آیا بگیرید تصمیم کارآمد طور به تواندمی ما سپس ،متغیرها از دادن سفارش سازگار یک با $B_g$ □ ؛(لازم اگر) □□ □□ و □ □ دادن کاهش ما معادل معنایی نظر از هستند □□□




**شکل ۶.۱۲.** برای دی دی بی او $(x_1 + x_2)$ (عدد □ + □□□□□ ۴) (عدد □ + □□□□□ ۶) متغیر سازی‌مرتب با [ $x_1$ , □□□□ ۲ □ □□□□□ ۳ □ □□□□□ ۴ □ □□□□□ ۵ □ □□□□□ ۶ ] .




**شکل ۶.۱۳.** تغییر حال در ... روی اثرات نمایشی باشند داشته است ممکن دادن سفارش OBDD: یک از اندازه برای دی دی بی او ... $(x_1 + x_2)$ (عدد □ + □□□□□ ۴) (عدد □ + □□□□□ ۶) متغیر ترتیب با [ x1 □ x3 □ x5 □ x2 □ x4 □ x6 ] .

.ساختار یکسان دارند ها OBDD یافته کاهش ... ،اگر فقط و ،اگر توابع بولی همان ... دادن نشان □□□ و

اعتبار برای ( □□ □□□□ □ ... □ ۲ × ، x1 ) □ تابع الف آزمون تواندمی ما **.اعتبار برای تست** یعنی)

برای OBDD یافته کاهش الف محاسبه راه کردن دنبال ... در (۱ کندمی محاسبه همیشه □

۱ . □ است دی دی بی او یافته کاهش آن ،اگر فقط و ،اگر معتبر است □ سپس . □

دلالت ( □□ □□□□ □ ... □ ۲ × ، x1 ) □ آیا آزمون تواندمی ما **.ضمنی دلالت برای تست** سپس ،۱ کندمی محاسبه □ که زمان هر یعنی) ( □□ □□□□ ( ... □ x2 ، x1 ) g بر دارد iff . □ است این . □□ ۰ □ برای دی دی بی او یافته کاهش محاسبات توسط ( □ کندمی بنابراین دارد می نگه ضمنی دلالت ...

( x1 ، × ۲ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ f تابع توانیمی **.پذیری‌رضایت برای تست** به هاارزش ۱ و 0 از تکلیف یکی حداقل در برای ۱ کندمی محاسبه □ ) رضایت برای ( x n □ ... □ نه است دی دی بی او یافته کاهش آن iff بخش رضایت است □ تابع .( آن متغیرهای □□ . .

## ها OBDD یافته کاهش برای هاالگوریتم 6.2

### دادن کاهش **الگوریتم** 6.2.1

ما که زمان هر برای ،ها OBDD از استفاده جدی هر از هسته ... در هستند C1–C3 هاکاهش ،بخش این در .فرم یافته کاهش آن به را آن کردن تبدیل خواهم می اراده ما (BDD) بدن بدشکلی اختلال ساخت .شده مرتب های BDD برای موثر طور به این کندمی که دادن کاهش الگوریتم یک کردن توصیف ما

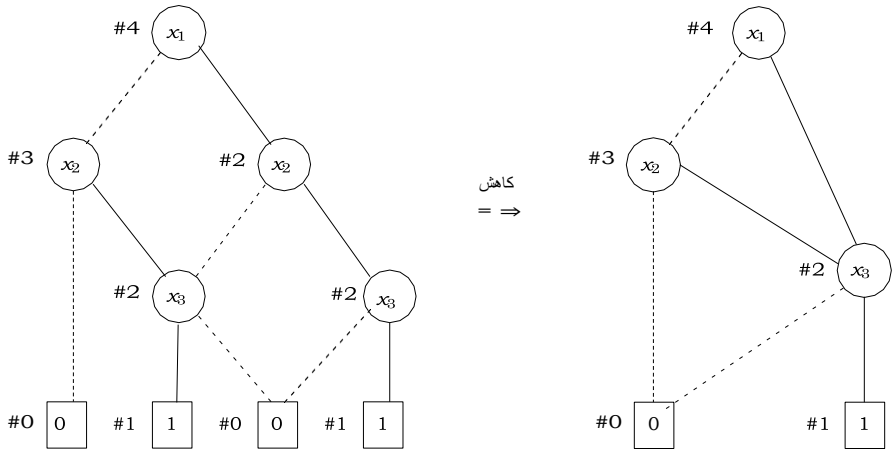
بیشترین در دارد □ سپس ،[ □□ □□□□ □ ... □ ۲ × □ x 1 ] است □ از دادن سفارش ... اگر ،مد بالا به پایین از الف در لایه توسط لایه □ کند می عبور الان دادن کاهش الگوریتم هالایه 1+ □ به را ( id( n صحیح عدد برچسب یک دهدمی اختصاص آن ، □ پیمایش در ها گره ترمینال ... با آغاز و □ هاگره ریشه با ها subOBDD که راهی که طوری به ،دهید □□□□□□ B از n گره هر .است ( m ) شناسه با برابر ( n ) شناسه ،اگر فقط و ،اگر تابع بولی همان ... دادن نشان □□□

برچسب ... دهدمی اختصاص آن ،هاگره ترمینال از لایه ... با شودمی شروع دادن کاهش که آنجایی از گره تابع همان ی‌دهنده‌نشان ۰ های‌گره ترمینال دیگر همه برخوردها آن صفر گره اول ... به (0# بگو) اول همه گره-۱ ... ،مشابه طور به .(1ج کاهش با (کنید مقایسه) دارند یکسانی برچسب بنابراین و هستند اول ۰ ۱. شماره مثلاً ،برچسب بعدی ... دریافت

های‌برچسب شده داده اختصاص قبلاً دارد دادن کاهش که کنید فرض استقرایی طور به ما دهید اجازه حالا □□ < □□ با هاگره - xj و هاگره ترمینال همه یعنی) □□ < لایه الف از هاگره همه به صحیح عدد .شد رسیدگی بودن هستند ( x i های‌گره یعنی) □□ لایه از هاگره چگونه کردن توصیف ما .(

( □ )لو کردن تعریف ما ،بدن بدشکلی اختلال الف در □ گره ترمینال غیر الف شده داده **۶.۸ تعریف** است ( □□□ ) سلام ،دوگانه صورت به . □ از خط چین‌خط ... طریق از به کرد اشاره گره ... بودن n □□ □□ □□□□□ □□□□□ از ممتد خط طریق از که ای‌گره ... .

سه آنجا ، □ x i گره یک شده داده .شده انجام است زدن برچسب ... چگونه کردن توصیف ما بگذارید :برچسب آن دریافت است ممکن آن که در هاراه هستند تا




**شکل ۶.۱۴.** دادن کاهش الگوریتم ... از اعدام مثال یک .

- ) شناسه مجموعه ما سپس ، (( $n$ ) سلام) شناسه عنوان به همان ... است ((lo( $n$ )) شناسه برچسب ... اگر نمایندگی یکی عنوان به تابع همان ... است □ در شده نمایندگی تابع بولی ... زیرا است آن .برچسب که باش به ( $n$ حذف باش تواندمی و زائد آزمون الف کندمی اجرا □ گره ،کلمات دیگر در .( □□□ ) سلام و ( □ )لو در شده ج۲ کاهش توسط شده.
- و ، □□ □□□□ متغیر همان ... باشند داشته □□□ و □ که چنین □□□ گره دیگری است آنجا اگر id(lo( $n$ )) = id(lo( $m$ )) و id(hi( $n$ )) = id(hi( $m$ )) □□ □□□□□□ □□□ $id(n)$ را با ) کنید محاسبه را بولی تابع همان □ و $n$ های‌گره که است این امر این دلیل . دهیم‌می قرار id( $m$ ) با برابر کنید مقایسه C3 کاهش).
- برچسب صحیح عدد نشده استفاده بعدی ... به ( $n$ ) شناسه مجموعه ما ،صورت این غیر در.

... بگیرید نظر در .برچسب جدید الف کندمی ایجاد مورد آخرین ... فقط که باشید داشته توجه در آمده دست به برچسب صحیح عدد یک دارد گره کدام هر ;۶.۱۴ شکل از سمت چپ در OBDD به بالا به پایین از هالبه مسیر تغییر توسط کندمی تمام سپس دادن کاهش الگوریتم .شده توصیف فقط شیوه ۶.۱۴. شکل راست سمت در است دی دی بی او یافته کاهش نتیجه در .C1-C3 در شده داده شرح عنوان یک دهید کاهش ،دارد وجود خنجرها برای کارآمدی بالای به پایین پیمایش های‌الگوریتم که آنجایی از است OBDD یک های‌گره تعداد در کارآمد عملیات.

### 6.2.2 کردن اعمال **الگوریتم**

پیاده به .شودمی استفاده آن از . است اعمال الگوریتم ،هاOBDD اصلی های‌رویه از دیگر یکی شده داده .(۱ ⊕ □ طریق از) سازی مکمل و ⊕ ، ۰ ،+ عنوان به چنین توابع بولی روی عملیات سازی □ □ عملیات) شودمی اعمال تماس ، □□□ و $f$ های‌فرمول بولی برای □□ □□ و □ □ ها OBDD کجا ، □□□ عملیات □ فرمول . کندمی محاسبه را بولی متغیر ی‌یافته‌کاهش OBDD ( $Bg$ □ □ { ۰ □ ۱ } تا { ۱ □ 0 } × { ۱ □ 0 } از تابع هر دهنده نشان عملیات .

روی بازگشتی صورت به کندمی عمل الگوریتم .ساده نسبتاً است الگوریتم کردن اعمال ... پشت شهود
ها OBDD دو ... از ساختار ...:

1. می رخ $B_f$ در که (فهرست ... در چپ سمت=) دادن سفارش ... در بالاترین متغیر ... باش □□ دهید اجازه □□ □□ یا دهد.
2. بازگشتی؛ صورت به حل و ۱ بودن □□ و 0 بودن □□ برای زیرمسائل دو به مشکل ... شده تقسیم
3. مستقیماً عملیات بولی کردن اعمال ،هابرگ ... در.

تواندمی کاهش مقداری دی دی بی او یک به آن ساختن به یافته کاهش باش به باشند داشته معمولاً اراده نتیجه
دو هر اگر جدید گره الف از آفرینش ... کردن اجتناب توسط ،۲ گام در 'کردن پرواز ... روشن شده انجام باش
در) دارد وجود قبلاً گره معادل یک اگر یا ،(نتیجه رایج ... بازگشت مورد که در) مساوی هستند هاشاخه
(آن استفاده ،مورد که.

مفصل و دقیق بیشتر این همه ساختن ما بگذارید.

**۶.۹ تعریف** متغیر الف □□□□ و فرمول بولی الف باش □ بگذارید.

1. در □□□□ وقوع همه کردن جایگزین توسط آمده دست به بولی فرمول ... $[0/x]$ □ توسط دادن نشان ما $f[1/x]$ و $[0/x]$ □ عبارات .مشابه طور به شده تعریف است $[1/x]$ □ فرمول .۰ توسط □ $f$ □□□□□□ □□□□□□□..
2. تابع بولی همان ... هستند نماینده آنها اگر معادل معنایی نظر از هستند □□□ و □ هافرمول بولی دو که بگو ما □□ □□ $f$ ما ،صورت این در .(هستند وابسته آن به که متغیرها بولی ... به احترام با) □□□□□□ ≡ □□.

اگر ،مثال برای □ ( □□□□□ □ ) = □□□□ ( □ + $x$)، سپس $f[0/x](x\bar{y})$
( □ + 0)،مشابه طور به .۰ به معادل معنایی نظر از است که $f[1/y]$( است 0 با برابر
به معادل معنایی نظر از است که ،( □□□□ + 1) □□□ $x$ □□ □□□□□ □□□□□ ( $y$
□□□□.

،مثال برای .که آنهایی ترساده به هافرمول بولی .دهیم انجام بازگشتی عملیات بولی هایفرمول روی ، تجزیه
□□□□ +[0/x] □ □□□□ به معادل است □ سپس ، □ در متغیر الف است □□□□ اگر
به کندمی محاسبه بیان ... ;۰ = □□□□ مورد :... بگیرید نظر در ،این دیدن به (1/x). [1/x] □
شناخته است مشاهده این (1/x). [1/x] □ بازده آن 1 = □□□□ زمانی چه (0/x). [0/x] □
کتاب در قبلاً تواندمی آن اگرچه ، □□□□□ □□□□□ ... عنوان به شده
□□□□□□» سال از . شودمی یافت بول .جی اثر «□□□□□□ ۱۸۵۴.

**۶.۱۰ لم (شانون بسط)** نه آن حتی) □□□□ متغیرها هابولی همه و $f$ بولی هایفرمول همه برای
باشند داشته ما ( □ در دهدمی رخ

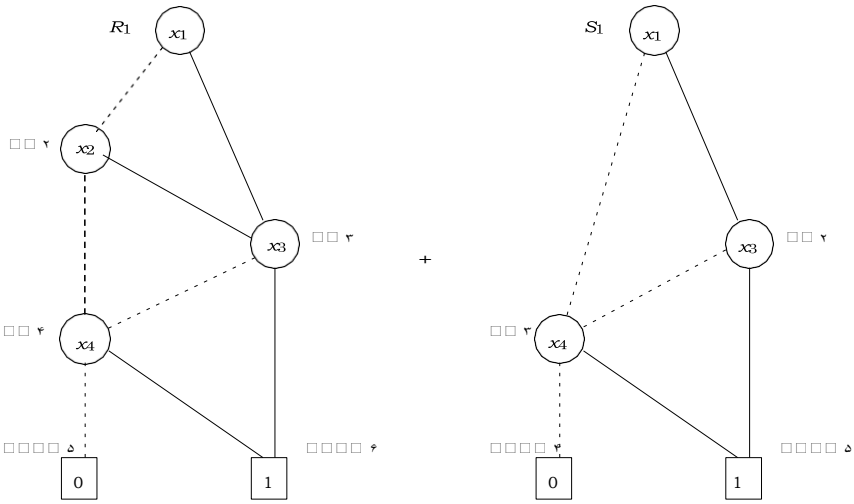
$$f \equiv \bar{x} \cdot f[0/x] + x \cdot f[1/x]\,. \tag{6.1}$$

: □□□ عملیات □ برای گسترش شانون ... روی بر مبتنی است کردن اعمال تابع (

□□ □□□□□ □□ = □□□ پی او □□ $\bar{x}_i \cdot$ ( □ [0/$x_i$] عملیات $g$ [0/$x_i$]) + $x$

$_i \cdot$ ( □ [1/$x_i$] عملیات $g$ [1/$x_i$]) . (6.2)

هاریشه ... از حاصل درآمد که کردن اعمال از ساختار کنترل الف عنوان به شده استفاده است این



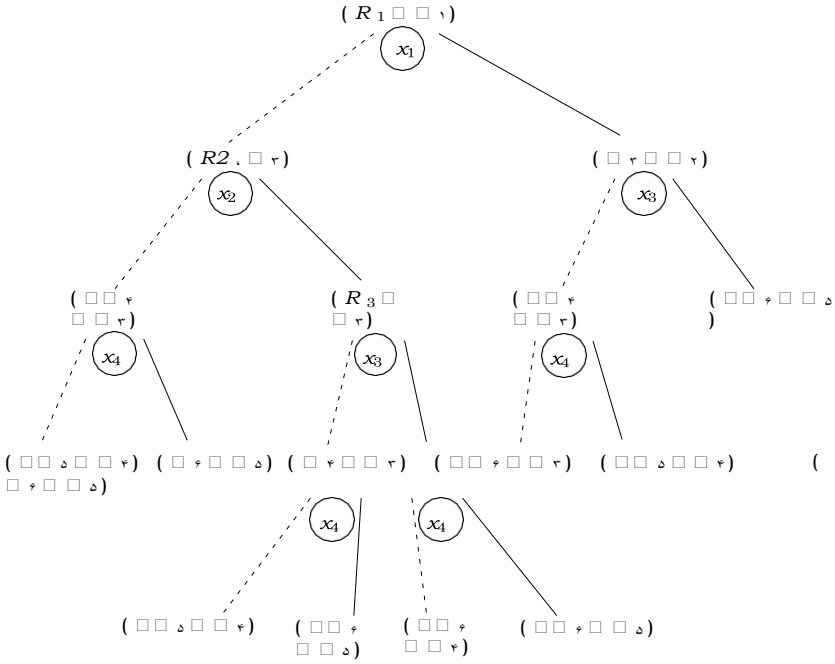

**شکل ۶.۱۵.** (+ □ □ □ □ □ □) کردن اعمال بگیرید تماس الف برای هااستدلال دو از مثال یک .

بگذارید . □□ عملیات □ □ دی دی بی او ... از هاگره ساخت به پایین سمت به □□ □□ و □ □ از □ □ □□ ریشه گره $B_f$ □□□□. و $r_g$ ریشه گره $Bg$ .

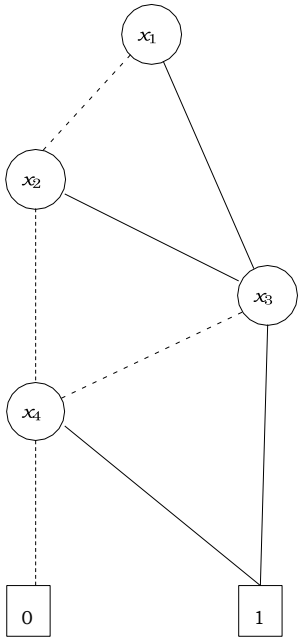
1. یاد به) ترتیب به ، □□ □□ و □ □ هابرچسب با هاگره ترمینال هستند □□ □□ و □□ □□ دو هر اگر و □□ □□ □□ عملیات □ □ ارزش ... محاسبه ما سپس ،(۱ یا 0 یا هستند هابرچسب ترمینال که باشید داشته .صورت این غیر در ۱ □ و 0 است ارزش که اگر . □ باش دی دی بی او نتیجه در ... دهید اجازه
2. گره هستند هاگره ریشه دو هر که کنید فرض .است پایانی غیر ریشه هایگره از یکی حداقل ،ماندهباقی موارد در لو □ ($r_f$) لو □ عملیات) کردن اعمال به چین خط الف با □ $x_i$ گره یک کردن ایجاد ما سپس $x_{□i}$. های بگیرید تماس ما یعنی ، (($r_g$) سلام □ ($r_f$) سلام □ عملیات) اعمال برای ممتد خط یک و ($r_g$) از اساس ... روی بازگشتی صورت به کردن اعمال (6.2).
3. با گره - $xj$ یک یا گره ترمینال الف است □□ □□ اما ،گره - $x_i$ یک است □□ □□ اگر OBDD دو زیرا . □□□□□ □□□□□ $Bg$ □□□□ در $xi$ گره هیچ که دانیممی آنگاه □ □□ > $i$ □□□□ □□□□ □□ ) از مستقل است □□□ ،بنابراین .متغیرها بولی از دادن سفارش سازگار یک دارای □□□ ≡ □□□ [0 /$x_i$] ≡ □□□ [1 /$x_i$]). الف با □ گره - $x_i$ یک کردن ایجاد ما ،بنابراین □ ($r_f$) سلام , op) اعمال برای ممتد خط یک و □ $r_g$ ($r_f$) لو □ op) اعمال برای خط چینخط □□ □□).
4. با $x_j$ گره یک یا ترمینال الف است □□ □□ اما ،پایانی غیر الف است □□ □□ که در مورد □□ > □□ ، است شده رسیدگی به متقارن طور به شده مورد ۳.

تابع ... گرفتن تماس توسط یابد می پایان کنید اعمال بنابراین نیابد؛ کاهش است ممکن روش این نتیجه تواندمی (+ است عملیات کجا) اعمال از مثال یک .است شده ساخته آن دی دی بی او ... روی دادن کاهش . دهدمی نشان را apply بازگشتی نزولی کنترل ساختار ۶.۱۶ شکل .۶.۱۷–۶.۱۵ ارقام در شده دیده باش ( $Bg$ □ □ □ □ +) apply نتیجه ،مثال این در .نتیجه دهدمی نشان را نهایی ۶.۱۷ شکل و □□□□□ □□ $Bf$ □□□ ..

هااستدلال همان با هازمان چندین دادن رخ کردن اعمال به هاتماس متعدد که دهدمی نشان ۶.۱۶ شکل فقط شده ارزیابی بودند اینها اگر آورد دست به باش توانستمی کارایی




**۶.۱۶. شکل** ۶.۱۵ شکل در مثال ... دهید درخواست از ساختار بگیرید تماس بازگشتی (سپردن خاطر به بدون).




**۶.۱۷. شکل** ۶.۱۵ شکل در □□ □□ و $Bf$ □□ در که □ ( $Bg$ □ □ □ □ +) اعمال نتیجه است شده داده نشان .

به شده شناخته است تکنیک نویسی‌برنامه این هاتماس آینده برای آورد یاد به نتیجه ... و زمان اول ... او نتیجه در ... که مزیت ... دارد آن ،کارآمد بیشتر بودن عنوان به خب که همانطور نویسی خاطره عنوان نیاز ... بردمی بین از نویسی خاطره از استفاده با ،مثال این در) .کاهش کمتر کندمی ایجاب دی دی بی آرگومان اندازه نظر از کنید اعمال ،سپردن خاطر به بدون (.کاملاً دادن کاهش بگیرید تماس نهایی ... برای از شماره ... ،یادآوری با .کندمی ایجاد دیگر فراخوانی دو ،برگ غیر فراخوانی هر زیرا ، است نمایی هایش ... از اندازه ... است □ که جایی ، □□ □□ □ □ ۲ توسط شده محدود است کردن اعمال به هاتماس زیاد اغلب است عملکرد.واقعی ... پیچیدگی؛ زمان بدترین الف است این (BDD) بدن بدشکلی اختلال این از بهتر

### 6.2.3 الگوریتم کردن محدود

به کردن محدود الگوریتم یک نیاز ما ، □ فرمول بولی الف نماینده □ □ دی دی بی او یک شده داده .کندمی محاسبه را یافته‌کاهش OBDD ( □ □□□□□ □ 0) شود محدود فراخوانی که طوری 0) کردن محدود برای الگوریتم □ □ عنوان به سفارش متغیر همان ... از استفاده با [ $x$/ 0] □ نماینده با شده گذاری برچسب $n$ گره هر برای .کند می دنبال عنوان به کندمی کار ( □ □ □□□□□ □ گیریم‌می تماس سپس .شد برداشته است □ و ( □ )لو به شده‌هدایت هستند هالبه ورودی ، □□□ طور به ( □ □ □□□□□ □ 1) کردن محدود تماس دی دی بی او نتیجه در ... روی دادن کاهش ( □□□ ) سلام به هالبه ورودی مسیر تغییر الان ما فقط ، رودمی پیش مشابه .).

### 6.2.4 الگوریتم دارد وجود

استدلال آن مقادیر ... روی محدودیت الف دادن قرار عنوان به از کرد فکر باش تواندمی تابع بولی الف □ □□ □□□□□ $x$ اگر فقط به کندمی ارزیابی ( □ □ ) + □□□□ تابع ... ،مثال برای .متغیرها $z$ و $y$ ، $x$ روی محدودیت یک این - است ۱ با برابر $z$ و ۰ با برابر $y$ یا شود؛می ۱ □□□□□ □□□ .

.مربوطه متغیرهای .کنیم بیان ... از ای‌زیرمجموعه روی را محدودیت کاهش میزان بتوانیم که است مفید روی محدودیت ... با □ بولی تابع برای □ .□□□□□□□□□ $x$ □□ E ما ،کار این برای که ;[ $x$/ 1] □ +[ $x$/ 0] □ عنوان به شده تعریف است □ . ایکس ،رسماً .گرفته آرام □□□□ که شده داده .۱ به یا 0 .شود درست آن به $x$ دادن قرار با بتواند $f$ اگر است درست $f$ . ایکس ،است □□□□. □ ≔ □ [ $x$/ 0] + □ [ $x$/ 1] ... وجود تواندمی الگوریتم دارد E عنوان به کردن محدود و کردن اعمال هاالگوریتم ... از اصطلاحات در شده اجرا باش

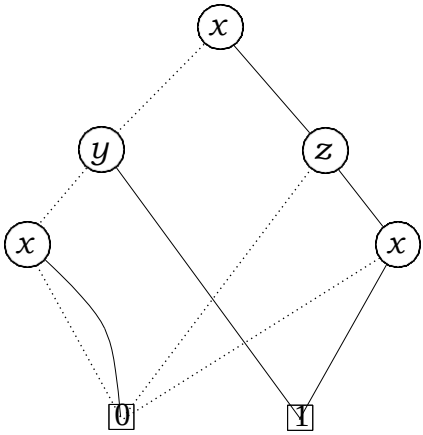
کردن محدود □ (□ □ □□□□□ □ 0) کردن محدود □ +) کردن اعمال
(1 □ □□□□□□ □ □)) ( 6.3)

+ ۱ □ ۰ □ □□□ = □ تابع ... برای □ □ دی دی بی او ... ،مثال برای ،بگیرید نظر در ۰ عدد □

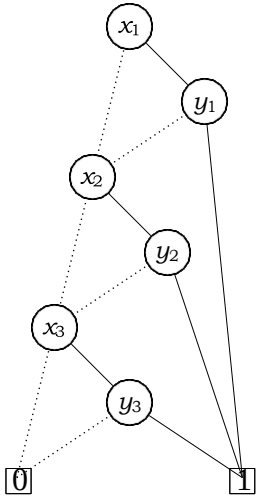
کردن محدود دهدمی نشان ۶.۲۰ شکل .۶.۱۹ شکل در شده داده نشان ، ۳ □ ۰ □□□ ۳ + ۲ □ بر + اعمال نتیجه و ( □ □ □ ۳ □□□□□ □ 1) کردن محدود و ( □ □ □ ۳ □□□□□ □ 0) مورد این در) .آنها روی

.)استدلال دوم آن بازگشت به اقتدمی اتفاق تابع کردن اعمال ...

اعمال ... افتدمی اتفاقی چه طول در که بگیرید نظر در .الگوریتم این کارایی بخشیم بهبود توانیم‌می ما بدن بدشکلی اختلال دو روی کندمی کار الگوریتم کردن اعمال ... ،مورد که در .(6.3) از مرحله کردن □ $x$ های‌گره ... از سطح ... به پایین راه ... همه یکسان هستند که (BDD)



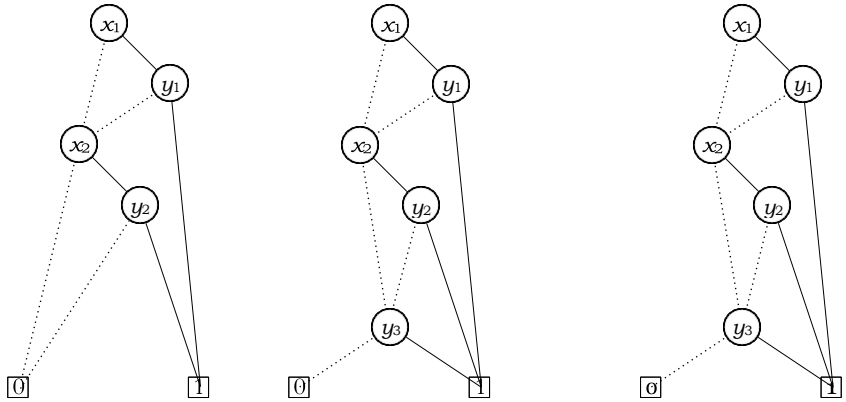

**۶.۱۸. شکل** .بدن بدشکلی اختلال - ۱ -بخوانید الف نه است که دی دی بی الف از مثال یک



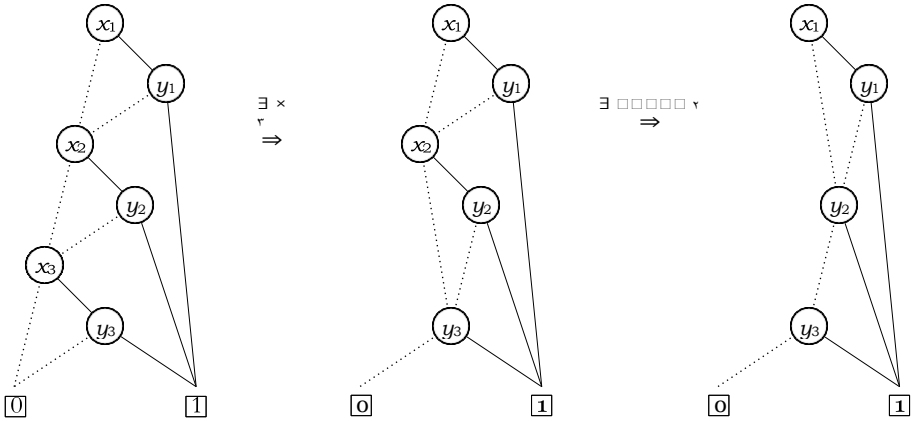

**۶.۱۹. شکل** .الگوریتم دارد وجود ... دادن نشان به □ دی دی بی الف

□ $x$ های‌گره ... در . $x$ های‌گره ... به پایین ساختار که دارد همچنین دی دی بی بازگشته ... بنابراین ... محاسبه الگوریتم کردن اعمال ... بنابراین ،متفاوت (BDD) بدن بدشکلی اختلال استدلال دو ... است این .نتیجه ... از subBDD عنوان به که بازگشت و ها subBDD دو اینها به + از کردن اعمال توسط □ .□□□□ برای دی دی بی او ... کند محاسبه تواندمی ما ،بنابراین .۶.۲۰ شکل در مصور با □□□ □□□ □□□□ $x$ برچسب با گره هر کردن جایگزین و □E برای دی دی بی او ... گرفتن عملیات از ای‌دنباله به راحتی به توان‌می را این .آن شاخه دو و + روی شودمی اعمال فراخوانی نتیجه ما . داد تعمیم موجود

E ( □□□□□E توان به ( 1 معنی به □ E ضربدر بنویس
□...□ □□□□ □□ ). □□□ □□□.□□ □□□□ ای .... ۲ ضربدر .۱ ضربدر کجا □ □□□ $x$ ۲ ، $x1$ ) دهنده نشان




**شکل ۶.۲۰.** کردن محدود و (□ □ □ ۳ □□□□□ □ 0) کردن محدود □ 1) آنها به + اعمال نتیجه ... و (□ □ □ ۳ □□□□□.




**شکل ۶.۲۱.** OBDD برای ها □ ضربدر ، □ ۳. ضربدر و □ ۲. ضربدر و ۳. .

کردن جایگزین با □ برای دی دی بی او ... از آمده دست به است تابع بولی این برای دی دی بی او هاشاخه دو آن از + ... توسط □□ □ □ □ □ یک با شده گذاری برچسب گره □□ که) □ ۳. ضربدر ۲. ضربدر و $f$.۳ □□□□□ E از محاسبه ... دهدمی نشان ۶.۲۱ شکل ترتیب این به (۳ □ + ۲ □ + ۱ □ · $x_1$ با معادل است معنایی نظر از.
ه از دوگانه ... است ∀ سنجکمیت بولی :

$$\forall\, xf \stackrel{\text{def}}{=} \square[0/x] \cdot \square[1/x]$$

۱. به یا 0 به □□□□ دادن قرار توسط نادرست شده ساخته باش توانستمی □ که کردن ادعا در شده خلاصه است بخش این از هاالگوریتم ... از استفاده با ها OBDD به هافرمول بولی از ترجمه شکل ۶.۲۲.

| فرمول بولی □ | دی دی بی او نمایندگی □ □ □ . |
|---|---|
| 0 | (۶.۶ شکل) |
| ۱ | □ ، (.شکل) ۶.۶) |
| □ | □ □□□□ (.شکل) ۶.۶) |
| □ | $B_f$ در را ۱ و ۰ های‌گره □□□□□ □□□□. |
| □ | □ □ □ □ □ (+ شود اعمال |
| □ | □ □ □ □ ( ۰ شود اعمال ر |
| | □ □ □ ( ⊕ شود اعمال ر □ |
| □ | □ □ 1) کردن محدود ر □ |
| □ | □□□□□□ □ □) محدود |
| □ + □□□ | □ □□□□□□ □ 0) کردن |
| □ ۰ | □) |
| $g\ f\ \oplus$ | □ □ □ □ [0 /x ] □ □ □ [1 /x ]) کردن اعمال (+ |
| □ □ [1 /x ] | □ □ □ □ [0 /x ] □ □ □ [1 /x ]) کردن اعمال ( ۰ |
| □ [0 /x ] | |
| □□□□ ای □□ | |
| ∀ xf | |

**شکل ۶.۲۲.** و ثابت ترتیب یک شده داده ، □ □ ها OBDD به □ هافرمول بولی ترجمه بولی متغیرهای روی سراسری.

| Algorithm | Input OBDD(s) | Output OBDD | Time-complexity |
|---|---|---|---|
| reduce | $B$ | reduced $B$ | $O(\|B\| \cdot \log \|B\|)$ |
| apply | $B_f$, $B_g$ (reduced) | $B_{f \text{ op } g}$ (reduced) | $O(\|B_f\| \cdot \|B_g\|)$ |
| restrict | $B_f$ (reduced) | $B_{f[0/x]}$ or $B_{f[1/x]}$ (reduced) | $O(\|B_f\| \cdot \log \|B_f\|)$ |
| E | $B_f$ (reduced) | $B_{\exists x_1.\exists x_2.\ldots.\exists x_n.f}$ (reduced) | NP-complete |

**شکل ۶.۲۳.** اجرای زمان برای (ها)OBDD ورودی ... از اصطلاحات در مرزها بالایی است نیاز مورد بولی های‌فرمول سازی‌پیاده در که ما های‌الگوریتم حالت بدترین.

### 6.2.5 از ارزیابی OBDD ها

**محاسبات برای هاپیچیدگی زمان OBDD ها** از پیچیدگی ... گیری اندازه تواندمی ما از اصطلاحات در زمان دویدن ... برای مرزهایی بالایی دادن توسط بخش قبلی ... از هاالگوریتم ... را بالا های‌کران این ۶.۲۳ شکل جدول (OBDD) احتقان ضد داروهای ورودی ... از هااندازه ...

های‌نسخه به نسبت هاالگوریتم از تری‌پیچیده های‌نسخه به است ممکن بالا های‌کران این از برخی) کندمی خلاصه
در کارآمد عملاً هستند تو در تو بولی سازی‌کمی جز به عملیات همه .(باشند داشته نیاز فصل این در شده ارائه
با هاسیستم بزرگ خیلی سازی‌مدل ،بنابراین (OBDD) احتقان ضد داروهای کننده شرکت ... از اندازه ...
ها OBDD ... اگر کار اراده رویکرد این

اندازه ... کنترل -جورایی یه تواندمی ما اگر .سریع هم بزرگ هم کردن رشد نکن هاسیستم ... نمایندگی که عملیات این آنگاه ،متغیرها ترتیب انتخاب ... برای اکتشافات خوب از استفاده با توسط مثلاً ،ها OBDD از از هاکلاس قطعی سازی‌مدل ها OBDD که شده داده نشان شده قبلاً . هستند پذیرامکان محاسباتی نظر از حد از بیش کردن رشد نکن هاشبکه و هاسیستم.

□ .... ۱ □ و $z_n.f$ .... ۱ □ ها سازی کمی بولی تو در تو ... هستند عملیات محاسباتی گران □. □ □ ۱ □ برای دی دی بی او ... از محاسبه ..∀ ،۴۰۶ صفحه روی E ۱ ارزش توسط . □. □ -پی ان یک است ، E □ برای دی دی بی او ... شده داده ،

زمان بدترین شدنی یک با الگوریتم یک دارد وجود آنجا که است بعید است آن ،بنابراین ؛[۲] مشکل کامل تو کارآمد باشند داشته نه است ممکن هاسیستم عملی توابع سازی‌مدل بولی که بگو به نه است این .پیچیدگی بهینه بیشتر استفاده با توسط یافته بهبود باش تواندمی هاالگوریتم ما از عملکرد .هاسنجی‌کمیت بولی تو در سازی موازی عنوان به چنین ،هاتکنیک سازی

در کارآمد فقط هستند غیره و ، کردن محدود ، کردن اعمال عملیات ... که باشید داشته توجه الف باشند داشته نه کندمی □ تابع الف اگر بنابراین (OBDD) احتقان ضد داروهای ورودی ... از اندازه .کارآمد باش نه اراده دی دی بی او آن با محاسبات سپس ،دی دی بی او یک عنوان به نمایندگی جور و جمع ۱ - □ □ کنید فرض . □□□ □□□□ □□□ است آنها از یکی ،راستی به توابع؛ زننده چنین هستند آنجا

و ۱ - □ □ کجا ،صحیح اعداد بیتی $n$ دو باش $_0$ □□ $_{n-2}$ □□ $_{n-1}$ □□ و ۰ □ ... ۲ - □ □ ضرب . هاییت توجه قابل حداقل ... هستند $_0$ □□ و . □ و ها بیت توجه قابل بیشترین ... هستند $_{n-1}$ □□ از کردن فکر است ممکن ما ،بنابراین صحیح عدد بیت- □□□ ۲ الف در نتایج صحیح اعداد دو اینها از □ و □ ورودی برای ها بیت $n$ ) متغیرها □ ۲ در □□ □□ توابع بولی بسیاری □ ۲ عنوان به ضرب .ضرب ... از خروجی بیت □□ ... دهنده نشان □□ □□ کجا ،( □□□ ورودی برای ها بیت برای شده استفاده باش تواندنمی ها OBDD که هانمایش ،برایانت .ای .آر به دلیل به ،نتیجه منفی کردن دنبال .ضرب صحیح عدد سازی‌پیاده

آن یعنی ، □ ۱.۰۹ به متناسب هارأس دارد تعدادی حداقل $_{1-}fn$ از OBDD نمایش □□ **۶.۱۱ قضیه** در نمایی است اندازه □ .

دی بی او ... به هاافزونه و تغییرات بسیاری هستند آنجا **ها OBDD از تغییرات و هاافزونه** خود OBDD همتایان از کارآمدتر خاصی های‌عملیات سازی‌پیاده تواندمی آنها از بسیاری .ساختار هاداده دی در .کلی طور به ها OBDD عنوان به خب عنوان به دادن انجام آنها از کدام هیچ که رسدمی نظر به اما ،هستند کارآمد یک فاقد آنها بنابراین فرم؛ متعارف ... است فقدان تغییرات ... از بسیاری که ویژگی یکی ،خاص .بولی تابع همان ... دادن نشان اشیاء دو زمانی چه گیری تصمیم برای الگوریتم

اپراتورها دودویی با شده گذاری برچسب باش به هاگره ترمینال غیر دهدمی اجازه تنوع از مهربان یکی آنجا که در ها OBDD مانند هستند □□ *OBDD* □□□□□□ .متغیرها بولی عنوان به خب عنوان به در دادن رخ است ممکن متغیر هر و متغیرها روی دادن سفارش یک است

[۲] منطق ای‌گزاره از هافرمول از بخشی رضایت ... بگیرید تصمیم به است مشکل کامل-پی‌ان دیگری.

باشده گذاری برچسب باش است ممکن هاگره ترمینال غیر برخی اما مسیر؛ الف روی بار یک بیشترین
،
... از یا-انحصاری ... است گره آن وسیله به شده نمایندگی تابع ... که است معنی .عملیات یا-انحصاری
، کردن اعمال برای هاالگوریتم مشابه باشند داشته ها OBDD برابری کودکان آن توسط مصمم توابع بولی
زیرا بررسی .فرم متعارف الف باشند داشته نه دادن انجام آنها اما ،عملکرد همان با غیره و ، کردن محدود
وجود سازی‌معادل تعیین برای مکعبی الگوریتم یک ،حال این با .شود انجام ثابت زمان در تواندنمی سازی‌معادل
اجازه ها OBDD از تنوع دیگری هاآزمایش .دارند وجود نیز کارآمدی احتمالی های‌الگوریتم همچنین و دارد؛
تواندمی یکی .است متعارف شکل فقدان اصلی عیب ،هم باز .واضح معنای با ،هاگره سازی مکمل دهدمی
این کودکان دو از بیشتر به شاخه به و برچسب بدون باش به هاگره ترمینال غیر دادن اجازه همچنین
یک :احتمالی بندی‌شاخه عنوان به یا ، غیرقطعی بندی‌شاخه عنوان به یا شد فهمیده باش سپس تواندمی
محاسبه را اشتباه نتایج است ممکن هایی‌روش چنین .دهید ادامه کجا را مسیر شود مشخص تا بیندازید تاس جفت
عنوان به احتمالی خطای ... داشتن نگه به آزمون ... کردن تکرار در اهداف سپس یکی کنند؛
شودمی نامیده هاآزمایش احتمالاتی کردن تکرار از روش این .نظر مورد عنوان به کوچک
شاخه شاخه احتمالاتی برای مشکل بخشی رضایت ... ،متأسفانه . □□□□□ □□□□□□□□□□
-احتمال ،باشید داشته توجه خوب یک روشن .NP کامل هستند ها OBDD شدن
.ضرب صحیح عدد □□□□□ تواندمی ها OBDD شدن شاخه شاخه توانا
است توابع بولی از هاکلاس قطعی به سفارشی هستند که OBDDS از تغییرات یا هاافزونه از توسعه
. مداوم تحقیقات از منطقه مهم یک

## 6.3 بررسی مدل نمادین

آنها زیرا ،شد 1990 دهه اوایل در تأیید در توجهی قابل پیشرفت به منجر مدل بررسی در هاBDD از استفاده
ما ،بخش این در .شد تأیید باش به فضاها ایالت .اندکرده فراهم را بزرگتر بسیار ابعاد با هایی‌سیستم امکان
از استفاده با 3 فصل در شده ارائه مدل بررسی الگوریتم سازی‌پیاده چگونگی جزئیات در کردن توصیف
.ساختار هاداده اساسی ... عنوان به ها OBDD

بازده و $\varphi$ CTL فرمول ورودی عنوان به گیردمی ۲۲۷ صفحه روی ۳.۲۸ شکل در شده ارائه کد شبه
الگوریتم ... که دهدمی نشان کد ... از بازرسی . کنید برآورده را $\varphi$ که مدلی شده داده از هاایالت از مجموعه
میانی حالت و مدل چگونه که دهیمی نشان بخش این در .هاحالت میانی های‌مجموعه دستکاری از از متشکل
آن در نیاز مورد عملیات ... چگونه و ها؛ OBDD عنوان به شده ذخیره باش تواندمی هاایالت از هامجموعه
در شده دیده باشند داشته ما که ها OBDD .کرد سازی‌پیاده ... روی عملیات حسب بر توان‌می را کد شبه
فصل این

هم با ،ها OBDD با شده نمایندگی هستند هاایالت از هامجموعه چگونه دادن نشان توسط شروع ما
و سیستم؛ گذار ... از نمایندگی به که دادن گسترش ما ،سپس .است نیاز مورد عملیات ... از برخی با
.شده اجرا است عملیات نیاز مورد ... از مانده باقی چگونه دادن نشان ما ،سرانجام

□□□□□ □□□ □□□□□□ شود می نامیده است ها OBDD از استفاده با بررسی مدل صورت به هاحالت از هامجموعه ،بلکه نماینده نه هستند هاایالت فردی که اصطلاحی تأکیدات . □□□□ کنندمی برآورده را بررسی مورد فرمول که هایی‌حالت یعنی ،شوندمی داده نمایش نمادین.

### 6.3.1 هاایالت از مجموعه ... از هازیرمجموعه نمایندگی

□□ مجموعه الف است آن که لحظه ... برای کردن فراموش ما) مجموعه متناهی الف باش □ بگذارید که آنجایی از .ها OBDD عنوان به .□□□ $S$ مختلف های‌زیرمجموعه نمایش وظیفه .( □□□□□□□ عنوان به □ از عناصر ... کد به نحوی به نیاز ما ،توابع کنندمی کدگذاری را بولی مقادیر ها OBDD □ □□ ∈ عنصر کدام هر به دادن اختصاص به است عمومی در این دادن انجام به راه بولی مقادیر $v_1$ , □□□□ ۲ □...□ $v_n$)، هر $vi_i \in \{0 \square 1\}$. مقادیر بولی از بردار فرد به منحصر □ ۱ □□□ ) هانقشه که □□ □ تابع بولی ... توسط □□ زیرمجموعه الف دهیم‌می نشان ما ،سپس □□□□ ۲ □...□ $v_n$) روی آن هانقشه و □□ ∈ □□ اگر ۱ صورت این غیر در 0 روی □□□□ ۲ □...□ $vn$) بولی بردارهای .دارد وجود $n$ باید $n$ ،بنابراین . $n$ طول به $v_1$ □ □□□□ ۲ □...□ ) بولی بردار توان □ اگر . □□□ $S$ |در| عناصر تعداد $S$ آن در که □ $2n^{-1} < S \le 2n$ که شود انتخاب طوری ؛ □□ از عنصر هر به مطابقت نه دادن انجام که داشت خواهد وجود بردار تعدادی ،نیست ۲ از دقیقی کدام هر برای ،ما گویدمی که ۱ □ 0 □ ۱ □ 0 : □□ □ تابع .شد گرفته نادیده فقط هستند آنها $T$ مجموعه در آیا اینکه ،$(v_n$ □...□ ۲ □□□□ □ ۱ □□□ { } → { } ) توسط شده نمایندگی ، □□ □□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ از شودمی نامیده . □□

مراجعه) ( □ □ □ ) = سیستم گذار الف از هاایالت از مجموعه ... است □ که مورد ... در بولی عنوان به □ از نمایندگی ... کردن انتخاب از راه طبیعی الف است آنجا ،(۳.۴ تعریف به کنید

کجا) ( هاتم ) P → □□ : □ تابع زدن برچسب بردارها

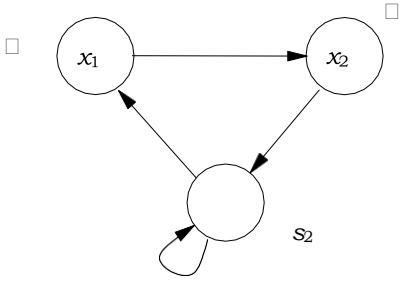
کنید فرض ما کدگذاری ... ما دهدمی ( هاتم از هازیرمجموعه از مجموعه ... است ( هاتم ) P و ، □□ □□□□ □...□ $x_1$ □ □□□□ ۲ بگو ، هاتم مجموعه ... روی دادن سفارش ثابت الف نمایندگی سپس

∈ کدام هر برای ،کجا ،$(v_n$ □...□ ۲ □□□□□ ۱ □□□ ) بردار ... توسط □□ ∉ □□ غیر در 0 است □□ □□□ و ( □□ ) □ □□ □□□□ اگر ۱ است برابر □□ □□□ ، □□ بولی الف عنوان به فرد به منحصر نمایش الف دارد □□ کدام هر که تضمین به سفارش در .صورت این □ |=| بر دارد دلالت $L(s1) = L(s2)$ ، □□ ∈ ۲ □ □ ۱ □ همه برای ،که داشتن نیاز ما ،بردار گزاره اتمی اضافی کردن اضافه توانندمی ما ، □ > |هاتم| ۲ زیرا شاید ،مورد ... نه است این اگر □ ۲ در محرومیت متقابل برای متغیر نوبت ... از مقدمه .□.□ ) تمایزات کافی اندازه به ساختن به سفارش در ها بخش ۳.۳.۴.)

□□□□□ ۲ $v_1$ ) بردار بولی نماینده آن توسط □ ∈ $s$ حالت الف به ارجاع ما ،روی الان از این غیر در 0 و ( □□ ) □ □□□□ □□ ∈ □□ □□□ اگر ۱ است □□ کجا ،$(v_n$ □...□ $l_2$ ، ،است شده داده نشان $l_1$ بولی تابع OBDD توسط حالت این ،OBDD یک که همانطور .صورت $x_i$ { $L$ } اگر است □□ □□□□ $li_i$ □□ = در که ، ∈ $ln$ شده نمایندگی است □ □ □...□ ۲ □ □ ۱ □ هاحالت مجموعه .صورت این غیر در $x_i$ و ( $s$ ) تابع بولی ... از دی دی بی او ... توسط

( □ ۱۱) · □ ۱۲ · · · · · □ ۱ □ )+ ( □ ۲۱) · □ ۲۲ · · · · · □ ۲ □ )+ · · · + ( □□□□ □□□ ۱ · □□□□ □□□ □□□□ ( ..... □□□□ □□□ □□□□ )

کجا □□ □□ ۱ ۰ □□ □□ ۲ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ □ □□ نشان دهنده ایالت □□ □□□□.




**۶.۲۴. شکل** مدل ال تی سی ساده الف (۶.۱۲ مثال).

| set of states | representation by boolean values | representation by boolean function |
|---|---|---|
| $\emptyset$ | | $0$ |
| $\{s_0\}$ | $(1,0)$ | $x_1 \cdot \overline{x_2}$ |
| $\{s_1\}$ | $(0,1)$ | $\overline{x_1} \cdot x_2$ |
| $\{s_2\}$ | $(0,0)$ | $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$ |
| $\{s_0, s_1\}$ | $(1,0)$, $(0,1)$ | $x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2$ |
| $\{s_0, s_2\}$ | $(1,0)$, $(0,0)$ | $x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$ |
| $\{s_1, s_2\}$ | $(0,1)$, $(0,0)$ | $\overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$ |
| $S$ | $(1,0)$, $(0,1)$, $(0,0)$ | $x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$ |

**۶.۲۵. شکل** ۶.۲۴ شکل از مدل ... از هاایالت از هازیرمجموعه از نمایندگی.

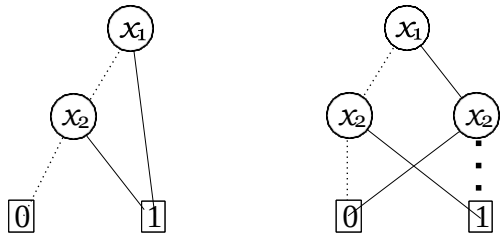
هاایالت از مجموعه الف نماینده OBDD که است جالب نمایندگی این شودمی باعث که نقطه کلید کوچک کاملاً باش است ممکن.

**۶.۱۲ مثال** توسط شده داده، ۶.۲۴ شکل در مدل ال تی سی ... بگیرید نظر در:

□ $\stackrel{\text{def}}{=}$ { $s_0$ □ □ ۱ □ □ ۲ }
→ $\stackrel{\text{def}}{=}$ { ( $s_0$ □ □ ۱ ) □ ( □ ۱ □ □ ۲ ) □
( □ ۲ □ □ □ □ □ □ . ) □ ( □ □ □ □ □ □ ۲ □ $s$
^۲ ) } $L$ ( $s$ ^۰ ) = { $x$^۱ }
□ ( □ □ □ □ □ □ ۱ ) = { □ □ □ □ □ □ ۲ }
□ ( □ □ □ □ □ □ ۲ ) = ∅ .

$L(s1) = L(s2)$، $s2$ و $s_1$ هاحالت همه برای که دارد را ویژگی این که باشید داشته توجه صحیح آن در هافرمول اتمی ... توسط کاملاً مصمم است ایالت الف یعنی، □ ۲ = □ بر دارد دلالت $x_1$ ] دادن سفارش ... با .داد نمایش بولی هایفرمول و بولی مقادیر با توانمی را هاحالت مجموعه .هستند □ □ □ □ □ □ ۲ ]، ۶.۲۵ شکل در شده داده نشان عنوان به.

هستند ما ،بنابراین . هستند بلااستفاده عدد □ □ □ □ ۱ مربوطه تابع و (۱ □ 1) بردار که اطلاعیه زیرمجموعه الف از نمایندگی ... در آن شدن شامل به رایگان




**شکل ۶.۲۶.** مجموعه ... برای ها OBDD دو { □ □ $s_0$ } (مثال ۶.۱۲).

اندازه سازی بهینه به سفارش در نه یا آن شدن شامل به کنید انتخاب است ممکن ما بنابراین نه؛ یا □ از $x_1$ + بولی تابع ... با است شده داده نشان بهتر { □ □ $s_0$ } زیرمجموعه ،مثال برای .OBDD از (شکل ۶.۲۶). عدد □ ۰ □□□ ۱ + عدد □ ۰ . □□□ *x1* از کوچکتر آن OBDD زیرا ، *x2*

OBDD که آنجایی □□ از هازیرمجموعه از نمایندگی ... که ادعا ... کردن توجیه به سفارش در روی عملیات ... چگونه در کن نگاه باید ما ،بود خواهند مناسب 3.6.1 بخش در شده ارائه الگوریتم برای ها ما عملیات ... از اصطلاحات در شده اجرا باش تواندمی الگوریتم که در شده استفاده هستند که هازیرمجموعه از عبارتند الگوریتم که در عملیات . ها OBDD روی شده تعریف باشند داشته:

- توابع بولی ... توسط شوندمی نمایندگی اینها که واضح است آن هازیرمجموعه از سازی مکمل و اتحادیه ،تقاطع سازی‌پیاده .ترتیب به ¯ و +، ۰ از ها OBDD طریق از الگوریتم کردن اعمال ... کندمی استفاده + و (بخش ۶.۲.۲).
- توابع

$$\begin{aligned} \text{pre}_{\exists}(X) &= \{\, s \in S \mid \text{وجود } s' \text{ دارد ،} (s \to s' \text{ و } s' \in X) \,\} \\ \text{pre}_{\forall}(X) &= \{\, s \mid \text{همه برای } s' \text{ ،} (s \to s' \text{ دلالت بر دارد □□ } \in \text{ □□□□}) \,\} \end{aligned} \tag{6.4}$$

پیش تابع $_{\exists}$ (اروپا اتحادیه شنبه و سابق شنبه در کلام بی) زیرمجموعه الف گیردمی □□□□ هاایالت از شده استفاده ، $\text{pre}_{\forall}$ تابع . □□□□ به گذار الف ساختن تواندمی که هاایالت از مجموعه ... بازده و ، شنبه در به □□□ گذار یک ساختن تواندمی که هاایالت از مجموعه ... بازده و □□□□ مجموعه الف گیردمی به اول داریم نیاز ما ،ها OBDD از اصطلاحات در شده اجرا هستند اینها چگونه دیدن به سفارش در . □□□□ شده نمایندگی است خودش گذار رابطه چگونه کن نگاه.

## رابطه گذار ... نمایندگی 6.3.2

$S$ از ای‌زیرمجموعه $(S \to L) =$ ▬ مدل یک → انتقال رابطه $S \times S$ صورت به باش است ممکن مجموعه متناهی شده داده الف از هازیرمجموعه آن شده دیده قبلاً داریم . □□□ رمزگذاری دودویی الف از تابع مشخصه ... گرفتن نظر در با توسط ها OBDD است شده داده نشان زیر شده داده طبیعی طور به است کدگذاری دودویی ... ، □□ از هازیرمجموعه از مورد ... در مانند فقط آن از نسخه دو به ما ، $S \times$ □ از ای‌زیرمجموعه است یک → که آنجایی از $L$. تابع زدن برچسب ... توسط از جفت ... توسط شده نمایندگی است □□ → □□ پیوند ... ،بنابراین بردارها بولی ... داریم نیاز

| $x_1$ | $x_2$ | $x'_1$ | $x'_2$ | $\rightarrow$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

| $x_1$ | $x'_1$ | $x_2$ | $x'_2$ | $\rightarrow$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

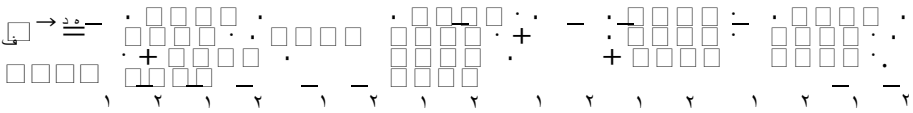
مثال به) □.□□ **شکل انتقال رابطه برای درستی جدول .۶.۲۷ شکل** □ ۲ □□□□ ، $x_2$ ] دهدمی نشان را متغیرها ترتیب چپ سمت نسخه .(کنید مراجعه ۶.۱۳ □□□□ ′ ۱ □ □□□□ ′ ۲ ] متغیرها سفارشات یکی درست ... که حالی در ، $x_1$ □ □□□□ ′ ۱ □ □□□□ ۲ □ $x'_2$ ] ( اندشده مرتب لغوی صورت به هاردیف ).

$vi_i$ آن در که ،((□ □□ □ ۰ ، $v_1$ ۰ □ ... □ $v_n$), ( $v_1$ ۰ , $v_2$ ۰ □ ... □ □□ □ ۰ )) بردارها بولی طور به و صورت؛ این غیر در 0 و ( □ ∈ ) □ ∈ □ □□□ □□ □ □□□□□ □□□□□ □□ □ □□□. اگر یک که همانطور .صورت این غیر در 0 و ( □ □□ ۰ ) □ □□ □□ اگر ۱ است ۰ □□ □□ ،مشابه تابع بولی ... برای دی دی بی او ... توسط شده نمایندگی است پیوند ... ،OBDD

( □ ۱ ۰ □ ۲ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰ □ □ ) ۰ ( □ ۱ ۰ ۰ □ 2 □ □ ۰ )

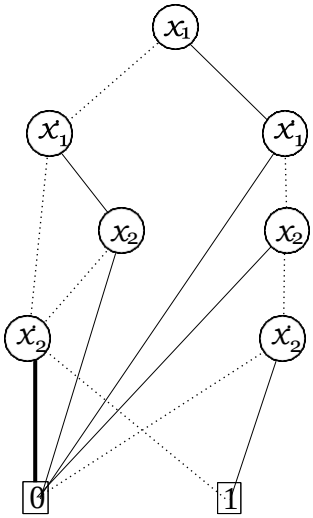
... برای دی دی پی او ... است ( رابطه کل ... ،مثال برای) هالینک از مجموعه الف و هافرمول چنین از +

عنوان به آن دادن نشان اول ما ،۶.۲۴ - شکل انتقال رابطه برای OBDD محاسبه برای **۶.۱۳ مثال** است انتقال رابطه در پیوند یک به مربوط آخر ستون در ۱ کدام هر .((چپ) ۶.۲۷ شکل) میز حقیقت الف ... از انفصال ... گرفتن با آمده دست به است تابع بولی .پیوند الف از غیبت ... به به مربوط 0 هر و است و ستون آخرین ... در ۱ داشتن هاردیف



(6.5)

شده سازی آماده و پرایمر بدون لایه دو بین به کارآمد بیشتر معمولاً است آن که بیرون هانوبت آن استفاده بنابراین ما . → برای دادن سفارش متغیر دی دی بی او ... در متغیرها




**شکل ۶.۲۸.** ۶.۱۳ مثال از رابطه گذار ... برای دی دی بی او یک

[ $x_1$ □ □□□□ □ ۱ □ □□□□ □ ۲ □ □□□□ □ ۱ □ × □ ۲ □□□□ □ ۱ □ □□□□ □ ۲ ] از بلکه [ $x_1$ □ □□□□ □ ۱ □ □□□□ □ ۲ ] شکل ۶.۲۷ (راست) دهدمی نشان ... با شده ترسیم دوباره حقیقت جدول تنیده درهم
دی دی بی او نتیجه در شناسی‌واژه نظر از شدند مرتب دوباره هاردیف ... و هاستون ... از دادن سفارش
۶.۲۸ شکل در شده داده نشان است.

### 6.3.3 پیش و ∃ پیش توابع ... سازی‌پیاده ∀

pre∃ ( X ) برای OBDD یک توان‌می چگونه که است این دادن نشان ماندمی باقی که چیزی تنها
برای → □ و □□□□ برای □□□□ □□ ها OBDD شده داده ،کرد محاسبه را pre∀ ( X ) و
اول . → رابطه گذار ... پیش که مشاهده ما و سازی مکمل از اصطلاحات شده بیان‌باش قوطی
ما کجا ،( □□□□ − S ) پیش − □ = ( □□□□ ) پیش :است زیر شرح به عنوان به ، پیش
... برای □ − □ بنویس

محاسبه چگونه بده توضیح فقط نیاز ما ،بنابراین ∃ . □ در نه هستند ∀ h که □ ∈ □□ همه از ∃ مجموعه
(6.4) حالا . → □ و □□□□ □□ از اصطلاحات در ( □□□□ ∃) پیش برای دی دی بی او ... کردن
کندمی پیشنهاد
است زیر شرح به عنوان به دهید ادامه باید یکی که:

1. دی دی بی او نتیجه در ... بگیرید تماس ها؛نسخه شده پرایم آنها به □□ □□□□ در متغیرها ... نام تغییر □□ □□□□ '.
2. محاسبه ... برای دی دی بی او s ( $\hat{x}$ ′ ) شود اعمال . باشد داشته وجود ( □ □ → □ □□ □□□□ ′)) و کردن اعمال ... از استفاده با
   الگوریتم دارد وجود (۶.۲.۴ و ۶.۲.۲ هابخش) ها.

### 6.3.4 سنتز OBDD ها

محاسبه به بود رابطه گذار ... برای دی دی بی او یک کردن تولید برای ۶.۱۳ مثال در شده استفاده روش

از فرم؛ یافته کاهش کامل طور به آن در باش نه شاید که دی دی بی او یک سپس و میز حقیقت ... اول
به بگیرید تماس نهایی الف برای نیاز ... رو این

اندازه بینانه واقع به بود خواهد قبول غیرقابل اعمال صورت در رویه این ،حال این با .تابع دادن کاهش ... بولی از شماره ... در نمایی است اندازه میزها حقیقت برای ،متغیرها از شماره بزرگ الف با هاسیستم سیستم الف گرفتن بنابراین است هاسیستم متناهی به ها OBDD کردن اعمال از جاذبه و ایده کلید .متغیرها عبور به نیاز بدون ،مستقیماً را OBDD کردن سنتز به و وی ام اس عنوان به چنین زبان الف در توضیحات .اندازه در نمایی هستند که (جداول حقیقت یا □□□□□□ تصمیم دودویی مانند ) واسطه های‌نمایش از

از هاارزش .کنیم تعریف آن فعلی مقدار اساس بر را متغیر یک بعدی مقدار دهدمی اجازه ما به SMV از مجموعه الف به شده گردآوری باش تواندمی این .[۳] (۳.۳.۲ بخش در کد از هامثال ... ببینید) متغیرها □□ □□□□ از ارزش بعدی ... کردن تعریف □□ متغیر کدام هر برای یکی ، □□ □□ توابع بولی مانند) غیرقطعی تخصیص با آمدن کنار منظور به . متغیرها همه از هاارزش فعلی ... از اصطلاحات در توسط متغیرها از مجموعه ... دادن گسترش ما ،(۱۹۲ صفحه روی مثال ... در وضعیت به تخصیص □□ .□□□□ کدام هر ورودی ... مدل که متغیرها نامحدود کردن اضافه

□□ □□ □□ .□□□□ ،بنابراین متغیرها؛ از مجموعه شده بزرگ این از تابع قطعی الف است است آن یعنی ،هاارزش همان ... محاسبه □□□ و □ ،اگر فقط و ،اگر 1 = □□□ □ کجا □□ □□ .برای نویسی خلاصه الف

فرم از بنابراین است رابطه گذار ... نماینده تابع بولی

$$\square\square\square\square \cdot \square\square \leftrightarrow \square\square \square \square \qquad (۶.۶)$$

$$۱ \leq i \leq n$$

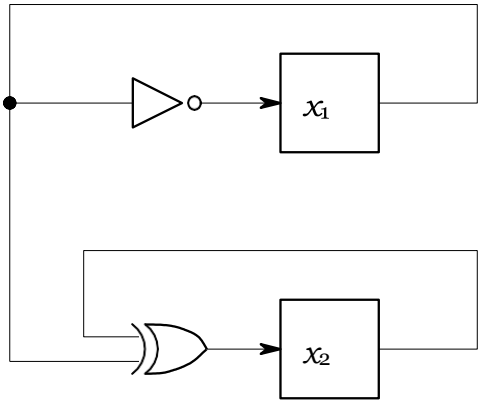
داشته توجه .$g_n$ ... ۲ □□□ ۱ .□□□ برای اختصاری عبارت یک □□ □□ □□ ۱ □□ کجا ورودی یک □□□□ تو اگر ،بنابراین .متغیرها ورودی غیر ... از بیش هامحدوده فقط که باشید .(fu u) □□ فو و . نیست $u$ هیچ شامل بولی تابع ... ،متغیر

درخت تجزیه از شده محاسبه باش توانستمی دی دی بی او یافته کاهش ... چگونه داد نشان ۶.۲۲ شکل در را SMV های‌برنامه کردن کامپایل به است ممکن است آن ،بنابراین .تابع بولی الف چنین از الان ، شنبه تابع ... از کد شبه ... به .شود اجرا آن با مطابق آنها مشخصات تا دهید قرار هاOBDD می سازی‌پیاده دی دی بی او این که دیدن اراده ما عدد ۳۹۶ صفحه روشن .ها OBDD از بیش شده تفسیر هامحدودیت انصاف ساده به یافته امتداد باش تواند

نشان ما ،تأیید برای ها OBDD از دیگری کاربرد عنوان به **ترتیبی مدارهای سازی‌مدل** شده سنتز باش است ممکن مدارها نماینده ها OBDD چگونه دادن.

به مانند مدار متوالی الف از طراحی الف باشند داشته ما که کنید فرض □□□□□□ □□□□□□ که معنی به) مدار همزمان الف است این .۶.۲۹ شکل در یکی ... عنوان

[۳] به بعدی کلیدی کلمه ... یعنی ،هاارزش بعدی از اصطلاحات در شده تعریف باش به هاارزش بعدی دهدمی اجازه همچنین وی ام اس را ویژگی آن اینجا در ما اما ،مثال عنوان به زیرا ،است مفید هاسازی‌همگام توصیف برای این .=: راست سمت عبارات در شدن ظاهر .گیریم‌می نادیده




**۶.۲۹. شکل** .کندمی ثبت دو با مدار همزمان ساده الف

شده توصیف باش تواندمی عملکرد که (موازی در همزمان شدهروزرسانی‌یه هستند متغیرها ایالت ... همه □ تابع .هستند مدار ... از ایالت بعدی ... در $x_2$ و □□□ ۱ ها ثبت ... از هاارزش ... چه گفتن توسط از عبارتند مدارها ممکن بعدی های‌حالت ... کدگذاری →

$$(x'_1 \leftrightarrow \overline{x}_1) \cdot (x'_2 \leftrightarrow \square\square\square_1 \oplus \square\square\square\square\square_2). \quad (۶.۷)$$

.کرد تبدیل OBDD یک به ۶.۲۲ شکل در شدهخلاصه های‌روش با را این توان‌می اکنون

ساختار منطقی آن است در مدارها همزمان از کدگذاری نمادین .□□□□□□□ □□□□□□□□□ مقایسه (6.6) و (6.7) در را هاکدگذاری ها؛مدل ال تی سی برای → □ از کدگذاری ... به مشابه خیلی .تغییرات → □ از ساختار منطقی ... ،وی ام اس در موجود فرآیندهای یا ،ناهمزمان مدارهای در .کنید جزء در ایالت بعدی است ممکن ... کد که □□ □□ توابع ساخت تواندمی ما ،از قبل که همانطور های راه اصلی مدیر هستند تا دو آنجا ،هاسیستم ناهمزمان برای □□ ،فرآیند وی ام اس یا ، □□□□ :رفتار سیستم جهانی به توابع اینها آهنگسازی

- ساختن است ممکن اجزا از شماره هر که در یکی است گذار جهانی الف ، □□□ □□□□□□ الف در عنوان به شده سازی‌مدل است این .گذار محلی آنها

$$\square \rightarrow \square' \stackrel{\text{def}}{=} \bigwedge_{i=1}^{n} ((x'_i \leftrightarrow \square_i) + (\square_i \square\square\square\square' \leftrightarrow \square\square\square\square)) \quad (6.8)$$

- گذار؛ محلی الف شودمی باعث جزء محلی یکی دقیقاً ، □□□ □□□□□□□□□□□ یک در

حالت محلی آنها در ماندن باقی اجزا محلی دیگر همه:

$$\square \to {}^{\text{ه}}=_n^{\text{ef}} \sum_{\square} \left( \square\square\square\square' \leftrightarrow \square \right) \cdot {}^{\text{ی}} \left( \square\square\square\square' \leftrightarrow \square\square\square\square \right) \qquad (6.9)$$

$$\square\square = 1 \qquad \square\square = \square\square \qquad \square\square \qquad \square\square\square\square\square$$

مدل که حالی در ،بیرونی ضرب یک دارد مدل همزمان ... :رویکردها اینها در دوگانگی ... کردن مشاهده تواندمی ،(ایالت بعدی برخی برای) $f$ . $\hat{x}$ در شده استفاده اگر ،دومی .دارد بیرونی جمع یک تنیده‌درهم سازی معادل ... بود این ۲ فصل در سازی؛ کمی وجودی از بیش توزیع مبالغ که آنجایی از $E$ شده بهینه باش $V$ یکی در $E$ دسترسی قابل هاایالت جهانی ،بنابراین . $\psi$. $\square\square\square\square$ $\varphi$. $\square\square\square\square$ ( $\psi$ $\varphi$ ) . $\square\square\square\square$ های‌فرمول مقایسه اجزا؛ محلی ... در گام یکی در دسترسی قابل هاایالت ... همه از «انتخاب» $\bigvee_E$ ... $\bigwedge_E$ هستند گام (6.6). با (6.9) و (6.8) در موجود

## مخاطی جرم ای‌رابطه الف 6.4

مدل یک در فرمول ال تی سی الف بخش رضایت هاایالت از مجموعه ... ارزیابی که ۳.۷ بخش در اره ما نقطه ثابت حداقل ... است [[ $\varphi$ اف ای]] ،مثال برای .باشد عملگر یک ثابت نقطه محاسبه شامل است ممکن $[[\varphi]] = \square\square\square\square\

که هستند (6.10) در زبان دستور ... برای هااولویت صحافی **۶.۱۵ کنوانسیون**
سپس □ و □□□□ توسط شده دنبال اولویت؛ بالاترین ... باشند داشته [ □□□□ := ×̂ ˙ ] و ،
دارند را آن الزام اولویت کمترین و + عملگرهای آن دنبال به و $\nu Z$ و $\mu Z$.

□□□□□□□□ و □□□□ □□□□ □□□□□□□□ عملگرهای $\nu$ و $\mu$ نمادهای
آن جالب مورد ، □□.□□□□□□□ فرمول ... در .ترتیب به ، شوندمی نامیده □□□□ □□□□
یک عنوان به از کرد فکر باش تواندمی □ ،مورد که در . □ از وقوع یک شامل □ آن در که است
نقطه ثابت حداقل ... معنی به نظر مورد است □□.□□□□□□□ فرمول . □ به □ گرفتن ،تابع
است این چگونه دیدن اراده ما . تابع از نقطه ثابت بزرگترین ... است □.□.□ ،مشابه طور به .تابع که از
معناشناسی ... در شده انجام

شده ارزیابی باش به $f$ نیروها که جایگزینی صریح یک کندمی بیان [ □□□□ := ×̂ ˙ ] □ فرمول
پرایم متغیرهای ... که بیاورید یاد به) . □□ □□□□ از دهممی ترجیح □□ $x$ از هاارزش ... از استفاده با
،جایگزینی الف کننده دلالت فراعمل الف نه است فرم نحوی این ،بنابراین (.ایالت بعدی ... به ارجاع شده
... نه ،سمت معنایی ... روی شده ساخته باش اراده جایگزینی . خود حق آن در فرم نحوی صریح یک اما
نحوی

. ▶ از معناشناسی ... حاضر ما زمانی چه واضح شدن تبدیل اراده تفاوت این سمت
کردن تعریف □□ متغیرها همه به ۱ یا 0 هاارزش از تکلیف یک است □ برای □□ ارزیابی الف
هایی‌فرمول چنین از ساختار ... از بیش استقرایی طور به □ ▶ □□ □□□□□ □□□□□ الف
. □□ ارزیابی الف شده داده ، □

□□□□□□□□ $\rho(v)$ برای ما .باشد متغیر یک $v$ و مقدار یک $\rho$ کنید فرض **۶.۱۶ تعریف**
به ... باش به [0 □□ ] $\rho$ کردن تعریف ما . □□ توسط شده داده اختصاص □□ از ارزش
□□ $\rho(w)$ □□□□□ $w$ متغیرهای سایر به و □ □□□□□ $v$ به که ارزیابی شده‌روزرسانی
سایر به را $\rho(w)$ و $v$ به را ۱ عدد [۱ $v$] $\rho$ ،دوگانه صورت به . □□□□□□ □□□□□ □□□□□
. □□□□□ □□□□□ $w$ متغیرهای

( □ □□ □□□□ ) توسط شده نمایندگی ارزیابی ... است □□ اگر ،مثال برای
$\rho(v)$ و $\rho(Z)=1$ ،$\rho(y)=0$ ،$\rho(x)=1$ که معنی این به - (۱ □ 0 □ 1)
است [0 ⇒ $\rho[x$ سپس – □□ دیگر متغیرهای همه برای 0 =
در ،(۱ □ 0 □ 0) ⇒ □□□□ □□ $Z$) توسط شده نمایندگی
که فرض .(1 , 0 □ 0) $(x, y, Z)$ با است برابر [ $Z0$ $\rho$ که حالی
در باید که هایی‌پیچیدگی برخی از اما ،است ریاضی نسبتاً متغیرها همه برای مقادیر دادن اختصاص هاارزیابی
شده‌روزرسانی‌به .(کنید مراجعه ۴۰۹ صفحه در ۳ تمرین به) کندمی جلوگیری ،شود پرداخته آنها به هاسازی‌پیاده
-برای همه برای رابطه رضایت ... کردن تعریف به ما دادن اجازه هاارزیابی
امتیازها ثابت بدون مولاس:

ثابت نقطه بیرون □ هافرمول برای □ ▶ □□ رابطه رضایت الف کردن تعریف ما **۶.۱۷ تعریف**
القا ساختاری توسط $\rho$ ارزیابی الف به احترام با هازیرفرمول :

- □□ ▶ 0
- □□ ▶ ۱
- □□ ▶ □□ iff $\rho(v)$ ۱ است برابر

- □□ ▶ □ iff □□ ▶ □
- □□ ▶ □ + □□□ iff □□ ▶ □ یا □□ ▶ □□□
- □□ ▶ □ □□□ iff □□ ▶ □ و □□ ▶ □□□
- □□ ▶ □ □ iff □ ▶ ( □ □□□ + □ □ )
- □□ ▶ □□□□□ iff ρ [ x 0] ▶ □ یا ρ [ × 1] ▶ □
- □□ ▶ □□□□ iff ρ [ x 0] ▶ □ و ρ [ × 1] ▶ □
- □□ ▶ □ [ □□□□ := □□□□ ′ ] iff ρ [ x̂ := □□□□ ′ ] ▶ □ ،

هر برای اما ، ρ عنوان به هاارزش همان ... دهدمی اختصاص که ارزیابی ... است [ · x̂ := × ] ρ کجا $x_i$ ρ ( $x_i$ ) را دهدمی اختصاص .

تفاوت ،حال این با .محمول منطق سورهای برای یکی ... شبیه نزدیک از سازی کمی بولی از معناشناسی در ، ۱ □ 0 هاارزش از کیهان ثابت ... از بیش شده تفسیر فقط هستند بولی هایفرمول که است این اساسی بگیرند خود به را مقادیری نامتناهی یا متناهی هایمدل انواع در است ممکن ایگزاره هایفرمول که حالی.

**۶.۱۸ مثال** ▶ ρ ارزیابی ما .۱ است ( $x_2$ ) ρ و 0 است برابر ( $x_1$ ) ρ که چنین باش □□ بگذارید ( $x_1$ ) + □□□□□ ( ۲ ) [ □□□□ := × ] iff ρ [ x̂ := × ] ▶ ( $x_1$ ) + دارد می نگه که □□□□□ ( ۲ ) [ □□□□ := × ] ρ [ x̂ := × ] ▶ ۱ □□□ یا ρ [ x̂ := × ] ▶ □□□□□ ( ۲ ) به ما ،بنابراین .( ۲ )

برای $Zf$ □□□□□□□□□ $\rho$ ▶ □□□□□□□□□ iff □□.□□□□□□□ ▶ □□

(۶.۱۲) ) (۰ ≥ □□□ برخی

کردن پیدا به باشند داشته ما ، $\rho$ ارزیابی الف به احترام با درست است $\mu Z.f$ آیا تعیین به ،بنابراین به کنید سعی به است استراتژی معقول الف .است برقرار $\mu_m Zf$ ▶ □□ ≥ که چنین 0 □□□ برخی تواندمی □□□ یک چنین واقع در اگر ،ممکن □□□ چنین کوچکترین ... برای این کردن ثابت سعی ما ، □□.□□□□□□□ ▶ □□ دادن نشان به کردن تلاش در ،مثال برای .شد پیدا باش کنید

.۰ فقط است فرمول دومی ... که آنجایی از خوردمی شکست که ، $ZZ_0$ □□□□□ ▶ □□ است □□□ ۱ □□□□□ ،حالا

می ما .دوباره $ZZ$ . □□□□□ فقط است که $Z[\mu_0 ZZ/Z]$ باش به شده تعریف استفاده الان تواند

است برابر $ZZ$ □□□□□□□□ که دادن نشان به 0 ≥ □□□ روی القا ریاضی همه برای $ZZ$ . □□□□□

□□≥ ۰ توسط .(6.12)، این دلالت بر دارد □□ ▶ □□□□□□□.□□ .

-تقریباً از خانواده الف کردن تعریف ما دهید اجازه ،اول .مشابه است □.□.□ برای معناشناسی توسط $v_0 Zf$، $v_1 Zf$، ... هاایمانت

$$v_0 Zf \stackrel{\text{def}}{=} ۱$$
$$v_{□□□+1} Zf \stackrel{\text{def}}{=} □[v_{□□□} Zf/Z] \quad (□□□ \geq ۰). \tag{6.13}$$

که در $Zf$ □□□□□□□□ برای یکی ... از است متفاوت فقط تعریف این که باشید داشته توجه ۰. از عوض در ۱ باش به شده تعریف است تقریبی اولین

روی است برقرار $\varphi$ که کندمی ایجاب $\varphi$ جی ای برای نقطه ثابت بزرگترین ... چگونه بیاورید یاد به در عنوان به چنین شرط یک با شده بیان باش تواندنمی رفتار نامتغیر چنین .مسیر برخی از هاایالت همه که گرمطالبه توسط شده تعریف کافی طور به است اما ،(6.12)

$$□□ ▶ □.□.□ \text{ iff } (\rho ▶ v_{□□□} Zf \text{ همه برای } □□□ \geq ۰) \quad (۶.۱۴)$$

از نظر صرف ،داردمی نگه □□ .□□ □□□ ▶ □□ که دهدمی نشان بالا ... به استدلال دوگانه الف $\rho$ ماهیت از .

▶ □□ آن؟ آیا (6.14) و (6.12) در تعاریف ... درک از راه غیررسمی یکی که حالی در داشتن؛ نگه به شده اثبات است آن ،اگر و ،اینکه تا نادرست است □□.□□□□□□□ است جنبه زمانی .نادرست باش به شده اثبات است آن ،اگر و ،اینکه تا است درست □.□.□ ▶ □□ شده کدگذاری

(6.13). در یا ،(6.11) در بازگشت ... از شدن آشکار حال در ... توسط

یکی ،شده تعریف خب است واقع در □ ▶ □□ کردن مشخص از راه بازگشتی این که کردن ثابت به آهنگ داشتن نگه که القا از هافرم عمومی بیشتر بگیرید نظر در به دارد

$\mu_m$ نحوی هایتقریب از شماره ... از همچنین اما ،درخت کردن تجزیه ها □ از ارتفاع ... از فقط نه از بدن ) «جایگزینی» آنها عنوان به همچنین و ،( $n$ و $m$ ،مورد این در) آنها «درجه» ، $v_n Zh$ و $Zg$ (تجزیه درخت در بالاتر بازگشتی یک برای متغیر یک وقوع رایگان الف حاوی است ممکن نقطه ثابت الف .اینجا جزئیات ... کردن بحث کرد نخواهد ما هرچند ،شده انجام باشد تواندمی این

## 6.4.2 مشخصات و هامدل ال تی سی کدگذاری

به ما اجازه اپراتورها $v$ و □□□□□ ... ،( □□ → □□ ) = ▬ مدل ال تی سی الف شده داده

نشان $f\ \varphi$ که مانند ای‌رابطه μ حساب از . □□□□ □□□□□ $f\varphi$ فرمول به □□ $\varphi$ CTL فرمول هر چگونه که دیدیم قبلاً ما که آنجایی از . □□ ∈ ▶ □□ با □ □□ هاایالت از مجموعه ... دهنده آوریم دست به را آن توانیم‌می ،دهیم نمایش هایی‌فرمول چنین صورت به را هاحالت های‌زیرمجموعه

مشکل مدل بررسی ...

$$\varphi \blacktriangleright \text{من} \overset{?}{} \tag{6.15}$$

پاسخ ما : کنمی برآورده نمادین کاملاً صورت به را $\varphi$ □ ∈ □ $s$ □□□□□ های‌حالت همه آیا اینکه □□ از تابع مشخصه ... است □□ □ کجا ،نشدنی ارضا است $f^{\varphi}$ □□ □ اگر مثبت ... در دهیمی قرار سوءاستفاده مورد است ممکن $f^{\varphi}$ □□ □ از ساختار منطقی ...⊆،صورت این غیر در . □□ درست (6.15) اینکه برای مدل ... کردن اصلاح برای اطلاعات زدایی اشکال عصاره به گرفتن باشد.

ببینید) → □ فرمول بولی الف عنوان به → رابطه گذار ... نمایندگی تواندمی ما چگونه بیاورید یاد به بردارها کمی عنوان به شده کدگذاری هستند هاایالت که کنید فرض ما ،از قبل که همانطور .(۶.۳.۲ بخش $f^{\varphi}$ توابع همه از متغیرها بولی رایگان ... بنابراین و ( □ □ □...□ ۲ □□□□□ □ ۱ □□□ ) $f^{\varphi}$ تابع یک عنوان به $\varphi$ فرمول ال تی سی ... از کدگذاری □□□□ ^ بردار ... توسط فرعی هستند است زیر شرح به عنوان به استقرایی طور به شده داده الان است مو حساب ای‌رابطه ... در:

□□ □□□□ د = ه ف

متغیرها برای □□□□

□□□□ □□ ⊥ □ د = ه ف

0

□ ¬ $\varphi$ d= e f $f$

$\varphi$ $f$ $\varphi \wedge \psi$ d= e f

□ $\varphi$ · $f$ $\psi$

□ $\varphi$ مثال = د ه ف ضربدر · · (E $\hat{x}$ · .) ( □ → · $f$ $\varphi$ [ $\hat{x}$ := $\hat{x}$ · ]) .

... به ارجاع □□ □□□□ متغیرها .توضیح است سزاوار مثال برای بند □□ که گویدمی ال تی سی از معناشناسی .ایالت بعدی ... به دهمی ارجاع □□ $x$ · که حالی در ،ایالت فعلی فرمول بولی مقدار . $\varphi$ ▶ ← و · □□ □ با باشد داشته وجود · $s$ مقداری ،اگر فقط و ،اگر $\varphi$ مثال ▶ است این زمانی چه دقیقاً ۱ محاسبات ،تعریف این کندمی کدگذاری □ اگر جانشین دولت است ممکن الف هامدل · ^ □□□□ سپس ، □□ ایالت فعلی ... هامدل □□□ اگر مورد ... در · E $\hat{x}$ سنج‌کمیت بولی تو در تو ... استفاده ما .دارد می نگه ،( · ^ □□□□ □ $\hat{x}$ ) در تابع الف ، → □□□□ ] از نظر مورد اثر ... همچنین کردن مشاهده .ایالت جانشین □□□□ است آنجا بگو به سفارش .[۴] بعدی حالت در درست باش به $\varphi$ «کردن مجبور» وسیله بدین □ $f\varphi$ روی شده انجام [ · $\hat{x}$ := ^ بیاورید خاطر به را معادل .عملگر □□□□□ شودمی شامل و تر پیچیده است اف ای برای بند

$$\varphi \text{ اف ای مثال پنجم } \varphi \equiv \varphi \text{ اف ای} \tag{6.16}$$

[۴] نه کندمی [ ' ^ □□□□ := ^ □□□□ ] □ از معناشناسی ... چگونه برای احساس الف شما دادن باید ۴۰۹ صفحه روی ۶ ورزش □□ کردن ارزیابی به ،مثال برای . □ درون هاسنج‌کمیت ' ^ □□□□ ∀ یا ' ^ □□□□ ∃ پتانسیل با کردن تداخل ▶ ( ∃x ^ '.$f$) ][ کردن پیدا تواندمی ما اگر درست است که ،$f$. ' ^ □□□□ ∃ ▶ ] ' ^ □□□□ := $x$ ^ ' ] ،$x$ ^ := $x$ ^ ' ] $\rho$ کردن ارزیابی ما ( □□□ ۱ □□□□ ۲ □...□ □ ) ∈ { 0 □ ۱ } □ هاارزش برخی است □ ▶ ] □□□□ ' '→ $v_n$ ][ $x$ ' '→ □□□□ ۲ ]... [ □□□□ ' '→ $v_1$ ][ □□□□ ' ^ □□□□ := $x$ ^ ] $\rho$ که چنین انگلیسی نتیجه در ... که کردن مشاهده .است درست

= ^ $x$ ] $\rho$ به طبق آنها کندمی مقید آن هاارزش دیگر همه برای اما ، □□ □□□ به ' □□□□ همه کندمی مقید زیست محیط □□ که آنجایی از ;[ ' ^ □□□□ ' '

خواهیمی ترتیب به ما که است چیزی همان دقیقاً این ، □□□ $x_i$ به □□□□ □□□□ □□□□ $\rho$ ( $xi$ ) مقدار که «قدیمی» $x_i$ دومی نظر مورد معنای با متغیرها نام تداخل از جلوگیری برای.

' ^ $x$ برای OBDD .یابدمی کاهش ... بنابراین ،کندمی سنتز بالا به پایین صورت به را هافرمول OBDD سازی‌پیاده که باشید داشته یاد به

∃ $i$

از اجتناب همچنین ها OBDD ،بنابراین .ندارد بستگی متغیرها آن به آن تابع عنوان به هاگره . بود نخواهد $x'$ □□□ □□□□ $f$.
مشکلات درگیری نام چنین.

□□□□ $+ f\varphi$ به معادل است نوبت در که $\varphi$ اف ای مثال □ $+ f\varphi$ به معادل باش به دارد $\varphi$ اف ای □ ،بنابراین محاسبه شودمی شامل اف ای که آنجایی از ،حالا .(( $\hat{x} := \hat{x} \cdot ]$ .$\varphi$ اف ای □ $\rightarrow$ □ ) . $\cdot$ ^ آوریمی دست به ما ،(6.16) سازی‌معادل ... از شده مشتق اپراتور ... از نقطه ثابت □□□□□

□ اف ای $\varphi$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ $\mu Z.$ ( $f\varphi$) + E □□□□□ . ( □ $\rightarrow$ $\cdot$ $Z$ [ $\hat{x} := \hat{x} \cdot$ ])) . (۶.۱۷

□ تابع بولی ... که یعنی [ $\cdot$ $\hat{x} :=$ ] $Z$ جایگزینی ... که ( .متغیرها □□ □□□□ ... از بلکه ،متغیرها □□ □□□□ $\cdot$ ... روی دارد بستگی به شده ساخته باش باید در که ، $Z$ ▶ [ $\hat{x} :=$ ] $\cdot$ $\rho$ در نتایج [ $\hat{x} :=$ ] $\cdot$ ▶ $Z$ □□ از ارزیابی ... زیرا است این استفاده ما ،سپس .( □□ □□□□ $\cdot$ ) $= \rho$ ( $x_i$ ) [ $\hat{x} := \hat{x} \cdot$ ] $\rho$ کندمی ارضا ارزیابی دومی ... آن □ . کردن ارزیابی به [ $\cdot$ $\hat{x} :=$ ] $\rho$ ارزیابی شده اصلاح

$\varphi$ اف ای از کدگذاری ما دادن تعمیم تواندمی ما $\varphi$ ]F یو [ای به معادل است $\mathrm{EF}\,\varphi$ زمان از اساس این بر:

□ $\mathrm{E}[\varphi\,\mathrm{U}\,\psi]$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ □□□□□□□□□ ( $f\psi + f\varphi \cdot$ ضروری . ( E $\hat{x}$ $\cdot$ .) ( □ $\rightarrow$ $\cdot$ $Z$ [ $\hat{x}$ $:= \hat{x} \cdot$ ])) . (6.18)

بولی) «هابعضی برای» که جز به ،(6.17) در اف ای برای یکی ... به مشابه است اف از کدگذاری ... و ( $\cdot$ □□□□ ↑ ∀ سازی کمی بولی) 'همه برای توسط شد جایگزین شودمی ( $\cdot$ □□□□ ↑ ای) سازی کمی «ربط حرف» □ $\rightarrow$ $\cdot$ $Z$ [ $\hat{x} :=$ ] $\cdot$ «پیامد» ... به هانوبت $f\rightarrow + Z$ [ $\hat{x} := \hat{x} \cdot$ ]:

□ اف $\varphi$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ □□□□□□□□□ ( $f\varphi$) + ∀ □□□□ ↑ $\cdot$ . ( □ $\rightarrow + Z$ [ $\hat{x} := \hat{x} \cdot$ ])) . (6.19)

نظر مورد ... کندمی منعکس (6.12) در □□.□□□□□□□ از معناشناسی ... چگونه اطلاعیه نشان ، $\varphi$ اف □□□□□□□□□ $f$ صورت به را آن ما که ، $f$ اف $\varphi$ از ام $m$ تقریب .رابط اف ... معنی ای کدگذاری با ما هابرگ این .مراحل □□□ درون $\varphi$ حالت الف رسیدن مسیرها همه کجا هاایالت آن دهندهٔ $m$ ۳.۱۷ قضیه) CTL از کافی قطعه یک برای کدگذاری الف چنین شده ارائه باشند داشته ما سپس برای ،جی ساختن ما ،امتیازها ثابت بزرگترین محاسبات شودمی شامل EG زیرا .(بیاورید یاد به ۲۱۶ صفحه در را اپراتور $v$ ... از استفاده:

□ جی ای $\varphi$ $\stackrel{\text{ف}}{=}$ □. □. ( $f\varphi$) $\cdot$ ضروری . ( E $\hat{x}$ $\cdot$ .) ( □ $\rightarrow$ $\cdot$ $Z$ [ $\hat{x} := \hat{x} \cdot$ ])) . (6.20)

به نیاز ما EG: از معناشناسی ... از ساختار منطقی ... کردن دنبال کندمی این که کردن مشاهده ای بخش رضایت ایالت جانشینی کردن پیدا به باشند داشته ما سپس و ایالت حاضر ... در $\varphi$ دادن نشان در شده تضمین ما چه دقیقاً است این شود؛می متوقف هرگز تعهد این که است نقطه حیاتی . □□ جی (6.14).

نمادین مدل بررسی یک خواهیم‌می .ببینیم ۶.۲۴ شکل مدل روی عمل در را هاکدگذاری این بیایید برچسب ∀ مثلاً از استفاده با ،تأیید باید شما .( □□□□□ ۲ □ ( $x_1$ ) .دهیم انجام EX فرمول از این که است ادعا ما . [[EX ( $x_1$ ) پنجم چ × ۲)]] = { $s_1$ □ □ ۲} که ،۳ فصل از الگوریتم زدن -نماد شده محاسبه است مجموعه

فرمول ... محاسبه ما ،اول ( $x1 \vee \neg x2$ ) . ( $x1 \vee \neg x2$ ) مثال □ فرمول نتیجه در ... توسط کلی بطور

: → رابطه گذار ... دهنده نشان که →□

$$\rightarrow\square = (x_1 \leftrightarrow \bar{x}_1 \square\square\square \cdot \square_{\text{عدد}} \cdot \square\square\square) \cdot (x_2 \leftrightarrow x_1)$$

... برای (6.6) فرم کنید مقایسه) قطعیت عدم ... مدل به شده استفاده متغیر ورودی یک است □□ کجا آوردن بدست ما ،بنابراین .(۶.۳.۴ بخش در رابطه گذار

$$\square_{\text{مثال}}(\square\square\square\square\square_1 \vee \neg\square\square\square\square\square_2) = \text{مثال}_1 \cdot \text{مثال}_2 \cdot (f) \rightarrow \cdot fx1 \vee \neg x2[\square\square\square\square\hat{x} := \hat{x} \cdot])$$

$$= \text{مثال}_1 \cdot \text{مثال}_2 \cdot ((x_1)) \leftrightarrow \square\square\square \cdot \square_{\text{عدد}} \cdot \square\square\square) \cdot (x_2 \leftrightarrow x_1) \cdot (x_1 + \square\square\square\square_2)).$$

□□ □□□□□□□ ρ0 ما ، ( x1 پنجم ч∧x2 ) کندمی برآورده را EX رضایت □ آیا دیدن به □□□□□□ . ▶ □ $\text{مثال}_{(x1 \vee \neg x2)}$ ، که در $\rho 0_{\text{آن}}(x1) = 1$ □□□ . و $\rho 0(x\wedge_2) = 0$ پنجم $(x_1)$ ч مثال $s_0 \not\in$ کجا از ،داشتن نگه نه کندمی این که کنیممی پیدا ما .(نیست مهم $\rho 0(u)$ مقدار) مثال □ ▶ □□ ۱ دادن نشان توسط $(x_1)$ پنجم × ۲ چ مثال ▶ .کنیممی تأیید را $s_1$ ،ترتیب همین به .$x_2$ □□ $\rho$ کجا ،$\text{مثال}_{(x1 \vee \neg x2)}$ □ ▶ $\rho_2$ دادن نشان با $(x_1)$ پنجم × ۲ چ مثال ▶ □ ۲ و ; $(x1 \vee \neg x2)$ ایالت نماینده ارزیابی ... است □□ □□□□ .

در مدل ... برای $\square_{\text{اف}}(\neg \times_1 \wedge \neg \times_2)$ محاسبه ما ،مثال دوم الف که همانطور □□□□ ۲ ч∧ч□□□ ۱) اف کردن برآورده ایالت 5 سه همه که باشید داشته توجه ،اول .۶.۲۴ شکل نمادین که تأیید ما بگذارید .مدل صریح ... به الگوریتم زدن برچسب ... کنیممی اعمال ما اگر ،( است برابر $\square_{\text{اف}}(\neg \times_1 \wedge \neg \times_2)$ که باشند داشته ما ،(6.19) توسط .نتیجه این مسابقات کدگذاری

$$\square\square\square\square\square

کنید تأیید را آن ،تمرین عنوان به شودمی دعوت شما از که ،باقیمانده حالت.

توانستمی وی ام اس چگونه که دادیم توضیح ما ،۳ فصل در **انصاف با بررسی مدل نمادین** کاملاً بیان قابل نه بودند که فرضیات انصاف استفاده

[۵] فرمول ... کردن برآورده همه آنها ها؛ایالت شش واقع در هستند آنجا ، □□ متغیر ... شد اضافه باشند داشته ما که آنجایی از

کردن محدود توسط شده حاصل باش توانستمی انصاف از این بر علاوه معناشناسی آن و ال تی سی درون منصفانه یا ،مسیرها محاسبه منصفانه به معناشناسی ال تی سی معمولی ...

ال تی سی از □ $\psi$ □ $\psi_1$ □ $\psi_2$ □.} □□ مجموعه الف شده داده بودند ما ،رسماً .ها ایالت نگه $\varphi$ ▶ □□ آیا چک به شده خواسته ما و ، □□□□□□□□□□□□□□□□ ... نام به هایی‌فرمول انصاف اضافی ... با ، □□ هاایالت اولیه همه و $\varphi$ فرمول ال تی سی الف برای داردمی بین از مجموعه کافی یک EG فرم و اروپا اتحادیه ،مثال ،۸، ۹ که‌آنجایی از . □□ در هامحدودیت هارابط ای‌گزاره ... که است واضح .کنیم محدود عملگرها این به فقط را بحث این توانیممی ،CTL های‌رابط کردن فراهم به است کافی آن ،بنابراین هامحدودیت انصاف از این بر علاوه با معنی آنها تغییر کرد نخواهد □□ ای و کامپیوتر ، □□□□□□□□□ ،برق ،ایکس □□ ای هارابط منصفانه ... برای نمادین های‌کدگذاری بولی الف عنوان به نمادین طور به هاایالت منصفانه از مجموعه ... نمایندگی به است کلید .۳ فصل از جی شودمی تعریف زیر صورت به منصفانه فرمول

$$\text{منصفانه} \stackrel{\text{ف}}{\equiv} \text{ای}_{\square\square}\ \text{جی}_{\square\square}\ \text{تی} \tag{6.22}$$

.مثال عنوان به یک عنوان به با $\varphi$ جی□□ ای □ تابع (شده تعریف باش به هنوز) ... کندمی استفاده که اینچ ۱ کندمی محاسبه منصفانه که دیدن ما ،درست است $\varphi$ جی□□ ای □ از کدگذاری ... که کنید فرض . شودمی شروع s با که □□ به احترام با مسیر منصفانه الف است آنجا ،اگر فقط و ،اگر □□ ایالت الف □□□□□ □□□□□□□□ □□□ . یک s چنین که گوییممی ما آیا باشد داشته وجود ،اگر فقط و ،اگر $\varphi$ ▶ E $_C$X □□ باشید داشته توجه ،E $_C$X برای که همانطور ایالت است؟ بعدی مقداری ۰

رندرها بلافاصله این .ایالت منصفانه الف است ۰ □□ که چنین $\varphi$ ▶ ۰ □□ و ۰ □□ → □□ با

$$[\hat{x} := \hat{x}\ (\text{منصفانه} \cdot (f\varphi) \cdot \square \rightarrow \cdot\ (\square)\ .\ \cdot\ \text{اِی}\ \stackrel{\text{ف}}{\equiv}\ \square\square\ \text{ایکس}_{\square\square}\ \text{ای}_{\square}\ \cdot]) \tag{6.23}$$

آوردن بدست ما ،مشابه طور به

$$(\cdot.(\mathrm{E}\ \hat{x}\ \cdot.)\ (\cdot\ \text{ضربدر}\ \cdot\ f\varphi_1 + f\varphi_2 \cdot \text{منصفانه}\ (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\ \stackrel{\text{ف}}{\equiv}\ [\varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2]_{\square\square}\ \text{ای}_{\square}\ \square \rightarrow \cdot\ Z\ [\hat{x} := \hat{x}\ \cdot])) . \tag{6.24}$$

کندمی آشکار که رابط آخرین این است آن . □□ جی□□ ای □ کدگذاری از وظیفه ... با ما هابرگ این ادامه ما ،پیچیده بلکه است $\varphi$ جی□□ ای □ از کدگذاری ... زیرا .کردن کار در ها چک انصاف از پیچیدگی ... هافرمول بولی از سطح ... در همچنین عملکرد اروپا اتحادیه و است راحت EX داشتن .مراحل در دهید بولی فرمول ... کدها ( □ ) ایکس‌چک سپس ، □□□□ در تابع بولی الف است □ اگر ،مثال برای .مستقیماً را ۱ مقدار $f$ آن برای که ۰ ایالت بعدی الف باشند داشته که □□ بردارها آن برای ۱ کندمی محاسبه که کندمی محاسبه:

$$\text{ایکس‌چک}\ (\square)\ \stackrel{\text{ف}}{\equiv}\ \text{اِی}\ \square\square\ \cdot\ (\square \rightarrow \cdot\ \square[\square\square\square := \hat{x}\ \cdot])\ . \tag{6.25}$$

همان ... در دهید ادامه ما .( منصفانه $f\varphi$ ) ایکس‌چک است برابر □□ ایکس□□ ای □ ،بنابراین کندمی محاسبه که ( □□□ ) یوای‌چک آوردن بدست به □□ آرگومان $n$ در □□□ و □ توابع برای راه

الگو □□□ یو □ ... شودمی متوجه که مسیر الف است آنجا اگر □□□ در ۱:

$$\text{یوای‌چک}\ (\ \square\square\ \square\ )\ \stackrel{\text{def}}{=}\ \mu Y.g + (\ f \cdot \mathrm{checkEX}\ (\ Y\ ))\ . \tag{6.26}$$

راحتی به کاملاً $\varphi$ جی□□ ای □ کد تواندمی ما ،مکان در این با:

$$\square\ \text{ای}\ \square\square\ \text{جی}\ \varphi\ \stackrel{\text{def}}{=}\ \nu Z.f\ \varphi \cdot \bigvee_{\square\square\ =1} \left(\ f\varphi\ \square Z\ \right) \cdot f\ \psi^{i}\ \cdot \text{منصفانه}\ )\ . \tag{6.27}$$

چک

ایکس ( اروپا اتحادیه چک )

از بدن ... در ( اروپا اتحادیه چک ) نقطه ثابت حداقل الف دارد کدگذاری این که باشید داشته توجه متغیر ، $Z$ شامل checkEU فراخوانی زیرا است پیچیده نسبتاً محاسباتی نظر از این .ثابت نقطه بزرگترین یک هابازگشتی اینها ترتیب بدین متغیر؛ رایگان الف که همانطور ،است ،بیرونی ثابت نقطه بزرگترین بازگشتی می عمل کدگذاری این چگونه کردن مشاهده .«جایگزین» هابازگشتی ؛ یکدیگر به وابسته و تو در تو هستند نیاز ما ،است برقرار سراسری صورت به $\varphi$ آن در که □□□ از منصفانه مسیر الف باشند داشته به :کند بعدی الف باش به دارد آنجا □□ $\psi$ هامحدودیت انصاف همه برای و . باشد برقرار $\hat{x}$ □□ $\varphi$ که داریم کدام هر و ( □ رایگان ... توسط شده اجرا) دوباره درست است ملک کل ... کجا ، □□□ ایالت می تکرار را این دائماً □ در بازگشت .مسیر که روی نهایت در شد متوجه از است عبارت محدودیت انصاف در داردمی نگه $\varphi$ کدام روی مسیر الف است آنجا سپس ،۱ کندمی محاسبه تابع این اگر بنابراین ،استدلال کند اغلب نهایت بی درست است □□ $\psi$ کدام هر کجا و جهانی سطح.

## تمرینات 6.5

۶.۱ تمرینات

1. یا ،۱ و 0 استفاده است ممکن شما ،میز شما . بنویسید را ۳۵۹ صفحه در ۶.۲ مثال در بولی های‌فرمول درستی جداول ۳۵۹ صفحه روی (4) مورد از فرمول بولی ... کندمی حقیقت ارزش چه .دادن ترجیح شما چه هر ، تی و ف کنیم؟ محاسبه
2. $\oplus$ است ... انحصاری-یا: □□□ $\oplus$ □□ □ $\stackrel{\text{def}}{=}$ ۱ اگر ... از هاارزش □□□□ و □ غیر در متفاوت؛ هستند که □□□□ □□□□ $\varphi$ برای فرمولی یعنی ،کنید بیان ای‌گزاره منطق در را این .۰ = □ $x$ ،صورت $\oplus$ این باشد $\oplus$ داشته با مشابه درستی جدول .

* ۳. □ که چنین ،۱ و 0 ،¬ ،+، از اصطلاحات در ( □□□□□ □ ) □ فرمول بولی الف بنویسید □ عنوان به میز حقیقت همان ... دارد

۴. تعریف در عملیات ... روی بر مبتنی هافرمول بولی از نحو ... برای اف ان بی الف پایین بنویس .۶.۱

---

۶.۲ تمرینات

* ۱. ... بیرون بنویس .۶.۲ -شکل از درخت تصمیم دودویی ... در خطوط جامد و چین‌خط همه مبادله ما کنید فرض . کنید پیدا آن برای فرمولی و درخت تصمیم دودویی نتیجه در ... از میز حقیقت

* ۲. جدول حقیقت کردن دنبال ... بگیرید نظر در:

| □ | □ | □ | $\varphi$ |
|---|---|---|---|
| تی | تی | تی | تی |
| تی | تی | ف | ف |
| تی | ف | تی | ف |
| تی | ف | ف | ف |
| ف | تی | تی | تی |
| ف | تی | ف | ف |
| ف | ف | تی | تی |
| ف | ف | ف | ف |

دهد نشان را درستی جدول این در شده مشخص بولی تابع که بنویسید دودویی تصمیم درخت یک.

3. گره الف باش باید ریشه ... الان اما ،بسازید ۶.۲ شکل در شده مشخص بولی تابع برای دودویی تصمیم درخت یک $x$ های‌گره باش باید جانشینان دو آن و $y$ .

4. جدول حقیقت آن توسط شده داده تابع بولی کردن دنبال ... بگیرید نظر در:

| □ □ □ □ | □ ( □□□□□ □□ □ ) |
|---|---|
| ۱ ۱ ۱ | 0 |
| ۱ ۱ 0 | ۱ |
| ۱ 0 ۱ | 0 |
| ۱ 0 0 | ۱ |
| 0 ۱ ۱ | 0 |
| 0 ۱ 0 | 0 |
| 0 0 ۱ | 0 |
| 0 0 0 | ۱ |

و $x$ گره یک است ریشه ... که چنین ( □ □□ □□□□□ ) □ برای درخت تصمیم دودویی الف ساخت (a) $z$ . گره سپس و $y$ □□□ آن دنبال به

ریشه آن دهید اجازه الان اما ،( □ □□ □□□□□ ) □ برای درخت تصمیم دودویی دیگری ساخت (b) □□□□□ □□□□ $x$ سپس و $y$ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ $z$ گره یک .

5. □□ بگذارید $f$ □□□□ بولی تابع یک برای دودویی تصمیم درخت یک □□□□ ( $x1$ ، × ۲ □...□ $x_n$) هر روی کندمی سفر پایین به یکی عنوان به بار یک دقیقاً دهدمی رخ متغیر هر که کنید فرض .متغیرها بولی عدد $n$ از است گره $2^{n+1} - 1$ دارای □□ که دهید نشان ریاضی استقرای از استفاده با □□ درخت ... از مسیر.

---

۶.۳ تمرینات

* ۱. بدن بشکلی اختلال در نتیجه □ دی دی بی الف روی (۳۶۳ صفحه) C1–C3 هاکاهش همه چرا دهید توضیح □ . عنوان به تابع همان ... نمایندگی هنوز که (BDD)

۲. ۶.۷ شکل در دی دی بی ... بگیرید نظر در.

* توسط شده نمایندگی ( □ □□ □□□□□ ) □ تابع بولی مقدار برای حقیقت جدول ... کنید مشخص (الف) این BDD.

.مسیر هر همراه متغیرها از وقایع چندگانه باشند داشته نه کندمی که تابع که برای دی دی بی الف کنید پیدا (ب)

3. همچنین از استفاده با .(ب)۶.۳ شکل از دی دی بی ... توسط شده نمایندگی تابع ... باشد □□ بگذارید نماینده (BDD) بدن بدشکلی اختلال کردن پیدا ،۶.۶ شکل در مصور □□□□ □ و ۱ □ ، . □ ها BDD
   (a) □ □□□□□
   (b) □□□□ + □
   (c) $\overline{\square \cdot 0}$
   (d) □ ۰ ۱.

---

۶.۴ تمرینات

1. شکل ۶.۹ (۳۶۷ صفحه) دادن سفارش با دی دی بی الف دهدمی نشان [ □□□□□ □□ □ ].
   * (الف) دادن سفارش با دی دی بی یافته کاهش معادل یک کردن پیدا (راهنمایی: .[ □□□□ □□ □□ ] دادن سفارش ... با درخت تصمیم اول کردن [ □□□□ □□ □□ ]، استفاده با آن دادن کاهش سپس و C1 تا C3.) از
   (b) BDD آیا □□ □□ ] دادن سفارش متغیر ... برای فرآیند ساز و ساخت همان ... بیرون کردن حمل [ $x$ , ] □□□□□ های‌سازی‌مرتب به مربوط های‌گره به نسبت کمتری یا بیشتری های‌گره یافته‌کاهش □□ □ [ $z$, □□ □□□□ ]؟
2. کردن پیدا شما اگر هستند آنها از که تعیین .۶.۱۰–۶.۴ ارقام در (BDD) بدن بدشکلی اختلال ... بگیرید نظر در دهدمی نشان که وقایع دابل بدون متغیرها بولی آن از فهرست الف کردن مشخص به نیاز شما ،دی دی بی او یک .دادن سفارش که
3. ... به احترام با ها OBDD یافته کاهش فرد به منحصر آنها محاسبه هافرمول بولی کردن دنبال ... بگیرید نظر در و درخت دودویی تصمیم الف محاسبه اول به شودمی توصیه است آن .[ □□□□□ □□ □ ] دادن سفارش نیرو تعدیل از حذف ... دادن انجام به سپس
   (a) □ ( □□□□ □ □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ □□□□ □
   * (ب) □ ( □□□□□ □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ □□□□ + □
   (c) □ ( □□□□□ □ $\oplus$ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ □□□□ □□□
   * (د) □ ( □□□□□ □ $\oplus$ □ □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ ( □□□□ □□□ ) ( □□□□ + □ ).
4. هاارزیابی همه برای که گفتن ۱ فصل از $\psi$ — $\varphi$ دهنده پیوند شده مشتق ... بیاورید یاد به .است درست است $\psi$ ،اگر فقط و ،اگر درست است $\varphi$
   (a) ۶.۱. $\oplus$ تعریف از ¯ و +، ، عملیات اساسی ... از استفاده با هافرمول بولی برای اپراتور این کنید تعریف
   (b) از استفاده با □□□ □□□ □□ $g$ ( $x$, □ ) $\stackrel{\text{def}}{=}$ فرمول برای دی دی بی او یافته کاهش الف کشی قرعه دادن سفارش ...
   [ □□ □□□□ ].
5. بخش آخرین ... از پایان ... در شده معرفی تابع برابری حتی ... بگیرید نظر در
   (a) کنید تعریف ... □□ □□□□ □ ... □ $x_1$ , $x_2$ ( $f_{\text{فرد}}$ ).
   (b) تابع یک OBDD برای فرد توازن تابع برای $n$ □□□ □□□□. = 5 ترتیب و [ $x3$ , □□□□□ $_5$ ساختار ،دهید تغییر را ترتیب اگر ... بود خواهد .[ □ □□□□ $_1$ □ □□□□□ $_4$ □ □□□□□ $_2$ کردد؟ خواهد تغییر OBDD این کلی
   (c) نشان ( $x_1$ , $x_2$ □ ... □ $x_n$ ) $f_{\text{فرد}}$ و $\overline{x_n}$ ) □ ... □ $x_2$ , ( $x1$ ) $f_{\text{زوج}}$ که دهید نشان . است

هستند بولی تابع همان دهنده.

6. خیر تا شده اعمال هستند C1–C3 هاکاهش ... اگر ،که دادن نشان به (۳۶۸ صفحه) ۶.۷ قضیه کنید استفاده
در سفارش ... از مستقل است نتیجه ... ،ممکن است کاهش بیشتر
شده اعمال بودند آنها کدام___.

۶.۵ تمرینات

1. محاسبه ، ( □□□□ + □□□□ ) · ( □□□□ □ □□□□ ) □ فرمول بولی ... شده داده
□ □□□□□ ) = □□□□ یافته کاهش آن
۱ ۲ ۳ ۱ ۲ ۳
سفارشات زیر موارد برای دی دی بی او:
(a) [ $x_1$ □ □□□□ ۲ □ $x_۳$ ]
(b) [ $x_۳$ □ □□□□ ۱ □ $x_۲$ ]
(c) [ $x_۳$ □ □□□□ ۲ □ □□□□□ ۱ ].

2. محاسبه ... □ ( □□□□□ □□ □ ) = □□□ □ ( □ + □ )+ برای دی دی بی او یافته کاهش
دی؟ دی بی او یافته کاهش که در z □ الف آنجا آیا .مانند دادن سفارش شما به هر در □ □□□□

3. فرمول بولی ... بگیرید نظر در □ ( □□□□□ □□ □ ) = ef ( □□□ □ + □ + □ ) · (
□□□□ + □ + □ ) · ( □□□□ + □ ). برای متغیر متحصربه) ... محاسبه ،زیر در هاسفارش
با □ از □ □ دی دی بی او یافته کاهش (فرد
به سپس و سفارش آن برای درخت تصمیم دودویی ... پایین بنویس به بهترین است آن .دادن سفارش که به احترام
هاکاهش است ممکن همه کردن اعمال
(a) [ □□□□□ □□ □ ].
(b) [ □□ □□□□□ □ ].
(c) [ □□ □□□□□ □ ].
(d) تعداد حداقل دارد □ □ دی دی بی او یافته کاهش نتیجه در ... که برای متغیرها از دادن سفارش یک کردن پیدا
ممکن بسیاری چگونه) هالبه کمتر دارد □□□□ □□ □□□□□□ □□□□ $B_f$ که ندارد وجود ترتیبی هیچ یعنی یال؛
(اونجا؟ هستند □ و □ ، □□□□ برای هاسفارش است

4. میز حقیقت ... شده داده

| □ □ □ □ □ □ | □ ( □□□□□ □□ □ ) |
|---|---|
| ۱ ۱ ۱ | 0 |
| ۱ ۱ 0 | ۱ |
| ۱ 0 ۱ | ۱ |
| ۱ 0 0 | 0 |
| 0 ۱ ۱ | 0 |
| 0 ۱ 0 | ۱ |
| 0 0 ۱ | 0 |
| 0 0 0 | ۱ |

متغیرها از دادن سفارش کردن دنبال ... به احترام با دی دی بی او یافته کاهش ... محاسبه:
(a) [ □□□□□ □□ □ ]
(b) [ □□ □□ □□□□ ]
(c) [ □□ □□ □□□□ ]
(d) [ □□□□□ □□ □ ].

5. ترتیب شده داده [ $p$□ □□ $r$ ]، BDD های برای را یافته کاهش $p$ ( ∧ qr)∨ □ ( $pq$ ) ( ∧
$pr$ )∨□□ ∧□□□ □□□□ □ □□□□□ □□□□ آنها چرا □□
هستند یکسان.

* ۶. دادگان مدیر : database manager (370 صفحه) ۶.۱۱ شکل در دی دی بی ... بگیرید نظر در
(a) میز حقیقت آن ساخت.
(b) فرم عادی ربط حرف آن محاسبه.

(c) مقایسه ... با فرم عادی که از طول ... از اندازه ... اختلال بدشکلی (BDD) بدن چیست شما ارزیابی چه ؟

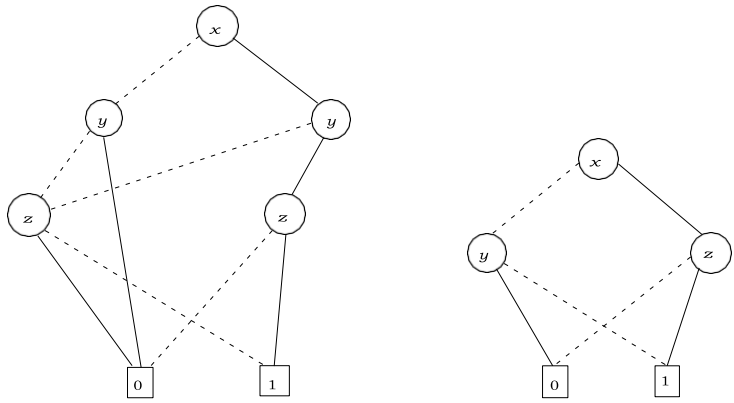
۶.۶ تمرینات

1. اجرا ... روی دادن کاهش از اعدام ... کردن دنبال OBDD ها:
   (a) برای درخت تصمیم دودویی
      i. □ ⊕ □□□ □□□
      ii. □.□□□ □
      iii. □□□□ + □
      iv. □□□□ □□□ .
   (b) ۶.۲ شکل در دی دی بی او (361 صفحه) database
      دادگان مدیر : manager
   * (ج) ۶.۴ شکل در دی دی بی او (363 صفحه) database
      دادگان مدیر : manager

---

۶.۷ تمرینات

1. نمی □□ $f$ □ در اصلاً □□□□ که کنید فرض .بیاورید یاد به را 374 صفحه در (6.1) در شانون بسط است؟ برقرار هنوز (6.1) چرا . دهد
2. الف باش □□□□ □ + □ □ + □□□□ □ + □ □□□□ ( □ □ □□□□□ □ ) $\stackrel{def}{=}$ □ بگذارید □ محاسبه فرمول بولی ها □ به احترام با گسترش شانون
   (الف) □□□□
   (ب) □
   (ج) □ .
3. ( □ + □ ) فرمول بولی ، اگر فقط و ،اگر معادل معنایی نظر از هستند □□□ و □ هافرمول بولی که نمایش ( □ + □ ) کندمی محاسبه برای ۱ ممکن همه است متغیرها آنها به ثانیه ۱ و ها 0 از تکالیف .
4. تعیین (BDD) بدن بدشکلی اختلال چگونه رسماً کردن تعریف به گسترش شانون ... استفاده است ممکن ما که واضح شهودی طور به است آن (BDD) بدن بدشکلی اختلال الف باشد □ بگذارید .توابع بولی مقدار استقرایی صورت به □ □ تابع الف محاسبه ما ،رسماً .تابع بولی فرد به منحصر کندمی تعیین را الف □□ $B$ : از $n$ های‌گره همه برای (بالا به پایین از)
   - .تابع 0 ثابت ... است □ سپس ، ۰ شده گذاری برچسب گره ترمینال الف است □ اگر
   - .تابع ۱ ثابت ... است □ سپس ،گره-۱ ترمینال الف است □ اگر ،دوگانه صورت به
   - تعریف باشند داشته قبلاً ما سپس ، □□□□ شده گذاری برچسب گره ترمینال غیر الف است □ اگر $fn$ □□ □□□□□ □□□□ □□□ و $fhi(n)$ بولی توابع شده $f_{lo}(n)$ □□ ۰ بودن □□□ □ و $f$ □□ های( □ ) . □□□□ ۰ + توسط شده نمایندگی تابع بولی ... است □□ □□ سپس ، □ از گره اولیه ... است □□ اگر الف در $B$ نتیجه از ارزیابی نمادین الف عنوان به تعریف این کردن اعمال توانست‌می ما که کردن مشاهده $B$. ۰. □□□□ + (0 □ + ۱ □ ) $x$ رندرهای (ب)۶.۳ شکل از دی دی بی ... ،مثال برای فرمول بولی محاسبه .بولی فرمول‌به هافرمول دست آمده در این راه برای BDD های زیر:
   (a) ... شکل در دی دی بی ۶.۵(ب) (۳۶۴ صفحه)
   (b) ... شکل در دی دی بی اختلال (BDD) بدن بدشکلی (۳۶۵ صفحه) ۶.۶
   (c) ... شکل در دی دی بی ۶.۱۱ (370 صفحه) database manager : دادگان مدیر
* ۵. □□□ → □□ □□ □ $f$ بولی رابط نوع از (گیردمی آرگومان سه =) تایی‌سه تابع یک غیر در درست؛ است □ زمانی چه □□□ به معادل است که ( □□□□ □ ) □□□□□□□. به معادل است آن ،صورت این □ .
   (a) ⊕ یا ، ۰ ،+ اپراتورها ... از هر از استفاده با دهنده پیوند این کنید تعریف .
   (b) -کندمی بیان یک عنوان به □ بنویس به فوق عملگر تایی سه از استفاده .۴ ورزش بیاورید یاد به □□□□ . برچسب آن و □□ های( □ ) ، $(n)$ □□□ از سیون




**شکل ۶:۳۰.** OBDD یافته کاهش □ □ و □ □□ □□ (تمرینات ببینید).

(c) استفاده کنید ریاضی القا (چی؟ روی) ... اگر ،که کردن ثابت به ... از ریشه □ گره یک $x$ □□□□ آنگاه ، $f$ $n$ مستقل از هر $y$ □□□ که در رابطه یک قبل فرضی از $x$ □□□□ □□ دادن سفارش متغیر. □□□□.

6. توضیح دهید چرا اعمال کردن (عملیات □ □ □ □ که ،( $Bg$ و $Bf$ □□ □□ دارای □□ ترتیب با OBDD یک ،سازگار با سازگار ترتیب $B_f$ □□□□□ □□□□□. و □□ □□.

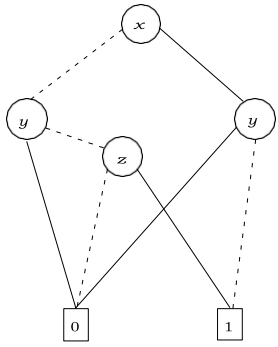
7. توضیح دهید چرا کردن اعمال برای ساختار کنترل ... از موارد چهار ... ،جامع هستند اعدام آن در موارد است ممکن دیگر خیر هستند آنجا یعنی.

8. در بگیرید نظر ... ۶:۳۰. شکل در □□ □□ و □ □ ها OBDD یافته کاهش به در ،که بیاورید یاد به باید شما ، □ عملیات $f$ برای یافته کاهش OBDD محاسبه منظور
   - ساخت ... دادن نشان درخت ... کردن اعمال از نزول بازگشتی ... عملیات) □ □ □ □ □ □) است؛ شده انجام ۶.۱۶ شکل در که همانطور
   - و ؛( □□ □□ □ □ □ □ عملیات) کردن اعمال سازی‌شبیه به درخت که استفاده
   - دی دی بی او نتیجه در ... ،لازم اگر ،دادن کاهش

   بودن «عملیات» عملیات ... برای ۶.۳۰ شکل از ها OBDD روی مراحل اینها اجرا
   (الف) +
   (ب) ⊕
   (ج) ·

9. مدیر : database manager (370 صفحه) ۶.۱۱ شکل در دی دی بی او ... باش □ □ بگذارید ⊕ و ( □ □ □ □ □ ۱ ) کردن اعمال محاسبه دادگان
   باش باید OBDD این سپس ،درستی به چیز همه داد انجام شما اگر دی دی بی او نتیجه در ... دادن کاهش ۶.۱۱. شکل در گره-۱ و -۰ کردن مبادله از آمده دست به یکی ... به ایزومورفیک

* ۱۰. (یا: ۱۰.) شرایط 'مراقبت «نکن» ... دهنده نشان که ۶.۳۱ شکل در □ □ دی دی بی او ... بگیرید نظر در به خواهم می ما که یعنی این ۶:۳۰ شکل در است شده داده نشان $g$ و □ توابع بولی ... کردن مقایسه برای ما یعنی) درست است □ که برای آن جز به متغیرها مقادیر همه برای مساوی هستند □□□ و □ آیا مقایسه است درست است □ زمانی چه 'مراقبت «نکن» است).
   (a) بولی فرمول که نمایش ( $f$ □□□ )+ $\bar{c}$ مقدار است همیشه) ۱ را محاسبه کندمی و ،اگر فقط ارزیابی 0 به □ که برای هاارزش همه روی معادل هستند □□□ و □ ،اگر.




**شکل ۶.۳۱.** کاهش OBDD $B_c$ ارزی‌هم آزمون برای «ندهید اهمیت» شرایط دهنده‌نشان که است ۶.۳۰ شکل در هاOBDD.

(b) برای OBDD کاهش ... محاسبه به ۴۰۳ صفحه روی ۸ ورزش در عنوان به مراحل سه در دهید ادامه ) اول باید آیا به بگیرید تماس کدام . □ و □□ ، □ برای ها OBDD ... از □ $\overline{+}$( □ □□□ □ داد درخواست ؟

11. عملیات $v$ یا اگر ،عملیات عملیات ... برای ارزش کردن کنترل -(چپ) الف است □□ $0 \in \{1\}$ که بگو ما الف است □□ که بگو ما . □□□□ از هاارزش همه برای $0 =$ □□□□ عملیات □□ یا $1 =$ □□□□ ارزش راست کنترل و -چپ الف است آن اگر ارزش کردن کنترل.
(a) ارزش راست کنترل الف از مفهوم ... کنید تعریف.
(b) هاارزش کردن کنترل با عملیات از هامثال بده.
(c) شود بهینه تواندمی ،باشد داشته کنترلی مقدار op که زمانی دهید شرح را درخواست نحوه غیررسمی طور به .
(d) داد انجام سازی‌بهینه توان‌می هنوز ،باشد داشته راست یا چپ کنترل مقدار ؟

12. این که نمایش .(□□ ( □ |□ □□|□.□ □ است کردن اعمال از پیچیدگی زمان بدترین ... که داد نشان ما یافته بهبود باش توانندمی آن یعنی ،سخت است مقید بالایی:
(a) □ ( □□□□□□ $x_{n+m+1}$ ... □□□□□□ $2_{2n+2m}$ $\stackrel{\text{def}}{=}$ ) □ توابع ... بگیرید نظر در □□□□ ۰ □□□□ + ۰ ۰ ۰ + □□□□ ۰
□□□□ ۲ □ + □□□ و □□□ ( $x1$ ، $x$ ۲ □...□ □□□□□ ۲ $n$ + ۲ □□□ ) = □□□□ □□ +1 □□□□ ۲ $n$ + □□□ +۱ + + □□□□ □□ + □□ که $x$ ^ 2n + $2m$
$f + g$ . از فرم حاصلضرب مجموع ... محاسبه .فرم حاصلضرب مجموع در هستند
(b) کنید انتخاب ... دادن سفارش □□□□□□ ۲ □ + ۲ □□□ [ $x$ 1 □ $x$ ۲ □...□ ] و کنید استدلال که ... OBDD ها □ □ ترتیب به ،هالبه ۲ □□□ +۱ و ۲ □ +۱ باشند داشته □□ □□ و.
(c) یعنی ،هالبه ۲ $n + m$ +۱ دارد □ □ + □ که گیری‌نتیجه به (الف) بخشی از نتیجه ... کنید استفاده ۰.۵ ۰ | □□ □□|۰ | □□ □□| .

---

۶.۸ تمرینات

1. database (364 صفحه) (ب)۶.۵ شکل در شده نمایندگی دی دی بی او یافته کاهش ... باش □ بگذارید manager : هامحدودیت ... برای دی دی بی او یافته کاهش کنید محاسبه دادگان مدیر:
(a) □ [0 /x ]
(ب) □ [1 /x ] *

(c) □ [1 □□
□□□ ]
* (د) □ [0 /z ].

* ۲. محاسبات به قادر است آن که بنابراین کردن محدود الگوریتم ... کردن اصلاح به قصد ما که کنید فرض
کلی ترکیب یک برای ها OBDD است یافته کاهش □ [ □□□/x ].
(a) عملیات ... از معنی شهودی ... کردن منعکس به (6.1) معادله دادن تعمیم [ g/x ].
(b) ترکیب این مستقیم محاسبه برای مشکلاتی ایجاد باعث آیا دارد؟ وجود ها OBDD مورد در حقیقتی چه شود؟می
(c) دور؟ بنابراین گرفت قرار بحث مورد هاالگوریتم ... شده داده ترکیب این محاسبه ما تواندمی چگونه

3. می رخ متغیر بولی کدام هر کجا □ (BDD) بدن بدشکلی اختلال عنوان به هاBDD-۱-خواندن کردن تعریف ما ترتیبی دارای نه نیاز هاBDD-۱-خواندن ،خاص در . □ از مسیر ارزیابی هر روی بار یک اوقات بیشتر در دهد هر نه اما است؛ read-1-BDD یک OBDD هر که است واضح .هستند خود بولی متغیرهای روی read-1-BDD یک که دی دی بی یک دیدن ما ۶.۱۸ شکل در .(۶.۱۰ شکل ببینید) دی دی بی او یک است BDD برای مسیر نیست؛ ( x, □□ □ ) (1 □ 0 □ ۱) مقدار x □□ دو بیار«خواندمی».
جزئیات ...سازی‌پیاده کدام ببینید تا کنید ارزیابی انتقادی طور به را هاOBDD طریق از بولی های‌فرمول سازی‌پیاده سازمشکل سازی‌پیاده های‌جنبه کدام .خب عنوان به هاBDD-۱-خواندن برای بیرون شده حمل باش توانستمی بود؟ خواهند

4. $n$ با $f$ تابع بولی هر (.اتوماتا متناهی روی دوره الف داشت باشند داشته جهانی بهداشت سازمان آن برای) به ؛ $\{ 0 \square 1 \}^n$ از . $L_f$ □□ □□□ □□□□ □□ ای‌زیرمجموعه عنوان به توان‌می را آرگومان برای که ( $v_1$ , □□□□ ۲ □... □ $v_n$ ) بیتی بردارهای آن تمام بین از شودمی تعریف مجموعه عنوان و است منظم زبان یک $L_f$ ،است متناهی مجموعه یک این که آنجایی از .کندمی محاسبه را ۱ مقدار $f$ آن دارد قطعی متناهی یک بنابراین
عملیات با را OBDD عملیات از برخی شما توان‌می . □ پذیردمی که هاایالت از شماره حداقل الف با خودکار داشته است ممکن شما) مکاتبات؟ ... هستند؟ نزدیک هم به چقدر ؟ دهید تطبیق متناهی اتوماتای برای شده شناخته نیافته کاهش بگیرید نظر در به باشند OBDD ها.)

5. از فرمول بولی مقدار یک عنوان به شده نمایندگی باش تواندمی هااستدلال □ در تابع بولی هر که نمایش (الف) زبان دستور ...

□ ::= 0 | □□□□ | □ | □□ ۱ + □□ ۲ .

(b) داد؟ نمایش یافته‌کاهش تابع یک با توان‌می را دست این از تابعی هر که دارد این بر دلالت همچنین این چرا دادن؟ سفارش متغیر هر در دی دی بی او

6. بسیاری ( □□□ ۲ ) ۲ دقیقاً هستند آنجا که کردن ثابت به □ روی القا ریاضی کنید استفاده هااستدلال □ در توابع بولی متفاوت

---

۶.۹ تمرینات

1. برای ها OBDD ... محاسبه به الگوریتم دارد وجود ... کنید استفاده
(a) ضربدر ۳. □ برای دی دی بی او ... شده داده ، □ ۶.۱۱ شکل در (۳۷۰ صفحه)
(b) ∀ □□ شده داده ، □□□ برای دی دی بی او ... ۶.۹ شکل در (۳۶۷ صفحه)
(c) E □□□E□□□.۲ . □□□.□□□ ۳ . ۱ ضربدرو □ ۱ + □ عدد □ ۲ + ۳ □□□ □ ۳ .

2. متغیرها □ روی به بسته تابع بولی الف باش □ بگذارید.
(a) نمایش:

i. فرمول $\exists x f$ که متغیرها آن همه روی دارد بستگی □ ،روی دارد بستگی $x$ جز به .

ii. اگر □ با توجه به مقدار $\rho$ □□□□□ □□ □ □□□□□□ □□□□□□ آنگاه □ به احترام با را ۱ □□ □□□□ ... همان ارزش گذاری.

iii. اگر □□□□ ای □□ محاسبه کندمی به ۱ احترام با به ارزیابی الف است آنجا سپس ، $\rho$ ارزیابی الف
□ که چنین □□□□ از دیگر متغیرها همه برای □□ با است موافق که □ برای $\rho'$
$\rho'$ تحت ۱ به کندمی محاسبه

(b) توان‌می ... برای شده داده نشان باش بالا هابیانیه ... ارزش تابع ۰؟

3. فرمول بولی الف باش $\varphi$ بگذارید

* (الف) نمایش که $\varphi$ است رضایت بخش اگر فقط و ،اگر بخش رضایت است $\varphi$ ،اگر $\exists x.\varphi$ است.

(b) نمایش که $\varphi$ است معتبر اگر فقط و ،اگر معتبر است $\forall x.\varphi$ برابر با است معتبر.

(c) از $\forall \hat{x}$ . و $\exists \hat{x}$ دادن تعمیم ... دو تو در تو به بالا حقایق هاسازی‌کمی
متغیرها شده سازی‌کمّی از شماره ... روی (کنید استفاده القا.)

4. که نمایش $\forall \hat{x} . f$ و $\overline{\exists \hat{x} . \overline{f}}$ هااستدلال از شماره روی القا کنید استفاده معادل معنایی نظر از هستند
□□□□ بردار ... در

---

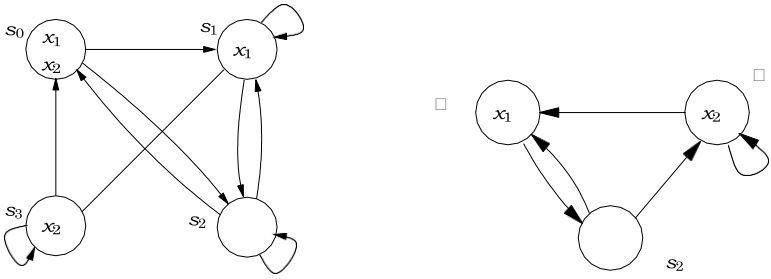
## ۶.۱۰ تمرینات

(هاکلاس پیچیدگی درباره بدانید جهانی بهداشت سازمان آن برای.)

1. ،ست۳ از مثال یک شده داده .سنجی‌کمیت بولی وجودی تو در تو به یافته کاهش باش تواندمی 3SAT که نمایش
□□□ ۱ ۰ □□□ $_2$ فرم هامجموع حاصلضرب در □ فرمول بولی الف عنوان به آن از کردن فکر است ممکن ما
( □ $_1$ + □ $_2$ + □ $_3$ ) فرم ... از است □□ □□ کدام هر کجا ، □ □□□ .....
کدام هر با (
باش توانست‌می □ ،مثال برای .سازی مکمل آن یا متغیر بولی الف بودن □ □
( □□ $\overline{\text{□□}}$ + □ + □ ) ۰ ( $\overline{\text{□ عدد}}$ + □□□□ + × $_7$ ) ۰ ( $\overline{x_2}$ + □ + □□□□ ) ۰ ( □ عدد)
+ □ عدد + □□□□□ $_4$ ).

(a) بیشتر خیر از دی دی بی او یک با □□ □□ تابع کدام هر نمایندگی تواندمی شما که نمایش
دادن سفارش شده انتخاب ... از مستقل طور به ،هاغیرپایانه سه از.

(b) بیان $f_i$ $1 \le i \le n$ نویسیم‌می .$n$ برای □2 □1 ، ... ، □ ، z جدید بولی متغیرهای □ معرفی
□□ ۱ + □□ ۲ + + . □ □ و □ □□ ۱ □□ □ □□ □□ □ □ □




**شکل ۶.۳۲** (الف) ایالت سه با مدل ال تی سی الف (ب) .ها ایالت چهار با مدل ال تی سی الف.

3. از ( 0 /x ). [0 /x ] + [1 /x ] عنوان به شده تعریف است □□ □□□□ ای که بیاورید یاد به
برای کارآمد الگوریتم یک بدینوسیله ،+ و محدودسازی های‌الگوریتم کارآمد باشند داشته ما که آنجایی
E. E □ □ ..... ۱ □ .آوریم‌می بدست
.□ .
استدلال؟ این با اشتباه است چه !پ ن است برابر پ ،بنابراین

---

۶.۱۱ تمرینات

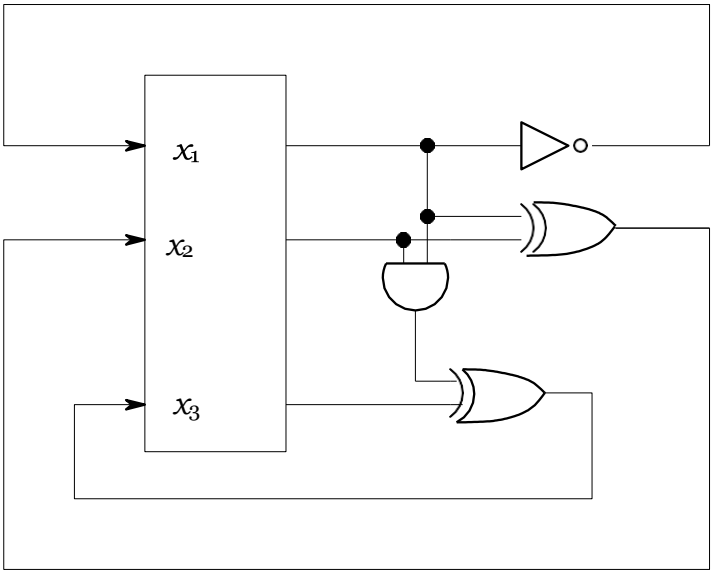
* ۱. ،[ x 1 □ □□□□ ۲ ] دادن سفارش ... از استفاده با .(الف)۶.۳۲ شکل در مدل ال تی سی ... بگیرید نظر در
. □□ { □ □ } و { □□ . □ □ ۲ . } هازیرمجموعه برای OBDD کشی قرعه
2. ۲، از قدرت دقیق یک نه است هاایالت از شماره ... زیرا .(ب)۶.۳۲ شکل در مدل ال تی سی ... بگیرید نظر در
[ x 1 ترتیب از استفاده با دوباره .ها ایالت از شده داده مجموعه هر نماینده ها OBDD یکی از بیشتر هستند آنجا
, x^2 ]، تمام OBDD های ممکن را برای هایزیرمجموعه { s0 □ s1 } و { s0 □ s2 } رسم کنید .

---

۶.۱۲ تمرینات

1. (الف)۶.۳۲ شکل در مدل ال تی سی ... بگیرید نظر در.
   (a) [ x 1 , □□□□ ′ ۱ □ هاستون ... دادن سفارش ،رابطه گذار ... برای میز حقیقت ... بیرون کار
   □□□□ ۲ □ □□□□ ′ ۲ ]. در ثانیه ۱ بسیاری عنوان به باش باید آنجا آنجا عنوان به ستون نهایی ... در
   شماره ... که آنجایی از ،مورد این در نمایندگی ... در آزادی خیر است آنجا رابطه گذار ... در هستند تیر
   ۲. از قدرت دقیق یک است هاایالت از
   (b) [ x1 □ x′1 □ x2 □ ترتیب به متغیر ... از استفاده با ،رابطه گذار این برای دی دی بی او ... کشی قرعه
   x′2 ].
2. ... در ها OBDD از بیش شده تفسیر الان اما ،۳.۶.۱ بخش از الگوریتم ... کردن اعمال
   6.32(b) شکل در مدل ال تی سی ... از هاایالت از مجموعه ... محاسبه به ،[ x 1 □ □□□□ ۲ ] دادن سفارش
   کندمی برآورده را زیر شرایط که:
   (a) آ.گ ( x 1) پنجم چ × ۲ )
   (b) E[ x 2 یو □□□□□ ۱ ].
   راه ... همراه شده محاسبه هستند که ها OBDD ... نمایش
3. ایمان با ((۰ □□□□ □□ □ → □ , ۰ ) کردن اعمال . باشد داشته وجود ( x̂ ′ ) s چرا دهید توضیح
   معنی ... وسایل
   پیش از ∃( □□□□ ).

---




**شکل ۶.۳۳.** شمارنده ۸ مدول الف برای مدار همزمان الف

۶.۱۳ تمرینات

1. (الف) چه شما نظر به .01 اولیه حالت با (۳۸۹ صفحه) ۶.۲۹ شکل در مدار ... از تکامل ... سازی‌شبیه کند؟می محاسبه را چیزی
   (ب) مدل ال تی سی صریح ... پایین بنویس ( $S$ □ □ □ → ) مدار این برای.
2. ۶.۳۳ شکل در مدار همزمان متوالی ... بگیرید نظر در.
   (a) توابع ... ساخت $f_i$ برای □□ = ۱ □ ۲ □ ۳.
   (b) تابع ... کد □→.
   (c) اگر $\wedge$ $\psi$ به معادل معنایی نظر از است $\wedge$ $\psi$ E $x.(\varphi$ به معادل معنایی نظر از است $\wedge$ $\psi$ E $x.(\varphi)$ که دارید یاد به ۲ فصل از $x$ □□ $\psi$ آزاد نباشد .
   i. فرمول بولی از تنظیم ما در درست همچنین این است چرا؟ها
   ii. به داخل سمت به دور عنوان به □→ در کنید اعمال هاکمیت E پیشبرد برای را قانون این .است ممکن عنوان همزمان مدارهای بررسی حال در سازی‌بهینه مفید اغلب است یک این.
3. بگیرید نظر در ... برای فرمول بولی ... کننده مقایسه بیتی دو:

$$\square(x1 \text{ ، } \square\square\square\square_{۲} \overset{\text{def}}{=} \square\square_{۱} \square\square_{۲}) = (x_{1)} \leftrightarrow \square_{۱}) \cdot (x_{2} \leftrightarrow \square_{۲}).$$

   (a) دادن سفارش ... برای دی دی بی او آن کشی قرعه [ $x_1$ □□ ۱ □ □□□□ ۲ □□ ۲].
   (b) دادن سفارش ... برای دی دی بی او آن کشی قرعه [ $x_1$ □□□□□ ۲ □□ ۱ □□ ۲ ] که مقایسه و بالا مورد با.
4. (الف) استفاده مدل انتقال رابطه کدگذاری برای 388 صفحه از (6.6) از توانیدمی آیا → کنید ؟ ۳۸۴؟ صفحه روی ۶.۲۴ شکل در
   (b) ۳۹۰؟ صفحه از (6.9) معادله با آن دادن انجام شما توان‌می
   (c) ۳۸۹؟ صفحه از (6.8) معادله با

۶.۱۴ تمرینات

1. □ ▶ □□ آیا محاسبه .(۱ □ ۱ □ 0) ( □□□□□ □□⇒ z) که برای ارزیابی ... باش □□ بگذارید هافرمول بولی کردن دنبال ... برای داردمی نگه:
   (a) □.□□□= .( □⊕+ □ ( yx )) 
   (b) E□□□.□□. ( □)= ( □□.¬□□ + □ + □ )+ □□□□ □ )
   (c) ∀□□□.□□. ( □)= ( □□.¬□□ + □ + □ )+ □□□□ □ )
   (d) E□. ( .□□□□) □ + □□□□. (( □ + ( □□□□ + □□□□ ) □ )))
   * (هـ) ∀□□□□. ( □) + □ ).

* ۲. حساب ای‌رابطه ... از هافرمول برای رابطه رضایت ... از تعریف ... و ۳۹۳ صفحه از (6.14) کنید استفاده و □ است برابر □ ،مورد این در . □□ هاارزیابی همه برای □□ .□□ □□□ ▶ □□ کردن ثابت به مو روی القا ریاضی توسط (6.14) دادن نشان به نیاز شما □□≥□ ۰.

3. ارزیابی نمایندگی توانندمی است بدیهی مو حساب ای‌رابطه ... برای ▶ و ▶ گیردمی تصمیم که سازی‌پیاده یک ،همه به ۱ یا 0 هاارزش معنایی دادن اختصاص که ها

   رابطه الف عنوان به ▶ بگیرید نظر در به حس شودمی باعث آن ،بنابراین .متغیرها بسیاری نهایت بی یعنی متغیرها رایگان همه به هاارزش معنایی دهدمی اختصاص فقط □□ کجا ، ( □□ρ) هاجفت بین از □ .
   (a) [ □□□□ := □□□□ ′ ] و ، □□□□ ، □□□□ ، □□□□E□□∀□ و □□□ که کنید فرض صورت به را آزاد متغیرهای مجموعه .محمولات منطق در هاسنج‌کمیت با مشابه هاسازه صحافی هستند توسط این کردن تعریف باید شما :راهنمایی) مو حساب ای‌رابطه ... از □ فرمول الف برای رسمی □ در مقید دریافت متغیرها که ،همچنین . □ روی القا ساختاری [ □□□□ := k̂ ′ ]?)
   (b) بخش در گرفت قرار بحث مورد ما که φ در □□□□ برای رایگان بودن □□ از مفهوم ... بیاورید یاد به Z در □□□□ g کجا ،مثال یک کردن پیدا و معنی باید ' □ در □ برای رایگان است گ چه تعریف ۲.۲.۴ نیست آزاد f.
   (c) □□ که شده ارائه ،داردمی نگه □ ▶ □□ آیا بگیرید تصمیم توانندمی ما چرا غیررسمی طور به دهید توضیح اراده پاسخ این چرا دهید توضیح . □ از متغیرها رایگان همه به ۱ یا 0 هاارزش دهدمی اختصاص یک برای مربوطه است؟ این آیا چرا . □ در مقید هستند که متغیرها به کندمی □□ چه از مستقل باش چارچوب؟ سازی‌پیاده

4. تعیین .(۱ □ ۱ □ 0) ⇒ (□□□□□ □□□□ ′□ □□ □ ′) که برای ارزیابی ... باش □□ بگذارید آیا ρ ▶
   مخفف یک عنوان به □□□ ↔ □ بنویس ما که بیاورید یاد به) □ هافرمول کردن دنبال ... برای داردمی نگه □ ⊕ □□□ ، که معنی □ کندمی محاسبه iff □□□ ۱ کندمی محاسبه (۱):
   (a) E x. ( x ′ ↔ ( □ + □ ′ ⋅ □□□□ ))
   (b) ∀ □□□□.¬( □□□□ ′ ↔ ( □ + □ ′ ⋅ □□□□ ))
   (c) E x ′( x ′) ↔ ( □ + □ ′ ⋅ □□□□ ))
   (d) ∀ □□□□ ¬( □□□□ ′ ↔ ( □ + □ ′ ⋅ □□□□ )).

5. □ ▶ □□ آیا تعیین .۰ = ρ( x′2 ) و 1 = ρ( x′1 ) با ارزیابی الف باش □□ بگذارید زیر موارد ... برای داردمی نگه:
   (a) ¬□□□□ ۱ [ □□□□ := □□□□ ′ ]
   (b) ( x 1) ∨ □□□□ ۲ )[ □□□□ := □□□□ ′ ]
   (c) (¬x 1) ∨ □□□□ ۲ )[ □□□□ := □□□□ ′ ].

6. □□ ▶ ( ۱ □□□□¬ ۱ .( □ □□□□□ ۱ + □□□□ ۲ ))[ □□□□ := □□□□ ′ ] و [ □□□□ := □□□□ ′ ] ،خاص در .فرآیند که در تغییرات ρ گذاری‌ارزش ... چگونه دهید توضیح صحافی ... با نکردن دخالت این کندمی چرا اما ، □□ ′ □□□□ توسط □□ □□□□ کندمی جایگزین ۱ ضربدر سنج‌کمیت؟

7. (الف) ای‌رابطه مو حساب ... برای مستلزم معنایی از مفهوم ... کردن تعریف شما بود خواهد چگونه ؟
(ب) هستند؟ معادل معنایی نظر از ای‌رابطه μ حساب از فرمول دو زمانی چه

---

## ۶.۱۵ تمرینات

1. آیا تعیین ،(۳۸۴ صفحه) ۶.۲۴ شکل از مدل ... از استفاده با $(x_1 \vee \text{ч}\, x_2)$ مثال □ ▶ □□ است □□ کجا ،داردمی نگه
   (a) $(x_1 \text{ ، } \times_2) \Rightarrow (1 \square 0)$
   (b) $(x_1 \text{ ، } \times_2) \Rightarrow (0 \square 1)$
   (c) $(x_1 \text{ ، } \times_2) \Rightarrow (0 \square 0)$.
2. است ممکن عنوان به □ → □ و □ → □ ، . □□ → □ با ، $\{s_0 \square s_1\}$ باشد □ بگذارید $L(s_0) = \{\square\square\square_1$ و $L(s_1) =$ محاسبه . □ تابع بولی ... مثال (۱ × چ مثال) .
   و هاانتقال
3. معادلات (6.17) ،(۳۹۵ صفحه) (6.19) و (6.20) کردن تعریف □ ای اف $\varphi$ ، □ اف $\varphi$ و □ جی ای $\varphi$. □□ گ.آ $f$ تعریف برای مشابه معادله یک بنویس .
4. مناسب طور به (6.18) اصلاح توسط $\varphi$ آئورلی دانشگاه □ کدگذاری مستقیم الف کنید تعریف.
5. از مدل بگیرید نظر در :آئورلی دانشگاه دهنده پیوند ... برای عدد ۳۹۶ صفحه روی ها چک مثال ... تقلید یو (۲ × پنجم $x_1$) E[ ] که آنجایی از دادگان مدیر : database manager (384 صفحه) ۶.۲۴ شکل
   $f$ از شما کدگذاری ، □ □ □ ۱ □ □ . □□ مجموعه ایالت کل است برابر $\{[(\text{چ} \times_1) \wedge (\text{چ} \times_2)]\}$ $E[x_1 \vee x_2 \cup \text{ч}\, x_1 \text{ лч } x_2]$ اگر محاسبه کند ،است درست برابر همه برای ۱ بیت ها برداری از متفاوت (1 □ ۱).
   (a) درست واقع در است کدگذاری شما که تأیید.
   (b) $f$ معادل معنایی نظر از است که امتیازها ثابت بدون فرمول بولی الف کردن پیدا $E[(x_1 \vee x_2) \cup (\text{ч}\, x_1 \text{ лч } x_2)]$ .
6. (الف) کنید استفاده (6.20) روی ۳۹۵ صفحه به محاسبه □ ای جی چ × ۱ برای ... مدل در شکل ۶.۲۴.
   (ب) □ ای جی چ × ۱ به طور دقیق مجموعه را EG که را هایی‌حالت تمام مدل ،کنندمی برآورده که نمایش □□□ ۱ ضربدر □□□ .کندمی‌سازی
7. فرمول در ،که داشت اظهار بود آن ،۳۹۰ صفحه روی مو حساب ای‌رابطه ... برای (6.10) زبان دستور ... در مکمل از شماره حتی یک درون است لازم کاهش □□□□ $f$ □ در $Z$ رخداد هر ، $\nu Z.f$ و $\mu Z.f$ های گذاریم؟می کنار را الزام این ما اگر اقتدمی اتفاق چه . نمادها سازی
   (a) □ ▶ □□ یا که حس است مجموع □□ □□ ما رابطه که دیدیم قبلاً ما . $\mu Z.Z$ بگیرید نظر در را عبارت
   اما . □ هافرمول مو حساب ای‌رابطه و $\rho$ هاارزیابی از هاانتخاب همه برای داردمی نگه □ ▶ □□ یا رسماً نه هستند □□□.□□□□□□□□ مانند هافرمول
   دادن نشان برای القا ریاضی متقابل کنید استفاده .گذاری ارزش هر باشد $\rho$ بگذارید یکنواخت:
   i. □□ ⊭ □□□□□□□□ $ZZ$ اعداد حتی همه برای □□□ $\geq 0$
   ii. □□ ▶ □□□□□□□□ $ZZ$ اعداد غریب و عجیب همه برای □□□ 1
   به کندمی عمل آن طبق □□□.□□□□□□□□ ▶ $\rho$ که موردی دو اینها از کردن استنباط (6.12).
   (b) شاید و) □□□ روی القا ریاضی کنید استفاده . □□ زیست محیط هر بگیرید نظر در
   دادن نشان به ( $\rho$ روی تحلیل یک:

   □□□ برخی برای $(\square \cdot_{\text{عدد}} \square + \underline{Z.(x_1)})$ □□□□□□□□□ ▶ □□ اگر
   □□ ▶ سپس ، ۰ ≤
   □□□ ≤ □ همه برای $(\square \cdot_{\text{عدد}} \square + \underline{Z.(x_1)})$ $\mu_k Z$

(c) اگر ،عمومی در □ رنگتک رسماً است □ سپس □□ ▶ □□□□□□□□ $Zf$ بزرگترین برای را مشابهی ویژگی توانیدمی آیا $Zf_{+1}$ □□□□□□□□ ▶ □□□□ $\rho$ بر دلالت $v$ □□□□ □□□□ ثابت نقطه عملگر ؟

8. شده داده ... برای مدل ال تی سی ... در مدار ۶.۲۹ شکل (۳۸۹ صفحه):

* (الف) کد ... تابع □ مثال $(x_1 \text{ لح } x_2)$

(ب) کد ... تابع □ مثال $(\text{گ.آ ف.آ ج ۱ × ل □ × ۲})$

* (ج) $f$ گ آ (اف آ) ج ۱ × ل □ × ۲) معادل معنایی نظر از است که امتیازها ثابت هر بدون فرمول بولی الف کردن پیدا .

9. دادگان مدیر : database manager (408 صفحه) ۶.۳۳ شکل در مدار همزمان متوالی ... بگیرید نظر در ارزیابی

□□ ▶ □ مثال عدد □ ، کجا □□ برابر است

(a) $(x1$ ، □□□□ ۲ □ × $3) \Rightarrow (1$ □ $0$ □ ۱)

(b) $(x1$ ، □□□□ ⇒ ۲ □ × $3)$ $(0$ □ ۱ □ $0)$.

10. اثبات

**۶.۱۹ قضیه** ال تی سی الف باش $\varphi$ دهید اجازه ،مدل ال تی سی متناهی الف برای کدگذاری الف شده داده $\rho$ ▶ $f$ $\varphi$ □□□□ که طوری به □□□ $\rho$ مقادیر مجموعه به مربوط $[[\varphi]]$ سپس .کافی قطعه یک از فرمول .

$\rho$ ▶ $f$ $\varphi$ از ارزیابی ... که دادن نشان به خواهم می اول است ممکن شما . □□ روی القا ساختاری توسط $x'_i$ □□□□ □□□□□ به □□ چه ماده نه کندمی آن یعنی، $\rho(x_i)$ هاارزش ... روی فقط دارد بستگی یا Z.

11. عنوان به هافرمول ال تی سی دلخواه برای معتبر است مانده باقی بالا ۶.۱۹ قضیه که کنید استدلال معادل معنایی لحاظ به قطعه قطعه کافی ... در نه هستند که $\varphi$ هافرمول کردن ترجمه ما عنوان به طولانی $(f\ \psi)$ · $\psi$ ف باش به $f$ $\varphi$ کردن تعریف و قطعه قطعه که در $\psi$ هافرمول

12. آن کردن ارزیابی و 407 صفحه در 6.32(b) شکل مدل برای (۲ × ۱ ج) اف □ فرمول ... کردن مشتق آیا تعیین به ۲ □ ایالت به متناظر ارزیابی ... برای

□ ۲ ▶ (۲ × ۱) ∧ (ج × ۱) اف دارد می نگه.

13. تکرار ... آخرین آرزش با □ $E[x_1 \text{ Vح } x_2 \text{ U } x_1]$ . ( است زیر صورت به معمولی دیفرانسیل معادله: E[ x 1 Vح x 2 U x 1 ].)

14. تقلید کدگذاری ما نمادین آیا .۳ فصل در کردن عمل هاالگوریتم زدن برچسب دو ... راه ... بیاورید یاد به کدام؟ هیچ یا ،آنها از دو هر یا یا کردن

---

۶.۱۶ تمرینات

1. □ ای □□ از اصطلاحات در منصفانه کندمی تعریف سابق .(6.27) و (6.22) در معادلات ... بگیرید نظر در یعنی ،مشکل بدون این است چرا . $\varphi$ عمومی برای $\varphi$ جی □□ ای □ کندمی تعریف دومی ... که حالی در ، تی جی ای؟دایره غیر

2. $f$ $\varphi$ □□ □□□□□□□ های‌فرمول چگونه که دیدیم، $(L, \in, \vdash$ □ □□ □ = ثابت CTL مدل یک به توجه با □□□□. است کافی قطعه یک از CTL فرمول یک $\varphi$ که ، $\varphi$ ▶ □ با s های‌حالت مجموعه نماینده.

(a) کنید فرض ... روی القا کنید استفاده ساختار از هامحدودیت انصاف ساده از ملاحظه بدون کدگذاری سی ... که دادن نشان به $\varphi$ فرمول ال تی

i. s □□□□ کد که است بولی متغیرهای بردار دومی کجا ، هستند $\hat{x}$ بین $f$ $\varphi$ آزاد متغیرهای □□ □□□□ □□□□□. □□ ؛ ∈

ii. یکنواخت هستند رسماً $f$ $\varphi$ از هازیرفرمول ثابت نقطه همه

(b) هامحدودیت انصاف ساده کندمی کدگذاری همچنین $f\varphi$ اگر ادعاها دو اینها نمایش

3. بنابراین آن کردن اصلاح خواهم می الان ما .۲۲۷ صفحه روی شنبه تابع ... برای کد شبه ... بگیرید نظر در حساب ای‌رابطه ... فرمول الف اما ،دی دی بی او یک یا ،شده تنظیم الف نه است خروجی نتیجه در ... که رابطه ... از هافرمول دادن به ۳۸۰ صفحه در ۶.۲۲ شکل در میز ... کامل ما ،بنابراین انتگرال و دیفرانسیل فراخوانی یک $\psi$ اروپا اتحادیه برای خروجی و بود خواهد ۱ برای خروجی ... ،مثال برای مو حساب ای الف برای نیاز الف باشند داشته شما دهید انجام .(6.18) توسط .بود خواهد SAT کردن مطلع برای بازگشتی ؟ کندمی مدیریت را ثابت نقاط بیشترین یا کمترین که تابع جداگانه

4. حساب ای‌رابطه ... فرمول الف ورودی عنوان‌به گیردمی که مو شنبه تابع الف برای کد شبه بنویس (الف) آنجا که کنید فرض . □ نماینده ، □□□□ □□□□ □□□□□ $f$ OBDD $B$ یک و ، □ انتگرال و دیفرانسیل به یک از متغیر بازگشت الف شامل بدن بازگشتی آنها که چنین □ از زیرعبارات ثابت نقطه خیر هستند اپراتورها ثابت نقطه .است مجاز نه است (6.27) در فرمول ... ،بنابراین .نکته ثابت بیرون سمت توسط ترتیب به معنی ثابت نقطه ... کردن تکرار که زیرعملکردها جداگانه داشتن نیاز $v$ و □□□□□ بیشتری توضیحات به نیاز است ممکن شما بندهای از برخی .است شده رسانی اطلاع (6.14) و (6.12) سازنده ... رسیدگی شما دادن انجام چگونه مثال .باشند داشته [ □□□□ := □□□□ ′ ]؟

(ب) در فرمول ... است کد شما به‌ورودی ... اگر اشتباه رودمی چه دهید توضیح (6.27).

5. به آیا ، $\mu Z.f$ از تکرار ... سپس ، □□□□ متغیرها بولی رایگان □ از بردار الف با فرمول الف است □ اگر های‌آشکارسازی □ ۲ به بالا داشتن نیاز است ممکن ،(6.12) در عنوان به یا ،سازی‌پیاده دی دی بی او عنوان تی سی الف از کدگذاری نمادین به توجه با .است قبول غیرقابل این که است واضح .آن معنای محاسبه برای بازگشتی که فرمول الف کردن جستجو ما ، اولیه های‌حالت از □□□□ مجموعه الف و ( □ □ □□ ) = مدل ال ... از استفاده با . در مسیر محاسبه متناهی هابعضی روی □□ از دسترسی قابل هستند که هاایالت همه دهنده نشان □□ □ □□ □ ) یوای‌چک عنوان به این اکسپرس‌ست ممکن ما ،(6.26) در اپراتور تا شده تمدید کجا ، ( الف با فرآیند تکراری این بالا سرعت تواندمی ما (Man ba hram. . □□ از تابعی مشخصه ... است تکراری رساندن دو توان به» شود می نامیده تکنیک:»

$$\square\square\square\square\square\square\square\square\square.(f\rightarrow + \mathsf{E}\ \hat{w}\ (Y)[\ \square\square\square\square\ ' := \hat{w}\ ] \cdot \square[\ \square\square\square\square\ \hat{}\ := \hat{w}\ ]))\ . \tag{6.29}$$

$\hat{x}$ ) جفت یعنی ، → □ عنوان به متغیرها بولی همان ... روی دارد بستگی فرمول این که باشید داشته توجه □ $\hat{x}$ ′ ). غیررسمی دهید توضیح:

این سپس ،(6.29) در فرمول ... به هازمان □□□ (6.12) کردن اعمال ما اگر بررسی برای هازمان □□□ ۲ قاعده این کردن اعمال عنوان به «اثر» معنایی همان ... دارد ( □ → □ تی ) اروپا اتحادیه.

ایالت اولیه هر از دسترسی قابل هاایالت از مجموعه ... محاسبه اول است ممکن یکی ،بنابراین معناشناسی ... دادن تغییر ندارد کاهش این که باشید داشته توجه .ها ایالت آن به بررسی مدل کردن محدود سپس و ،بخشدمی بهبود اوقات گاهی آن تکنیک؛ صدا الف است آن بنابراین ، □□ هاایالت اولیه برای $\varphi$ ▶ □□ از مدل نمادین از عملکرد ... ،شودمی بدتر هازمان دیگر ها چک.

## هایادداشت کتابشناختی ۶.۶

دودویی تصمیم .[بری۸۶] برایانت .ای .آر به دلیل به هستند نمودارها تصمیم دودویی شده داده سفارش خوب الف برای .[Ake78] آکرز .ب .س و [لی۵۹] لی .ی .سی توسط شده معرفی بودند نمودارها برای هامدل عنوان به ها OBDD های‌محدودیت ... برای .[بری۹۲] دیدن هاایده اینها از نظرسنجی الف .[بری۹۱] دیدن طراحی آی‌اس‌ال‌وی به اتصالات جالب عنوان به خب عنوان به ضرب صحیح عدد شده یافت باش تواندمی منطق به اتصالات تنگ آن و پیچیدگی محاسبات از موضوع ... به مقدمه عمومی که روی بیشتر اطلاعات برای ؛[کوز۸۳] کوزن .دی توسط شد اختراع بود مو حساب مودال .[94پاپ] در کنید مراجعه [Bra91] به تأیید و مشخصات به کاربرد آن و منطق .

نویسندگان از تیم ... توسط پیشنهادی بود بررسی مدل در (BDD) بدن بدشکلی اختلال از استفاده [BCM + 90، هوانگ .جی و شوید .ل .دی ،میلان‌مک .ل .ک ،کلارک .م .ای ،بورچ .آر .جی CGL93، McM93].

# کتابشناسی


آکه۷۸. ب .س .آکرز نمودار ها تصمیم دودویی *IEEE* □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□□ ، C-27(6):509–516، 1978.

AO91. KR Apt و E.-R. Olderog. □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □ □□□□□□ . Springer-Verlag، ۱۹۹۱.

Bac86. RC Backhouse. □□□□ □ □□□□□ □□□□□□ . هال پرنتیس، ۱۹۸۶.

BCCZ99. بدن خودایمنی اختلالات بدون بررسی مدل نمادین ژو .ی و ،کلارک .ای ،سیماتی .الف ،بیر .الف (BDDs). در □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □ □□□□ □□□□□□□ *(TACAS'99)* از ۱۵۷۹ جلد ، □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ ، ۱۹۹۹، ۲۰۷–۱۹۳ صفحات.

هوانگ .جی و ،شوید .ل .دی ،میلان‌مک .ل .ک ،کلارک .م .جی ،بورچ .آر .جی .۹۰ + ام سی بی ۱۰ ۲۰ :بررسی مدل نمادین در .آن از فراتر و هاایالت *IEEE* □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ ، IEEE، ۱۹۹۰ کامپیوتر انجمن انتشارات.

ویکرز .س و ،خوشنویسان .اچ ،آیزنباخ .س ،برودا .ک .۹۴ وی کی ای بی □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ ، هال پرنتیس انتشارات، ۱۹۹۴.

جفری .آر و بولوس .جی .۸۰ جی بی □□□□□□□□□□□□ □ □□□□ مطبوعات کمبریج دانشگاه، نسخه دوم، ۱۹۸۰ میلادی.

بو54. .جی .بول □□□□□ □□□□□□ □□□□ . دوور، نیویورک، 1854.

۹۱سوتین .جی .سی .برادفیلد □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ . کاربر Bir kha ¨ ،بوستون، ۱۹۹۱.

۸۶بری .آر .ای .برایانت. تابع دستکاری بولی برای هاالگوریتم نمودار بر مبتنی *IEEE Transactions on Compilers* ، C-35(8)، 1986.

۹۱بری .آر .ای .برایانت روشن ... پیچیدگی از بولی توابع با گراف های‌نمایش و هاسازی‌پیاده آی‌اس‌الوی صحیح اعداد ضرب به کاربردها . *IEEE Transactions on Computers* ، 40(2):205–213، فوریه 1991.

۹۲بری .آر .ای .برایانت شده داده سفارش با دستکاری بولی نمادین دودویی گیری‌تصمیم نمودارهای. *ACM* □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ ، 24(3):293–318، سپتامبر 1992.

CE81. E .م کلارک و .ای .الف سنتز امرسون از شاخه شاخه برای سازی‌هماهنگ های‌اسکلت زمان شدن □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ ، ویرایشگر، کوزن .دی در .منطق زمانی، ورلاگ اسپرینگر .LNCS در ۱۳۱ شماره، ۱۹۸۱.

برای ابزارهایی تأیید .طولانی .دی و ،گرومبرگ .اُ ،کلارک .ای .۹۳ ال جی سی
سخنرانی در ۸۰۳ شماره ، □□□□□□□□ □□□ □□ در .هاسیستم همزمان متناهی حالت
۱۹۹۳. ،ورلاگ اشپرینگر .۱۷۵–۱۲۴ صفحات ،علم کامپیوتر در هایادداشت.

.انتزاع و بررسی مدل .طولانی .ای .دی و ،گرومبرگ .اُ ،کلارک .م .ای .۹۴ ال جی سی
□□□□□□ □□□ *ACM* □□ □□□□ □□□□□□ □ □□□□□□□□□ □□□□□□
□□□□□ ، 16(5):1512–1542، سپتامبر ۱۹۹۴ میلادی.

،تی‌آی‌ام انتشارات . □□□□□ □□□ پلد .الف .دی و ،گرومبرگ .اُ ،کلارک .م .ای .۹۹ پی جی سی سی
۱۹۹۹.

.۱۹۸۰ ،دانشگاه انتشارات کمبریج . □□□□□ □□□□ □□ – □□□□□ چلاس .ف .ب .چ۸۰
.سدها دکتر .سد۹۶ □□□□□ □□□□□ □ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□
دانشگاه آیندهوون .هاالگوریتم و نویسی‌برنامه تحقیقات برای موسسه ،دکترا نامه‌پایان . □□□□□
.میلادی ۱۹۹۶ جولای ،فناوری از

Dij76. EW Dijkstra. *A Discipline of Programming* . Prentice Hall, 1976.

DP96. R. .ای‌مرحله محاسبات مودال آنالیز الف .پفنینگ .اف و دیویس
در □□□□ □ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ *ACM* □□ □□□□
□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□ . انتشارات ACM، ۱۹۹۶ ژانویه.

EJC03. از تکامل ... سازی‌مدل سدلر .سی و ،حقوقی .وی ،آیزنباخ .س
در .نتدات های‌برنامه *IFIP* □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□
□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ ، LNCS.
.۲۰۰۳ ،اشپرینگر انتشارات

EN94. ناواته .ب .س و المصری .آر □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□
□□□□□□□ .
.میلادی ۱۹۹۴ کامینگز/بنجامین

.۹۵ وی ام اچ اف وارد ی .ی .م و ،موسی .ی ،هالپرن .ی .جی ،فاگین .آر □□□□□□□□ □□□□□□□
□□□□ . انتشارات MIT، ،کمبریج ،۱۹۹۵.

و ،هوگر .سی ،گابای .دی در .منطق مودال پایه .سازی متناسب .م .فیت۹۳
،ویراستاران ،رابینسون .جی □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□
دانشگاه آکسفورد .۱ حجم ، □□□□□ □ □□□□□□□□□□□□ □□□□□
.میلادی ۱۹۹۳ ،مطبوعات

.سازی متناسب .م .فیت۹۶ □□□□□ □□□ □□□□ □ □□□□□□ □□□□ □□□□□
□□□□ .
.میلادی ۱۹۹۶ ،نسخه دوم ،اسپرینگر

.فرانز .ن .فرا۹۲ □□□□□□ □□□□□ . وسلی-آدیسون ،۱۹۹۲ میلادی.

فرگه .جی .03فر □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□
□□□□□□□□ *(abgeleitet )*
.(جینا) دوم و من جلدها .میلادی ۱۹۰۳

Gal87. .گالیر اچ جی □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ . وایلی جان ،۱۹۸۷.

Gen69. .سابو .ای .م در کسر منطقی به تحقیقات جنتزن .جی،
–۶۸ صفحات ،۳ فصل ، □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ ،ویراستار
۱۲۹. ،هلند-نورث انتشارات ،۱۹۶۹.

Gol87. .گلدبلات .آر □□□□ □□□□ □ □□□□□□□ . سخنرانی های‌یادداشت CSLI، ،
۱۹۸۷.

و هاثابت حلقه توسعه حال در برای استراتژی استاندارد الف روی باشید داشته توجه الف گریس .دی .گری۸۲
.هاحلقه □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ ، ۲:۲۰۷–۲۱۴، ۱۹۸۲.

.۷۸ حم .الف .جی .همیلتون □□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ . دانشگاه انتشارات کمبریج،
۱۹۷۸.

.نویسی برنامه کامپیوتر برای اساس بدیهی یک هور .آر .الف .سی .هوآ۶۹
□□□□□□□□□ □□ ... □□ □□ □□ ، ۱۲:۵۷۶–۵۸۰، ۱۹۶۹ میلادی.

.هود۷۷ هاجز .دبلیو ،هاکتاب پنگوئن □□□□ ۱۹۷۷ میلادی.

و گابای .دی در .منطق گزاره ابتدایی هاجز .دبلیو .هود۸۳
ف .ویراستاران ،گونتنر ،□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ ، 1. حجم
Dordrecht: D. Reidel، 1983.

Hol90. G. Holzmann. □□□□□ □ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ . Prentice Hall، 1990.

اس۰۱ جی. اس. دی. جکسون، شلیاختر. م. و میکرومدولاریته مکانیسم الف سریداران. م در . □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ *ACM SIGSOFT* □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□/□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ *(FSE/ESEC'01)* ، سپتامبر ۲۰۰۱.

۸۳ کوز. دی. کوزن نتایج روی ... مو حساب ای‌گزاره □□□□ □□□□□□□□ □□□□ ، 27: 333-354، 1983.

۵۹ لی. سی. ی. لی. دودویی گیری‌تصمیم های‌برنامه توسط مدار ها سوئیچینگ از نمایندگی . □□□□ □□□ □□□□□ □□ ، 38: 985-999، 1959.

□□□ LON83. DE Long □□□□□□ □□□□□□□ □ □□□□□ □□□□□□ . میلادی ۱۹۸۳ جولای ، ملون دانشگاه کارنگی ،علم کامپیوتر از مدرسه ،نامه‌پایان دکترا.

۹۳ مک. ام. ک. ل. میلان‌مک □□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□ . دانشگاهی ناشران کلوور، ۱۹۹۳.

MP91. ز. مانا و آ. پنوئلی. □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □ □□□□□□□: □□□□□□ . ورلاگ-اشپرینگر، ۱۹۹۱.

MP95. ز. مانا و آ. پنوئلی. □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□: □□□□□ . ورلاگ-اشپرینگر، ۱۹۹۵.

MvdH95. جی.-جی. هوک در ون. دبلیو و مایر. چ. جی. □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □ □□□□ □□□□□□□□ از ۴۱ جلد ، □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ . کمبریج دانشگاه انتشارات، ۱۹۹۵.

۹۴ پاپ. سی. اچ. پاپادیمیتریو □□□□□□□□ □□□□□□□ . وسلی آدیسون، ۱۹۹۴.

۹۱ پائو. ال. سی پالسون □□□□ □□□□ □□□□ ... □□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ . دانشگاه انتشارات کمبریج، ۱۳۷۰.

۸۱ پی. ان. یو. الف. پنوئلی الف منطق زمانی از هابرنامه □□□□ □□□□□□□□ □□□□ ، ۱۳:۴۵–۶۰، ۱۹۸۱.

۹۴ پاپ. س. پاپ. کورن □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ انتشارات دانشگاه کمبریج، ۱۹۹۴.

Pra65. D. Prawitz. □□□□□□□ □□□□□: □□ □□□□□□ □□□□□□-□□□□ . Almqvist & Wiksell، 1965.

اس۸۱ کیو. یو. جی. کوئیل پی جی. سیفاکیس. جی. و مشخصات. در CESAR. در همزمان های‌سیستم تأیید و □□□□□□ □□□□□□ □□ ... □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ ، ۱۹۸۱.

Ros97. AW Roscoe. □□□ □□□□□ □ □□□□□ □□ □□□□□□□ . هال پرنتیس انتشارات، ۱۹۹۷.

SA91. V. Sperschneider و G. Antoniou. □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ . وسلی آدیسون، ۱۹۹۱.

۹۲ ش. یو. شونینگ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ ب. من. فرلاگ زفرنشافتز، ویز، ۱۹۹۲.

Sch94. دی. ای. اشمیت. □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□ . محاسبات از بنیادها، مطبوعات تی آی ام دانشگاه، ۱۹۹۴ میلادی.

۹۴ سیم. الف. ک. سیمپسون □□□□□ □□□□□ □ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ . دکترا نامه‌پایان، دانشگاه اینبورگ دانشکده، کامپیوتر علوم، ۱۹۹۴.

SS90. جی. آسا سیل. م و مارک آل سنت. (Safalu und) در افزارنرم و هاسیستم تأیید و سازی‌مدل □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ ، ویراستار، دنیلز. ک. ب در. منطق ای‌گزاره □□□□□□□□□ *(SAFECOMP'90)* ، پرگامون انتشارات، ۱۹۹۰. ۳۶-۳۱ صفحات.

Tay98. تیلور جی آر. □□□□□□ □□□□□□□□□ □ □□□□□□□□ □□□□ . آکسفورد
مطبوعات دانشگاه، ۱۹۹۸ میلادی.

۹۱تن. آر. دی. تننت □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ . هال پرنتیس،
۱۹۹۱.

۹۱تور. آر. ترنر □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□
هیل گراومک، ۱۹۹۱.

۸۹. دی وی. دی. دالن ون □□□□ □ □□□□□□□ . دانشگاهی متن. فرلاگ-اشپرینگر، سوم چاپ،
۱۳۶۸.

VW84. م. ی. واردی و پیر پیر ولپر. هابرنامه وجهی های‌منطق برای هاتکنیک خودکار نظریه در
□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ *ACM* □□
□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ ، صفحات ۴۴۶–۴۵۶، ۱۹۸۴.

۹۸وی. م. الف. وایس □□□□□□□ □□□□□□□ □ □□□□ □□ □□□□ □□
□□□□□□□□ □□ □□□□
وسلی-آدیسون، ۱۹۹۸ میلادی.

# فهرست


۲۰۳ ،پی بی ای
بیت متناوب تغییر ۲۰۳ ،تشکر و تقدیر کانال
۲۰۳ ،انصاف ۲۰۳ ،کنترل
قوانین ۲۰۷ ،SMV اصلی برنامه
انتزاعی داده نوع ۸۸ ،جذب
۲۲۶ ،هامجموعه
۲۴۷ ،۲۲۹ ،۱۷۵ ،انتزاع
۱۹۱ ،قطعیت عدم و
مجموعه 336 ،320 ،309 ،دسترسی رابطه
ربط حروف از کافی
۳۹۷ ،۲۳۱ ،۲۲۲ ،۲۱۶ ،ال تی سی برای
۱۸۶ ،LTL برای
۹۱ ،۸۷ ،۶۹ ،منطق ایگزاره برای
۳۲۷ ،۳۱۹ ،۳۰۷ ،عامل
الگوریتم ۱۷۰ ،جبری مشخصات
۵۹ ،قطعی
۳۷۳ ، کردن اعمال الگوریتم
۳۸۰ ،پیچیدگی
۳۷۴ ،ساختار کنترل
۳۷۵ ،نزول بازگشتی
۵۹ ، اف ان سی الگوریتم
۳۷۲ ، دادن کاهش الگوریتم
۳۸۰ ،پیچیدگی
۳۷۷ ، کردن محدود الگوریتم
۳۸۰ ،پیچیدگی
دادن کاهش الگوریتم
آلیاژ ۳۷۳ ،اجرا نمونه
۱۵۳ ، []
۱۵۵ ، کننده‌سرگرم
۱۴۶ ، با
۱۴۴ ،ادعا
۱۴۴ ،بخشنامه چک
۱۴۴ ،بررسی ثبات
۱۵۰ ،امضا کردن محدود
۱۴۴ ،نقض مثال
۱۴۴ ،اپراتور نقطه
۱۶۹ ،امضا گسترش
۱۴۷ ،دلالت
۱۵۳ ،ایاجازه بیان
۱۵۶ ،هامحدودیت
۱۵۰ ،ها کننده اصلاح
۱۴۶ ،ماژول
۱۵۶ ،ماژول افتتاحیه
۱۵۶ ،چندریختی
۱۵۱ ،شرطپس
۱۵۱ ،شرط پیش
دستورالعمل ۱۶۹ ،متعدی بستار ،انعکاسی
۱۴۶ ،اجرا
۱۴۳ ،امضا
۱۴۴ ،مثال
۱۶۸ ،۱۴۳ ،فرضیه محدوده کوچک
۱۵۵ ،شدن بسته متعدی
بیت پروتکل ۱۴۶ ،جهانی سازی کمی
۳۱۸ ،آینده در همیشه ۲۰۳ ،متناوب
۳۳۹ ،۶ ،حذف-و
۳۳۹ ،۶ ،مقدمه-و
رویکرد ۲۵۷ ،۱۷۳ ،دامنه کاربرد
۱۷۳ ،مدل بر مبتنی
هاتقریب ۱۷۳ ،اثبات بر مبتنی
□□□□□□□□ $Zf$، ۳۹۲
$v$ □□□ $Zf$، ۳۹۳
۹۹ ،آریتی
۲۹۹ ،آرایه
۲۸۷ ،۱۳۶ ،مرزها
۲۸۷ ،میدان
۲۸۷ ،صحیح اعداد از
۲۸۷ ،بخش
۳۰۶ ،هوش مصنوعی
۹۳ ،زبان مصنوعی
۱۴۳ ،کردن بررسی ادعا
۱۹۱ ،تکلیف
۲۹۲ ،اولیه
۲۳۰ ،۲۰۵ ،قطعی غیر
۲۶۱ ،نمادگذاری برنامه
۲۶۱ ،بیانیه
۸۸ ،۵۶ ،قوانین پذیریشرکت
۴ ،فرض
۳۲۹ ،۲۸ ،تخلیه
۱۲۱ ،۱۱ ،موقت

،مدار ناهمزمان
۳۵۸
۱۸۹ ،آمیختگی درهم
منطق ۳۳۵ ،اتمی فرمول
منطق ۳۰۷ ،موجهات
هاگزاره
اصل ۱۲۴ ،معنی
موضوع
۵ ، ۳۳۱
**تی** ، ۳۴۱
۴ ، ۳۲۷، ۳۳۰، ۳۳۹
۵ ، ۳۳۰، ۳۳۹
**تی** ، ۳۲۷، ۳۳۰، ۳۳۹، ۳۴۳
۲۷۰ ،تکلیف برای
۱۰۷ ،برابری برای
۲۷۱ ،مثال

سطح اول جستجوی ۳۳ ،(BNF) نائور بکوس فرم
۲۲۵، ،عقب به
۲۳۲
منطق ۸۶ ،۴۲ ،۴۱ ،پایه حالت
اختلال 307 ،پایه موجهات
۳۶۴ ،بدن بدشکلی
سلام ( $n$ )، ۳۷۲
لو( $n$ )، ۳۷۲
۳۶۷ ،مکمل ۳۶۵ ،بولی تابع عنوان به
۳۶۵ ،مسیر سازگار
۳۶۱ ،لبه
۳۶۵ ،هامثال
لایه ۳۶۷ ،دارد سفارش
خط ۳۶۱ ،متغیرها
۳۶۲، ۳۶۵ ،چین‌خط
۳۶۲، ۳۶۵ ،جامد
۳۶۷ ،شده داده سفارش
۱، ۴۰۵-خواندن
۳۶۵ ،یافته کاهش
های‌ترمینال حذف ۳۶۳ ،تکراری های‌غیرپایانه حذف
رضایت ۳۶۳ ،اضافی های‌تست حذف ۳۶۳ ،تکراری
۳۶۵ ،بخش
۳۶۳ ،دی‌دی‌بی‌ساب
که ۳۷۸ ،BDD-۱-خواندن الف نه است که
های subBDD با ۳۶۸ ،نیست OBDD
۳۶۳ ،تکراری
۳۱۹ ،باور
درخت ۳۶۴ ،دودویی تصمیم نمودار
۳۶۱ ،دودویی تصمیم
۳۶۲ ،در نیرو تعدیل
برای ۲۰۹ ،۱۷۶ ،آورالزام های‌اولویت
عدد برای 307 ،پایه وجهی منطق
$KT45^n$ برای ۲۶۰ ،عبارات صحیح
335 ،
برای ۱۰۱ ،محمولی منطق برای
۵ ،ای‌گزاره منطق
،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب برای
۱۳۳ ،بیت ۳۹۱
۲۰۳ ،کنترل
۳۸۱ ،توجه قابل حداقل
۳۸۱ ،توجه قابل بیشترین

۲۰۵ ،کانال بیتی یک
های‌بلوک ۲۰۵ ،بیتی دو کانال
۳۷۴ ،۹۱ ،جی ،بول ۲۶۱ ،کد
۱۹ ،جبر بولی
۳۱۰ ،۲۱۰ ،دهنده پیوند بولی
۲۷۲ ،۲۶۰ ،بولی عبارت ۳۷۷ ،بولی وجودی مقدار تعیین
بولی فرمول ۳۷۹ ،همه برای بولی مقداردهی
۳۷۴ ،معادل معنایی نظر از ۳۷۵ ،متغیر یک از مستقل
تابع ۳۵۹ ،درستی جدول
بولی
به ۴۰۳ ،شرایط 'مراقبت «نکن»
۳۶۱ ،دودویی تصمیم درخت یک عنوان
۳۵۸ ،نمادین نمایش
۲۸۲ ،نگهبان بولی
۳۵۸ ،متغیر بولی
۲۱ ،پایین از حذف
،جعبه حذف ۲۱ ،(کنید مراجعه «حذف عدم» به) پایین ی‌مقدمه
۳۲۹
۳۲۹ ،جعبه معرفی
۱۷۴ ،منطق انشعاب زمان

مورد
۶۱ ،همپوشانی
۱۱۳ ،۶۲ ،۶۱ ،تحلیل مورد
۱۹۲ ،۱۸ ،حال شرح
۳۸۳ ،تابع مشخصه
۱۳۳ مدار ،.آ ،چرچ
۴۰۸ ،کننده مقایسه بیتی دو
۳۸۹ ،۱۹۴ ،ناهمزمان
۳۵۹ ،متوالی
۴۱۱ ،۳۸۸ ،۳۵۸ ،۱۹۴ ،همزمان
۲۱۷ ،تعریف ای‌دایره
۲۵۴ ،.ای ،کلارک
۳۲۸ ،۳۰ ،منطق کلاسیک
۲۵۹ ،مشتری
۱۹۰ ،تیک ساعت
۵۵ ،اف ان سی
کد
۲۵۷ ،مشخصات
کدگذاری ۲۵۷ ،تأیید
۳۹۵ ، اف
۳۹۴ ، اف ای
۳۹۵ ، جی ای
۳۹۵ ، اروپا اتحادیه
۳۹۴ ، مثال
۳۹۸ ،EG منصفانه ۳۹۵ ،نمادین ارزیابی از هایی‌نمونه
اتحادیه منصفانه
عدد ۳۹۷ ، اروپا
، مثال منصفانه
۳۹۷
،عادلانه های‌ایالت مجموعه
۲۶۱ ،فرمان ۳۹۷
۲۶۱ ،اتمی
۲۶۱ ،مرکب
۳۳۵ ،۳۳۲ ،دانش رایج
۳۹۰ ،ثابت عنوان به

اتصالات ال تی سی
۳۹۷ ،عادلانه
فرمول ال تی سی
۲۱۰ ،هابراکت مربع
۲۵۴ ،*ال تی سی

۷۰ ،جی ای دی
خط کادر ۳۶۴ ،خد
چین
۳۳۹ ،طعم
۱۲۳ ،ساختار هاداده
۲۵۱ ،۲۱۶ ،۵۷ ،قوانین مورگان د
۳۱۳ ،هاروش برای
۲۱۹ ،۲۱۵ ،۱۸۴ ،۱۷۸ ،بست‌بن
۲۲۲ ،هاسیستم زدایی اشکال
۲۵۷ ،هاسیستم زدایی اشکال
۱۳۱ ،مشکل تصمیم
۱۳۳ ،محمولات منطق در اعتبار ،گیری‌تصمیم رویه
۵۵
۲۶ ،توضیح اظهاری
۲، ۹۳ ،جمله اظهاری
۳۷ ،ارزش حقیقت
تعریف ۱۹۲ ،فرض‌پیش حالت
۳۳ ،استقرایی
توضیحات
۲۵۸ ،غیررسمی
۱۷۲، ۱۷۴ ،زبان
۲۸۳ ،.ای ،دایکسترا
۱۳۶، ۱۷۸، ۳۶۴ ،نمودار شده کارگردانی
۶۹، ۳۶۴ ،حلقوی غیر
۳۶۴ ،چرخه
۴ ،انفصال
۵۵، ۵۷ ،الفبا حروف از
پذیری‌توزیع قانون
ف از ۳۱۴ ،روش جعبه از
۱۸۵ ،دهنده پیوند
۱۹، ۶۰، ۸۸ ،منطق ای‌گزاره از
۳۰۲ ،سهام سود
۱۴۸ ،فرض دامنه
۳۵۲ ،حذف-نفی برابر دو
۳۵۲ ،مقدمه-نفی برابر دو

،امرسون ۱۰۷، ۶ ،حذف قانون
EA، ۲۵۴ ،کدگذاری ۱۲۸
مستلزم
محیط ۲۷۸ ،برنامه های‌منطق در
زیست
های‌برنامه برای ۱۹۱ ،قطعیت عدم و
۱۷۳ ،همزمان
۲۶۳ ،برابری ۱۲۷ ،ای‌گزاره منطق های‌فرمول برای
۱۰۷ ،عمدی
۲۶۱ ،نمادگذاری برنامه
۱۵۳ ،ساختاری
۱۰۷ ،نماد
معادل های‌فرمول ۳۳۹، ۳۲۷، ۳۲۱ ،ارزی‌هم رابطه
از ۳۱۴ ،پایه موجهات منطق
CTL، ۲۱۵–۲۱۷
۲۵۶ ،فرآیندها کردن برقرار ارتباط
۱۹۴ ،پروتکل ارتباط
بودن کامل ۱۳۷ ،قضیه فشردگی
برای طبیعی استنتاج ۹۶ ،منطق گزاره برای کسر طبیعی از
،ای‌گزاره منطق
۵۴
۲۲۹ ،نمایی پیچیدگی
۴۰۴ ، کردن اعمال از
فراگیر جستجوی روش با حداقل مجموع بخش از
۲۸۸ ،الگوریتم
۳۹۷ ،انصاف از
۲۲۴، ۲۲۵ ،گذاری‌برچسب الگوریتم
EG $c$، ۲۳۲ گذاری‌برچسب
۲۷۸ ،متوالی ترکیب
۱۹۴ ،همزمان
پذیری‌ترکیب ۳۹ ،ترکیبی معناشناسی
،پذیری‌محاسبه ۲۳۰ ،مدل بررسی در
محاسبه ۱۳۱
۴۹ ،مقاوم
۱۸۰، ۲۱۲ ،مسیر محاسبه
۲۳۱ ،منصفانه
،محاسباتی درخت منطق 285 ،محاسبات ردیابی
306، 318 ،محاسباتی درخت منطق ۱۷۵
۳۰۶ ،رفتار محاسباتی
۱۰۳ ،برنامه کامپیوتر
۱۲۶، ۱۳۲ ،پیوستگی
۴، ۲۷۳ ،گیری‌نتیجه
۲۵۷ ،همزمانی
۵۶ ،پیوسته
۴، ۲۹۱ ،ربط حرف
دهنده پیوند ۳۳۵ ،نهایت بی
۲۲۶ ،شده تنظیم کافی
۱۷۷، ۲۰۹ ،صدایی‌تک
۳۰۸، ۳۱۶ ،ثبات
۱۴۳ ،کردن بررسی ثبات
محدودیت ۱۵۷ ،نماد ثابت
۷۴ ،ناهماهنگ
۶۹ ،کننده حل شنبه
۲۰، ۱۱۸، ۳۱۹، ۳۲۵ ،تناقض
۲۶۱، ۲۶۲ ،ساختار کنترل
۴۰۴ ،ارزش کردن کنترل
۲۰، ۳۲۹ ،حکومت کپی
۲۵۹، ۲۸۷ ،زبان نویسی‌برنامه هسته
۳۲۵ ،نظریه مکاتبات
۱۲۳، ۱۳۰، ۳۱۷، ۳۵۴ ،مثال شمارنده
۱۷۴ ،ردیابی شمارنده
۱۸۷ ،بخش بحرانی
۱۷۵، ۲۵۴، ۳۰۶، ۳۱۸ ،ال تی سی
CTL*، 218 از ای‌زیرمجموعه عنوان به
۲۲۰ ،بیان قدرت
۳۰۶ ،هاروش
۲۵۱، ۲۲۰ ،هافرمول مسیر از بولی های‌ترکیب با

۴، ۳۲۷ تی کی از
۴۵، ۳۲۷ تی کی از
LTL، ۱۸۴ از
۱۱۷، منطق گزاره از
۱۶، منطق ای‌گزاره از
ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب از،
۳۸۲، ۳۹۸، یا-اختصاصی ۴۱۰
۲۱۶، سنج‌کمیت وجودی
۱۳۹، ۱۵۶، منطق دوم مرتبه وجودی
۱۱۳، حذف-وجود
۱۱۲، مقدمه-دارد وجود

فاکتوریل
برنامه ۲۶۲، طبیعی عدد یک از،
۲۶۲، ۲۸۴
انصاف
مدل بررسی ۳۹۸، تو در تو ثابت نقاط
۳۹۶، نمادین
۱۹۰، ۱۹۷، محدودیت انصاف
۲۳۱، ۲۵۲، ساده
۲۰۴، دویدن انصاف
۸۵، اعداد فیبوناچی
۲۸۷، شاخص میدان
داده ساختار ۴۰۵، متناهی اتوماتای
اول مرتبه منطق ۲۲۲، متناهی،
۹۳
۲۴۰، نقطه ثابت
۲۴۰، ۲۴۱، بزرگترین
۲۴۰، ۲۴۱، حداقل
CTL، ۲۱۷، ۲۳۸ برای معناشناسی
۲۶۱، کنترل جریان
۲۶۹، ر. فلوید
۲۹۹، بیانیه-برای
۱۰۹، جانبه‌همه کنی‌ریشه برای
رسمی ۱۱۰، مقدمه - همه برای
فرمول ۲۱۸، مسیر
۱۷۵، اتمی
۴۴، ۸۶، ارتفاع
۶۵، شاخ
۱۷۷، بدشکل
موجهات منطق ۲۲۳، فوری زیرفرمول
۳۱۴، پایه
۲۰۸، ال تی سی از
۲۰۸، اتمی
۲۰۹، بدشکل
از ۲۰۹، فرم خوش
LTL
۲۵۱، معتبر
۱۰۰، منطق گزاره از
۳۳، ۵۰، منطق ای‌گزاره از
۳۲، ۳۳، ۴۴، فرم خوش
۳۹۰، ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب از
۳۲۸، ۳۴۳، ۳۴۸، مثبت
۳۱۲، ۳۱۷، طرح
۳۱۵، **ک**
۳۱۲، نمونه ۳۱۲، ای‌گزاره منطق در
۳۵، زیرفرمول
۳۲۲، قاب

۱۰۶، $\varphi$ در □□□□ برای رایگان
۱۷۰، ج. فرگه ۱۰۹
تابع
یکنواخت ۱۲۴، محمولات منطق در،
۲۴۰
۲۴۰، مثالی غیر الف
۹۹، پوچ
۲۵۰، بازگشتی
۲۲۵، ۲۲۷، شنبه
۲۵۳، قرارداد فسخ
۲۲۸، ساتف
۲۵۳، ساتگ
۲۵۲، ساتگ
۲۲۹، ساتو
۲۲۸، ساتکس
۹۶، ۹۸، ۱۵۷، نماد
۹۸، دودویی
۲۵۰، کردن ترجمه
$\forall$ پیش تابع $(X)$، ۲۲۷
$\exists$ پیش تابع $(X)$، ۲۲۷، ۳۸۵
$\forall$ پیش تابع $(X)$، ۳۸۵ تابع
SAT
آینده ۲۴۰، درستی
۲۴۹، ۳۵۳، حاضر ... کندمی مستثنی
حال شامل آیا شودمی ۳۵۳، ۲۴۹، ۱۸۲، حال شامل
۳۱۸، شودمی حاضر

G، به دسترسی قابل
□ در ۳۳۸
۳۳۸، مراحل
۹۶، ک. گودل
۹۱، ج. جنتزن
دستور ۱۴۹، جهانی مجمع مخزن
۳۳، زبان
۲۶۹، بند
۱۵۵، سازی‌شبیه شده هدایت

۲۵۴، ج. هالپرن
۱۴۱، منطق بالاتر مرتبه
۲۶۴، گانه‌سه هور
۲۶۹، ۲۶۴، ر. الف. سی، هور
۱۷۰، دبلیو، هاجز
۶۵، ۱۳۹، بند شاخ
۳۴۳، حکومت هیبریدی

سازی‌پیاده ۲۸۰ if دستور
۱۴۳، سازگار
۴، دلالت
۲۷۸، منطقی
۹، دارد حذف بر دلالت
۱۲، مقدمه-دارد دلالت
۳۵، نمایندگی ترتیب به
۲۵۹، ناهماهنگی
القا ۱۳۲، شاخص
۴۳، هاارزش سیر
۴۱، ۴۲، فرضیه
۴۰، ریاضی ۲۲۹، مدل بررسی در
۴۱، قدم استقرایی

لم
  ۳۲۸ ،مثال
۱۷۴ ،منطق خطی زمان
۱۷۵ ،منطق زمانی خطی زمان
۵۵، ۶۲ ،اللفظی تحت ۱۷۵ (LTL)، خطی زمانی منطق
  ۱۹۰، ۱۹۷ ،سرزندگی
  ۱۸۸، ۱۸۹، ۲۰۷، ۲۳۰ ،ملک
۳۰۷، ۳۱۶ ،مهندسی منطق
۴۹، ۱۷۰ ،نویسی‌برنامه منطق
متغیرهای ۲۷۸ ،منطقی سطح
منطقی
  جدول ۲۶۹ ،هور گانه‌سه از
  ۱۲۷، ۱۴۰ ،جستجو
  ۱۲۷ ،شده روزبه
LTL، ۱۷۵
LTLSPEC، ۱۹۲، ۲۰۴

۲۶۳ ،ایالت دستگاه
یادداشت ۲۵۴ ،.ک ،میلان‌مک
برداری
  ،میانی شرایط ۳۷۷ ،شده محاسبه های OBDD از
  ۲۷۰، ۲۷۶
۲۸۸ ،بخش جمع حداقل
وجهی رابط ۳۰۵ ،مشکل حداقل مجموع با بخش
  □□ □□ ، ۳۳۵
  □□ □□ ، ۳۳۵
۳۰۶ ،منطق مودال
  ۳۲۶ ،ک
  ۴، ۳۲۷ تی کی
  ۴۵، ۳۲۶، ۳۲۷ تی کی
  ۳۲۶ ،عادی
  ۳۲۷ ،اس۴
  ۳۲۶ ،اس۵
۳۰۸ ،روش
  ۳۰۸ ،الماس
  مدل ۲۲۰ ،مسیر
  KT45 از ۳۷ ،ای‌گزاره منطق برای
  $n$، ۳۳۶
  ۳۰۹، ۳۲۴ ،منطق مودال اساسی از
  ۳۱۰ ،ال تی سی از
  ۲۴۸، ۲۴۹ ،نمایندگی تصویری
  KT45، ۳۳۷ از ۳۲۸ ،شهودی ای‌گزاره منطق
  $KT45^n$، ۳۳۷ از
  LTL از
  ۱۷۹ ،نمایندگی تصویری
  ۹۶، ۱۲۴ ،منطق گزاره از
  ۱۴۳ ،شده مشخص حد از کمتر
۱۷۴ ،کننده چک مدل
۱۴۱، ۱۷۳، ۱۷۵، ۲۵۶ ،کردن بررسی مدل
  ۲۱۷، ۲۲۵، ۲۳۱، ۳۱۸ ،الگوریتم
  ۳۹۴ ،زدایی اشکال
  ۱۸۲، ۲۱۳ ،مثال
  ۲۳۰ ،انصاف های‌محدودیت با بر مبتنی تأیید
۱۷۲، ۱۷۴ ،مدل
۲۶۵ ،ماژول
۴۰۸ ،شمارنده ۸ مدول
□□□□ □□□□ ، ۹

۱۲۵، ۲۱۰ ،میانوندی نمادگذاری
اطلاعات
  ۳۴۳ ،منفی
صحیح عدد ۶۱ ،پارامتر ورودی
  ۲۶۰ ،بیان
  ،برچسب صحیح عدد
  ۳۷۲
منطق بین رابط ۳۸۱ ،صحیح اعداد ضرب
آمیختگی درهم ۲۷۷ ،ها
  ۱۸۸، ۱۹۴ ،هاانتقال ۲۷۵ ،کد با هافرمول
نگری‌درون ۶، ۱۰۷ ،مقدماتی قوانین
  ۳۱۹، ۳۲۶ ،منفی
  ۳۱۹، ۳۲۶ ،مثبت
۳۰، ۱۲۰، ۳۲۷ ،منطق شهودی
۲۷۳ ،هاثابت
  ۲۸۳ ،کردن کشف
  ۶۹ ،کننده حل شنبه
۴۱۲ ،کردن مربع تکراری

۱۷۰ ،جپه
۲۷۶، ۲۷۷، ۳۲۹ ،توجیه

دانش ۲۴۱ ،قضیه تارسکی-کناستر
  ۳۳۳ ،رایج
  ۳۳۵ ،شده توزیع
  ۱۰۲ ،دامنه مختص
  فرمول ۳۲۱ ،نادرست
  ۳۴۳ ،مثبت
  ۳۱۹، ۳۲۷ ،شده سازی‌آل‌ایده
  ،روش ۳۰۷ ،سیستم عاملی چند الف در
  ۳۳۵
  ۳۰۷، ۳۱۹ ،عامل از
۴۱۳ ،.دی ،کوزن
۱۶۷، ۳۰۹ ،مدل کریپکه
  برای ۳۵۴ ،نقض مثال عنوان به
  $KT45^n$، ۳۳۶
۳۰۹، ۳۱۵ ،.س ،کریپکی

برچسب 138 ،اسکولم-لوونهایم قضیه
  ۲۲۳ ،کردن اضافه
  ۲۲۴ ،کردن حذف
زدن برچسب
  ۲۲۳ ،اف ای
  ۲۲۴ ،جی ای
  □□ ، ۲۳۱ جی ای
  ۲۲۳ ،اروپا اتحادیه
  ۲۲۳ ،مثال
تابع ۲۲۲ ،گذاری‌برچسب الگوریتم
گذاری‌برچسب
  ،کدگذاری های‌زیرمجموعه
  ،کریپکی مدل برای ۳۸۳
  LTL، ۱۷۸ مدل برای 309
  ۲۹۹ ،زبان ساختار ۳۲۲ ،ندارد قاب
۲۵ ،وسط شده مستثنی از قانون

□□□□ □□□□□ ، ۱۰، ۳۵۲
۳۴۴، ۳۴۲، پازل آلود گل کودکان
مدل ۱۵۲، محدودیت چندگانگی
موتکس
۱۸۸، نمایندگی تصویری
۱۸۷، محرومیت متقابل

کسر طبیعی
منطق برای ۹۵، محمولی منطق بسط
۳۳۲، موجهات
، مخترع ۱۷۴، منطق زمانی برای
۹۱
قوانین کسر طبیعی
برای ۳۲۹، پایه وجهی منطق برای
$KT45^n$، 340، 355
برای ۱۰۷، منطق گزاره برای
۲۷، ای‌گزاره منطق
ضرورت
۳۰۸، ۳۱۸، منطقی
۳۱۸، فیزیکی
۴، نفی
مراجعه «پایین از حذف» به) نفی حذف
۲۱، (کنید
۲۲، مقدمه-نفی
شبکه ۳۹۴، تو در تو بولی مقداردهی
۱۷۴، همزمان
گره ۲۱۵، ۱۸۹، ۱۸۸، دقیق یابی‌توالی بدون
۳۶۴، اولیه
۱۰۳، برگ
۳۶۱، پایانی غیر
۷۰، شده گذاشته اشتراک به
۳۶۴، ۳۶۲، ترمینال
۲۱۵، ۱۸۹، ۱۸۸، پروتکل کننده مسدود غیر
۱۹۰، قطعیت عدم
۲۶۲، فسخ عدم
۵۵، ۵۳، فرم عادی
۳۶۰، ۵۵، ربط حرف
۳۶۰، گسسته
۶۰، نفی
۲۵۰، *ال تی سی
۲۴۶، ۱۸۶، LTL
۴۰۶، هامجموع حاصلضرب
۴۰۴، هاحاصلضرب مجموع
۲۱، حذف عدم
۲۲، مقدمه بدون

۳۶۷، دی دی بی او
۳۷۰، زائد متغیرهای وجود عدم
۳۶۹، فرم متعارف
۳۸۵، سازی مکمل
۳۶۷، تعریف
۳۸۱، هاافزونه
۳۸۷، $\exists$ ( $X$ ) پیش برای
۳۸۷، $\forall$ ( $X$ ) پیش برای
۳۸۱، ضرب صحیح عدد
۳۸۵، تقاطع
۳۸۱، هامحدودیت
۳۷۷، نویسی خاطره

رابطه یک از ۳۸۰، تو در تو بولی مقداردهی
۳۸۶، انتقالی
توازن تابع از ۳۷۰، زوج پاریته تابع یک از
۴۰۶، بهینه سازی‌مرتب ۴۰۰، فرد
۳۶۸، یافته کاهش
برای یکی ۳۶۸، فرد به منحصر نمایش
نمایندگی به ۴۰۰، یافته کاهش منطقی «iff»
اجرای زمان ۳۸۳، هازیرمجموعه از
هاالگوریتم
حساسیت ۳۸۰، بالایی مرزهای
۳۷۰، اندازه
آزمون ۳۸۰، بولی فرمول سنتز
۳۷۲، دلالت برای
۳۷۲، بخشی‌رضایت برای
۳۷۰، معنایی معادل برای
، اعتبار برای
۳۷۲
۳۸۵، اتحادیه
۳۸۱، تغییرات
مطلق علم ۴۰۰، فرد توازن تابع
۳۱۹، منطقی
۱۷، حذف-یا
بار اضافه ۱۶، مقدمه-یا
۱۲۹ ، ▶ از
۱۰۷، قوانین اثبات از

۳۶۹، حتی برابری تابع
۳۷۰، دی دی بی او عنوان به
درخت OBDD، برابری
۳۸۱ تجزیه
یک از ۱۰۳، محمولی منطق فرمول یک برای
۱۵۹، ترم
از ۳۰۷، پایه موجهات منطق فرمول یک از
۲۱۰، CTL فرمول
۳۵، ریشه ۳۴، ای‌گزاره منطق فرمول از
۳۵، درخت زیر
۳۱۲، شده مشخص کم
سفارش کاهش ۲۶۵، جزئی صحت
الگو ۲۲۹، جزئی
۳۹۸، ( □□ □□□ ) بوای‌چک
۳۹۷ ، ( □ ) ایکس‌چک
۶، ۱۱۱، ۲۷۹، تطبیق الگو
۹۴، دارنده مکان
۳۱۶، امکان
ممکن 308، منطقی
جهان است
۳۱۵، معناشناسی
از پس شرط ۱۳۲، وقوع از پس مکاتبات ی‌مسئله
۱۵۱، وقوع
۲۶۴، برنامه منطق در
، پراویتز
۹۱ ، دی
۱۵۱، شرط پیش
۲۶۴، برنامه منطق در
، ترین‌ضعیف
۲۷۶
۶۳، الگوریتم از

۹۳ ،گزاره
۹۵ ،دودویی
95 ،یکتایی ۹۵ ،هاآرگومان تعداد
۹۳ ،منطق گزاره
،رضایت ۱۲۹ ،هافرمول از ثابتی مجموعه
129
۱۲۹ ،بودن مستلزم معنایی
۱۲۹ ،اعتبار
۱۲۶ ،پیشوند
۲۱۰ ،نمادگذاری
۱۲۶ ،دادن سفارش
۲۷۰ ،فرض
۲۵۴ ،.الف ،این از پیش
مشکل
۱۳۲ ،مثال
۱۳۲ ،کاهش
فرآیند ۲۶ ،ایرویه تفسیر
۱۸۷ ،همزمان
۲۰۶ ،سازی‌نمونه
برنامه ۲۵۷ ،پردازنده
۲۶۴ ،رفتار
۲۵۷ ،اشکال
۲۷۶ ،کد
۲۶۱ ،ساخت
۲۲۵ ،۶۷ ،۶۳ ،درستی
۲۹۹ ،شده مشتق
۲۶۶ ،واگرا
۲۵۷ ،مستندسازی
۲۵۸ ،زیست محیط
۳۵۸ ،متناهی حالت
۲۶۲ ،تکه تکه
۲۷۵ ،منطق
۲۵۹ ،شناسی‌روش
۲۶۳ ،هارویه
۲۵۶ ،متوالی
۲۶۵ ،۲۴۲ ،۸۹ ،۶۷ ،قرارداد فسخ
۲۶۸ ،۲۲۷ ،متغیر
۲۷۰ ،تأیید
۲۶۰ ،رسمی
نویسی‌برنامه ۳۱۹ ،۳۱۶ ،برنامه اجرای
۲۹۶ ،قراردادی
نویسی‌برنامه زبان ۲۹۶ ،ایفل
اثبات ۲۵۹ ،ضروری
جعبه
۱۱ ،من→ برای
منطق برای ۱۱۰ ،مقدمه-همه برای
۲۸ ،افتتاحیه ۳۲۹ ،موجهات
اساس بر ۲۲ ،هم کنار
۲۴ ،تناقض
۲۶۰ ،۲۵۶ ،انتگرال و دیفرانسیل حساب
۲۶۹ ،ساز و ساخت
۱۲۰ ،سازنده
۳۴۰ ،۳۲۹ ،جعبه چین‌خط
۲۷۸ ،تکه تکه
۲۹ ،غیرمستقیم
۲۳۹ ،درستی از
۲۶۶ ،قرارداد فسخ از
۲۸۱ ،جزئی
۳۰۰ ،۲۶۹ ،درستی جزئی
۴۹ ،جستجو
۳۲۹ ،جعبه جامد
۲۶۵ ،۱۱۵ ،استراتژی
۲۷۲ ،اثبات زیر
۲۶۹ ،تابلوها
۱۷۴ ،۱۲۲ ،۹۳ ،نظریه
۲۹۲ ،درستی مجموع
۵ ،قوانین اثبات
۲۷۳ ،دلالت برای
۲۶۹ ،تکلیف برای
۶ ،ربط حرف برای
۱۶ ،انفصال برای
برای ۸ ،مضاعف نفی برای
۱۰۸ ،برابری
برای ۱۱۲ ،سازی کمی وجودی برای
۲۸۰ ،۲۷۲ ،شرطی دستورات
۲۸۱ ،شده‌اصلاح
۲۷۷ ،۱۲ ،دلالت برای
۳۳۹ ،$KT45^n$ برای
۲۰ ،نفی برای
۱۱۲ ،هاسنج‌کمیت برای
سازی‌کمی برای ۲۷۵ ،۲۶۹ ،ترتیبی ترکیب برای
۱۰۹ ،جهانی
while ۲۸۷ ،۲۸۲ ،۲۷۲ عبارات برای
۱۱۱ ،طرحواره
113 تابلوهای ،زیرفرمول خاصیت
اثباتی
۲۹۱ ،کامل
۲۵۶ ،۱۷۲ ،تأیید اثبات بر مبتنی
۲ ،گزاره
۹۳ ،منطق ای‌گزاره
۱۸۸ ،۱۸۷ ،پروتکل
پذیری‌اثبات
۱۳۶ ،منطق گزاره از قطعیت عدم

۳۱۳ ،۳۱۰ ،سنج‌کمیت
۱۸۵ ،هامعادل
اولویت ۹۴ ،محمولات منطق در
۱۰۱ ،آورالزام های
۱۳۰ ،هامعادل
۱۲۳ ،معنی
۲۵۴ ،.جی ،کوئیل

۱۳۷ ،۱۳۶ ،دسترسی قابلیت
استدلال
۳۳۱ ،۳۲۶ ،دانش درباره
۲۹ ،سازنده
۳۲۹ ،دسترس قابل و دلخواه دنیای یک در
۳۴۳ ،غیررسمی
۲۵۹ ،کمی
رکورد ۲۸۰ ،ناسالم
۱۹۳ ،میدان
بازگشت
۲۱۸ ،متقابل
،بگیرید تماس بازگشتی
۲۸۰
*reductio ad absurdum* ، 24، 119
،متعدی بستار ،انعکاسی ۲۴ ،پوچی به تقلیل
۱۶۷

استلزام ۱۴۱ ،منطق دوم مرتبه
معنایی
برای ۱۴۱ ،منطق گزاره برای
برای ۳۱۳ ،پایه وجهی منطق
KT4، ۳۲۸
برای ۳۲۶ ،عادی وجهی های‌منطق برای
۹۶ ،محمولی منطق
۴۶ ،منطق ای‌گزاره برای
،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب برای
معناشناسی ۳۹ ،معنایی معادل ۴۱۰
از $\mu Z.f$، ۳۹۲
از مورد
□.□.□ ، ۳۹۳
۳۱۰ ،منطق مودال اساسی از
CTL، ۲۱۱ از ۳۹۲ ،سازی کمی بولی از
۲۳۹ ،جی ای از
۱۳۱ ،برابری از
۱۲۲ ،منطق گزاره از
۳۸ ،منطق ای‌گزاره از
،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب از
۱۸۱ ،تا از ۳۹۱
۴ ،اتمی جمله
۹۳ ،اجزا
۹۳ ،اعلانی
،متوالی ۱۲۸ ،محمولات منطق در
۵
۱۱۶ ،نامعتبر
۳۷۴ ،گسترش شانون
۱۰۸، ۱۱۰ ،وضعیت سمت
۲۵۴ ،جی ،سیفاکیس
،وی ام اس ۱۴۳ ،کوچک دامنه فرضیه
۲۵۴
۱۹۳ ،ماژول ABP، 207 برای اصلی برنامه
۲۰۵ ، گیرنده
۲۰۴ ، فرستنده
۲۰۶ ،کانال برای
۱۹۳ ،سازی‌نمونه
۳۸۹ ،فرآیند
برنامه
۱۹۲ ،مثال
۱۹۵ ،موتکس برای
افزارنرم ۱۹۲ ،مشخصات
۱۴۲ ،حیات چرخه
۱۴۲ ،میکرومدل
۱۴۹ ،اطمینان قابلیت
۱۴۲ ،الزامات
۱۴۲ ،مشخصات
صحت ۱۴۲ ،اعتبارسنجی
طبیعی کسر ۱۰۹ ،کامل حذف برای
منطق ۳۵۴ ،پایه موجهات منطق
۹۶، ۱۲۲ ،محمولی
منطق از ۴۵ ،ای‌گزاره منطق
۲۶۷ ،برنامه های
while، ۲۸۲ های‌گزاره برای اثبات قاعده از
۱۰۸ ،اصل جایگزینی ... از

رابطه ۴۰۵ ،منظم زبان
۱۷۸ ،دودویی
۳۲۱، ۳۲۷ ،اقلیدسی
۳۲۱ ،عملکردی
۳۲۱ ،خطی
۱۴۰، ۳۲۰، ۳۲۴ ،انعکاسی
۱۰۹ ،فرمول عنوان به
۳۲۰، ۳۵۳ ،سریال
۳۲۰ ،متقارن
۱۰۹ ،فرمول عنوان به
۳۲۱ ،کل
۱۷۸ ،گذار
۱۴۰، ۳۲۰، ۳۲۴ ،متعدی
۱۰۹ ،فرمول عنوان به
ای‌رابطه مو حساب
نیاز مورد ۳۹۲ ،ثابت ممیز عملگرهای
۲۵۸، ۲۶۳، ۲۸۸ ،غیررسمی
۱۴۲ ،الزامات
۳۷۴ ،محدودیت
۵ ،راست انجمنی
قاعده ۱۳۵ ،تجزیه درخت ریشه
۲۳ ،شده مشتق
۱۰ ،هیبرید
۱۶۵ ،پارادوکس راسل

کننده حل ،۱۸۹، ۱۸۷ ،ملک ایمنی
SAT 207
۷۶ ،مکعبی
۷۱ ،قوانین کردن مجبور
۷۵ ،هاعلامت دائمی
رضایت ۷۴ ،موقت نمرات
۳۲۲ ،قاب الف در
رابطه ،$KT45^n$ برای چارچوب یک در
337 رضایت
،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب برای
۳۱۰ ،پایه وجهی منطق برای ۳۹۱
۴۵، ۳۳۷ تی کی برای
LTL، ۱۸۰ برای
منطق برای ۲۶۵ ،جزئی صحت برای
۱۲۸ ،محمولی
،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب برای
۲۶۶ ،کامل صحت برای ۳۹۱
۳۶۰ ،بخشی‌رضایت
۴۰۶ ،ست۳
۶۵ ،گیری تصمیم
۸۵ ،ای‌گزاره منطق فرمول یک از
۱۳۵ ،محمولی منطق قطعیت عدم
SCC
۲۳۲ ،منصفانه
ریزبرنامه
۱۹۷ ،منصفانه
محدوده
یک از ۱۱۷ ،ساختگی متغیر یک از
۱۰۳، ۱۱۳ ،متغیر
۲۸، ۱۱۳، ۳۲۹ ،فرض یک از
۱۱۳، ۱۳۳ ،فضا جستجو

برای مشخصات
ABP، ۲۰۷
،رسمی ۲۵۹
،غیررسمی ۲۵۹
،زبان ۱۷۲
،الگو ۱۵۷ ،گزاره الف از
۲۵۴
،الگو عملی ۱۸۳، ۲۱۵
،میز حقیقت ۵۸
،مشخصات ۱۹۱
،چرخش ۲۵۴
ایالت
،بحرانی ۱۸۸
،انفجار ۲۲۹
،مشکل انفجار ۲۵۴
،منصفانه ۳۹۷
،نهایی ۱۴۲
،فرمول ۲۱۸
،جهانی ۱۸۸
،نمودار ۱۸۰
،اولیه ۱۴۲، ۱۸۹، ۲۲۲، ۲۴۷، ۲۵۲، ۲۶۴
از ۱۸۸ ،بحرانی غیر
۲۶۹ ،سیستم الف
قابل ۲۶۴ ،اصلی برنامه از
،دسترسی ۲۴۷
،نتیجه در ۲۹۹، ۲۶۳
،فضا ۲۲۹
،هاایالت کردن تقسیم ۱۹۰
،گذار ۱۴۲
،کردن تلاش ۱۸۸
فضای ۱۴۲ ،ماشین ایالت
سازی‌ذخیره
،مکان ۲۸۸
فروشگاه ،ایالت
۲۶۱
،رشته ۲۶۴ ،اصلی برنامه از
۲۴۷، ۳۰۷
،دودویی ۱۲۶، ۱۳۲
،خالی ۱۲۶
۱۵۳ ،ساختاری برابری ۲۲۵ ،متصل قویاً مؤلفه
۵۱ ،۴۴ ،القا ساختاری
جایگزینی ۱۷۸ ،زیرفرمول
۱۰۵ ،محمولات منطق در
۳۲۳ ،مثال
۳۱۴ ،مکررات تکرار از ای‌نمونه
۱۰۸ ،اصل
نحوی ۳۸۳ ،نمادین مدل بررسی
نحو ۲۶۱، ۲۶۰ ،دامنه
۳۰۷ ،منطق مودال اساسی از
های‌فرمول از ۲۶۱ ،بولی عبارات از
۳۹۸ ،بولی
۲۰۸ ،ال تی سی از
۲۱۸ ،*ال تی سی از
$KT45^n$ ، ۳۳۵ از
LTL، ۱۷۵ از
۱۰۰ ،منطق گزاره از
۳۳ ،منطق ای‌گزاره از

،ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب از
۹۹ ،اصطلاحات از ۳۹۰
سیستم
،ناهمزمان ۲۵۴
۳۸۹ ،مدل آمیختگی درهم
۳۸۹ ،مدل همزمان
۹۱ ،بدیهی
۲۵۷، ۱۷۲ ،بحرانی تجاری نظر از
۲۰۶ ،جزء
۱۷۳ ،همزمان
۱۷۴ ،زدایی اشکال
۱۹۳ ،شرح
۱۷۴ ،طراحی
۱۷۳ ،توسعه
۲۱۵، ۱۸۴ ،آسانسور
۲۵۶ ،متناهی حالت
۲۷۷ ،هیبریدی
۲۵۶ ،نهایت‌بی حالت
۱۷۲ ،حیاتی ماموریت
۳۳۱ ،عاملی چند
۱۷۵ ،فیزیکی
۳۵۸، ۲۵۷، ۱۷۳ ،پذیرواکنش
۲۵۷، ۱۷۲ ،بحرانی ایمنی
۱۷۴ ،گذار
۲۵۶ ،تأیید

زمانی رابط ۵۰ ،گویی‌همان
۲۱۲ ،اف ای
۲۱۱ ،جی ای
۲۱۲ ،آئورلی دانشگاه
۲۱۱ ،ایکس
۲۱۲ ،اف ای
۲۱۱ ،جی ای
۲۱۲ ،اروپا اتحادیه
۲۱۱ ،مثال
۱۷۶ ،هارابط زمانی
۳۰۶، ۱۷۴ ،منطق زمانی
۹۹ ،اصطلاح
۱۲۸ ،تفسیر
۱۷۰ ،اصطلاحات بازنویسی سیستم
خاتمه
۲۹۵ ،۱ + □ ۳ کولاتز
۲۶۶ ،اثبات
□□□□□□ □□□
□□□□□ ، ۲۵ ،قضیه ۱۳
۱۳۶، ۱۰۶ ،کننده اثبات
زمان ۱۷۰ ،اثبات
۱۷۴ ،پیوسته
۱۷۴ ،گسسته
بالا عدد
۶۶ ،گذاری علامت
۲۶۶، ۲۶۵ ،درستی مجموع
های‌برنامه برای ۱۷۸ ،رابطه گذار
SMV، ۳۸۸
برنامه ۱۷۴ ،انتقال سیستم
ABP، ۲۴۷ کد Mutex،
۱۹۸
،کردن باز ۱۹۲، SMV برنامه از
۲۲۲، ۲۱۲، ۱۸۰

ترجمه
درخت ۱۰۱، ۹۵، هاگزاره منطق به انگلیسی
حقیقت ۲۱۲، ۱۸۰، نهایت‌بی
۱۷۴، پویا
حالت، ۳۰۶، ۳۰۸
۳۲۶، دانش از
۱۷۴، استاتیک
مقدار
برای ۱۲۷، محمولی منطق برای
۳، ای‌گزاره منطق
میز حقیقت
۳۷، ربط حرف برای
۳۸، میزها حقیقت
نوع، ۱۲، ۳۲۷
۱۲، کردن بررسی
۱۷۰، نظریه

عدم 307، واژه‌تک رابط
قطعیت
۱۳۶، پذیری‌اثبات از
۱۳۵، بخشی‌رضایت از
جهانی سورسازی ۱۳۳، محمولات منطق در اعتبار،
۲۶۸
۲۱۶، سنج‌کمیت جهانی
های‌ارزش جهان ۱۵۶، ۱۴۰، جهانی دوم مرتبه منطق
۱۴۰، بودن نیافتنی دست ۱۲۴، ملموس
تا ۱۶۴، نادرست توالی
کردن نفی ۱۸۲، طبیعی زبان به،
۱۸۷
۳۹۱، گذاری‌ارزش شده‌روزرسانی‌به

متوالی معتبر
صحت ۳۳۰، موجهات منطق
۲۶۷، جزئی
اعتبار ۲۶۷، کامل صحت
در ۳۱۴، پایه موجهات منطق در
$KT45^n$، 339
منطق در قطعیت عدم ۸۵، ای‌گزاره منطق در
۱۳۳، محمولات
ارزیابی
۳۷، منطق ای‌گزاره برای

۱۲۳، منطق گزاره در
ای‌رابطه انتگرال و دیفرانسیل حساب در،
ارزش ۳۹۱
۲۰۶، ۲۶۸، ۲۶۹، اولیه
۲۵۴، م.، واردی
۹۴، ۲۶۰، متغیر
۲۲۹، ۲۴۷، ۳۵۸، بولی
۱۰۳، مقید
۱۰۶، کردن تصرف
۱۱۰، آدمک
۱۰۳، رایگان
۲۶۳، محلی
۲۶۸، ۲۹۰، منطقی
متغیر سازی‌مرتب
۳۶۸، سازگار
۳۶۷، فهرست
تأیید ۲۹۳، گونه
۱۷۳، کامل
۱۷۲، روش
افزارسخت ۱۷۵، ارتباطی های‌پروتکل از،
۱۷۵
۱۷۵، افزارنرم از
۲۵۶، هاسیستم از
۱۷۳، ۲۵۷، توسعه از پس
۱۷۳، ۲۵۷، توسعه از پیش
۲۷۱، فرآیند
۲۷۰، برنامه
۱۷۳، ملک
۲۵۶، محورارایی
۲۵۶، اتوماتیک نیمه
۱۷۲، هاتکنیک

۲۷۶، شرط پیش ترین ضعیف
دستور while ۲۶۱، ۲۶۲
۲۷۳، ۲۸۲، ۲۸۶، بدن
۲۹۲، فسخ عدم
۳۴۲، پازل خردمندان
کلمه ۲۵۴، پ.، ولپر
۱۲۶، خالی
جهان
۳۰۹، دسترسی قابل
۳۰۹، ۳۳۶، ممکن

۲۵۸، مشکل ۲۰۰۰-سال